A EDUCAÇÃO PLATÔNICA*

Paul Tannery

Podemos estar dispostos a ver, na *República* de Platão, somente os sonhos e as utopias de um escritor maravilhoso; mas, se o espírito mais prevenido consente a refletir, bem rápido fará uma exceção, se não para tudo o que lá concerne à educação, pelo menos para o programa de ensino desenvolvido no livro VII.

Primeiramente, é claro, em tese geral, que o reformador audacioso não propõe nenhuma mudança essencial na natureza da instrução dada em seu tempo[320], nem mesmo nenhuma revolução radical do sistema de educação seguido na pátria helena. O que ele tem sobretudo em vista, é submeter seu sistema a regras precisas, adaptá-lo à constituição política do Estado que ele sonha, enfim comunicar ao ensino as tendências de seu espírito. Mas ao que concerne, por exemplo, à fixação das idades para as diversas instruções a serem dadas, não há motivo algum para romper com os costumes estabelecidos, e tudo parece muito bem indicar que ele em princípio se conforme a eles.

Em segundo lugar, uma discussão especial é igualmente inútil para estabelecer que, sobre estas matérias, as ideias de Platão findaram prematuramente. Se, como o pensam hoje os críticos mais autorizados[321], – e nós levaremos um novo argumento em apoio a sua tese – se, eu digo, a *República* for um dos primeiros escritos do discípulo de Sócrates, se por outro lado, como é incontestável, as *Leis* coroaram a sua carreira, de um diálogo a outro, não percebemos nenhuma contradição; o segundo precisa os detalhes do sistema de educação, mas seguindo rigorosamente o plano geral traçado no primeiro.

---

* Tradução de José Wilson da Silva. Professor da Universidade Estadual do Ceará. E-mail: zewilson.silva@uece.br. Traduzido de TANNERY, P. L'Éducation Platonicienne. *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger*, T. 10 (JUILLET A DÉCEMBRE 1880), pp . 517-530. Published by: Presses Universitaires de France. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/41071903.

[320] Cf. *Civitas*, II, 376e: Τίς οὖν ἡ παιδεία; ἢ χαλεπὸν εὑρεῖν βελτίω τῆς ὑπὸ τοῦ πολλοῦ χρόνου ηὑρημένης; [Nota de tradução: a obra aqui citada é na verdade a *República* de Platão. Resolvi manter o nome da obra adotado pelo autor].

[321] Especialmente Gustav Teichmüller, *Ueber die Reihenfolge der Platonischen Dialoge*. Leipzig, 1879. Ver Revue philosophique, maio 1880, p. 591.

Eles podem, portanto, digamos melhor, eles devem sobre esse assunto ser completados um pelo outro, sem que haja distinção a se fazer entre as duas fontes.

Enfim e antes de tudo, o método a seguir no estudo das ciências não apresenta problemas onde possa se dá carreira à brilhante fantasia do autor do *Fedro*; portanto, temos aqui, para estudar esse mestre, um terreno perfeitamente sólido, sobre o qual pode ser mais fácil que em outro lugar para aprender a penetrar em seu pensamento.

Contudo, para se guiar, o juízo pode solicitar algumas informações precisas sobre o estado onde se encontravam, nesta época, as ciências das quais se ocupa Platão, sobre os desenvolvimentos que elas já tinha recebido, sobre as distâncias que as separam das de nossa era. Este é o assunto do quadro que eu gostaria de traçar o esquema. Eu tentarei trazer à luz a importância, para a história das ciências, de documentos que a obra de Platão contém; eu procurarei igualmente determinar qual foi o caráter da incontestável que ele exerceu sobre o movimento matemático de seu século.

Mas, a esse quadro, uma estrutura é necessária; não é preciso isolar, com efeito, o sistema inteiro da edução platônica, para onde vamos, portanto, antes de tudo, retraçar brevemente as principais linhas.

O ensino é uma função essencial do Estado; sua característica é exclusivamente *liberal*. Se dá em dois graus, cujo o primeiro é obrigatório, mas somente para as crianças da classe *militar* e *dirigente* (os guardiões na *República*, os cidadãos proprietários de terra nas *Leis*). Ao contrário, o Estado não se preocupa com a educação de artesão, mercenários e comerciantes, que constituem, no entanto, os elementos primitivos da cidade, mas *não são chamados para defendê-la*. O ensino técnico ou *profissional* é portanto inteiramente livre, que compreende o da medicina também.

As meninas devem em princípio receber a mesma instrução que os meninos, mas elas são mantidas isoladas, desde a idade de seis anos[322].

Mesmo antes desta idade, o Estado monitorará as crianças. Aos três anos[323], elas já brincam com os amiguinhos; seu ouvido se abre para a tradição religiosa[324], aos

[322] *Leis*, VII, 794c: Μετὰ δὲ τὸν ἑξέτη καὶ τὴν ἑξέτιν διακρινέσθω μὲν ἤδη τὸ γένος ἑκατέρων.
[323] *Leis*, VII, 793e: τριετεῖ δὲ δὴ καὶ τετραετεῖ καὶ πενταετεῖ καὶ ἔτι ἑξετεῖ ἤθει ψυχῆς παιδιῶν δέον ἂν εἴη.

contos e às estórias instrutivas e morais. Já é uma iniciação na educação; que permanece confiada às mulheres.

Aos seis, a criança passa pelas mãos de preceptores; ora, o que se quer fazer antes de tudo é um soldado; é necessário desenvolver suas forças corporais, exercitá-los, e redobrar em suas moradias, inculcar a confiança em si mesmo, mão da coragem, dar enfim todas as qualidades, todas as virtudes militares, a disciplina, a sobriedade, o hábito do cansaço e do perigo.

A ginástica tem assim, desde este ensinamento do primeiro grau, uma preponderância marcada; trata-se de uma das diferenças mais salientes entre a sociedade antiga e a de nossos dias, entre as exigências do serviço militar de então e o de hoje[325]. Submetidos, desde a idade a mais tenra, a um verdadeiro treino, que não se retarda um pouco senão para redobrar dos dezessete aos vinte anos[326], o soldado heleno passará sua vida sem interromper seus exercícios guerreiros; estará sempre em alerta, se não estiver em combate. Assim foram formados os heróis de Maratona e de Plateia, assim os bravos companheiros de Xenofonte.

A ginástica compreende uma recreação útil, que responde ao profundo sentimento estético da raça grega: desde o início, as crianças são exercitadas a formar pares de dança; mas a dança antiga jamais está isolada do canto; este é portanto ensinado ao mesmo tempo; a partir de então, a memória deverá reter as poesias cantadas em coro ou solo.

Contrariamente, para aprender as letras, para ensinar a ler e a escrever, espera-se a idade de dez anos[327]; dos treze aos dezesseis anos, a educação musical se completa; instrui-se a criança a tocar a lira e a acompanhar cantando: aprende ao mesmo tempo a

[324] *Civitas*, II, 377a: πρότερον δὲ μύθοις πρὸς τὰ παιδία ἢ γυμνασίοις χρώμεθα.
[325] Não temos preconceitos aqui sobre um futuro talvez próximo; pois, pra falar a verdade, a educação militar desde a infância parece dever, cedo ou tarde, se impor como a solução racional dos problemas que eleva a organização da defesa do território, desde que façamos concorrer todos os membros válidos da sociedade. Mas, abstração feita das revoluções que sofreu a arte da guerra, os exercícios corporais não retomarão sem dúvida jamais a importância que ele tinham na antiguidade grega, precisamente porque, de agora em diante, no estado moderno, não há mais classe militar especial, ou se quisermos expressar o mesmo pensamento sob uma outra forma, porque as armas não são mais uma profissão.
[326] *Civitas*, VII, 537b: οὗτος γὰρ ὁ χρόνος, ἐάντε δύο ἐάντε τρία ἔτη γίγνηται, ἀδύνατός τι ἄλλο πρᾶξαι.
[327] *Leis*, VII, 809e: Εἰς μὲν γράμματα παιδὶ δεκετεῖ σχεδὸν ἐνιαυτοὶ τρεῖς, λύρας δὲ ἅψασθαι τρία μὲν ἔτη καὶ δέκα γεγονόσιν ἄρχεσθαι μέτριος ὁ χρόνος, ἐμμεῖναι δὲ ἕτερα τρία.

conhecer os poetas e os prosadores. Se se fizer a abstração da direção moral que Platão pretende dar aos seus estudos, o homem jovem deve portanto chegar, à idade onde nós deixamos os bancos do liceu, munidos de uma instrução literária exclusivamente nacional, é verdade, mas completo relativamente à sociedade onde ele teve que figurar.

Ao mesmo tempo que esta instrução, ele recebeu as noções elementares mais indispensáveis de aritmética, de geometria e de astronomia. Mas não deve aprendê-las senão brincando e sem ser constrangido a esse respeito por nenhuma obrigação. Somente estes, portanto, que mostram um gosto particular para os estudos receberam, durante cerca de dezoito meses, um ensino científico propriamente dito, no qual estas noções, análogas àquelas dadas em nossas escolas primárias, serão desenvolvidas e completadas, notadamente pela teoria numérica dos acordes musicais. Mostraremos mais adiante que no ponto de vista matemático desse ensino complementário ultrapassa de fato os conhecimentos científicos exigidos atualmente para o nosso bachalerado em letras.

Por volta de dezessete anos e meio, os estudos são interrompidos e tomam lugar os exercícios ginásticos indispensáveis para completar a educação militar. É somente depois destes exercícios que tem lugar a escolha dos jovens admitidos a receber o ensino do segundo degrau e destinados a ascender mais tarde às funções do governo[328].

Este ensino superior, exclusivamente matemático, dura dez anos. Pode-se assim ser muito seriamente desenvolvido, e os alunos podem mesmo por sua pedra no edifício da ciência. Aos trinta anos[329], homens já feitos, eles são, depois da eliminação de sujeitos de menor valor, admitidos para a instrução dialética e exercitados no raciocínio de voz viva. Este último ensinamento dura cinco anos[330].

[328] *Civitas*, VII, 537b: Μετὰ δὴ τοῦτον τὸν χρόνον ἐκ τῶν εἰκοσιετῶν οἱ προκριθέντες κ. τ. ε.
[329] *Civitas*, VII, 537d: τούτους αὖ, ἐπειδὰν τὰ τριάκοντα ἔτη ἐκβαίνωσιν, ἐκ τῶν προκρίτων προκρινάμενον κ. τ. ε.
[330] *Civitas*, 539e: ᾿Αμέλει πέντε θές. Observemos aqui passando um ponto sobre o qual retornaremos mais tarde, que, na ordem das ideias platônicas, a dialética, que abarca todas as matérias filosóficas em seguida, estendendo-se às ciências da natureza assim como às ciências morais, a todo o quadro que preenchemos, pela antiguidade, os trabalhos de Aristóteles. Se o discípulo fiel renunciou a tradição do mestre, ele seguiu, no entanto, de fato, muito mais perto que nós somos geralmente levados a crer.

Dos trinta e cinco aos cinquenta anos, o futuro magistrado preenche, como seus co-discípulos do primeiro grau, seu papel de servidor do Estado, e se afasta dos empregos mais ou menos importantes que lhe foram confiados; enfim, aos cinquenta anos[331], tornado relativamente livre, ele pode desfrutar da filosofia, enquanto toma a parte que lhe é reservada na direção dos afazeres públicos.

Tal é, em linhas gerais, o conjunto de um sistema onde, todas as coisas consideradas, existe somente uma lacuna, evidentemente desejada, – pois Platão recusa sua cidade aos advogados (retores), – e que é uma utopia, a reivindicação do poder para a ciência.

Esta utopia é, para falar a verdade, a pedra angular do edifício; mas que nós podemos acrescentar que ela não pertence propriamente a Platão. Um outro sábio, antes dele, não somente a havia concebido; ele se sentiu forçado a fazer dela uma realidade.

Frequentemente comparamos a cidade espartana com o Estado sonhado pelo filósofo ateniense; se, esboçando seu ideal, ele pegou emprestado algumas características deste modelo, era em direção a um passado, ainda recente em outras cidades dóricas, que ele dirigiu, sobretudo, seus olhares. As características que ele traça para seus orgulhosos guardiões, este amor da ciência e da filosofia, esta fraternidade sublime, este valor indômito, este respeito religioso pela autoridade reconhecida por eles, a antiguidade as admirou entre os membros dessas sociedades pitagóricas, cujos os últimos e nobres resquícios ele ainda podia ver. Que o sábio de Samos tivesse ele mesmo obedecido à miragem enganosa que ofereciam as castas orientais, no Egito ou na Pérsia, isto é de longe bastante provável; não parece, no entanto, que é necessário procurar em outra parte do que em sua genialidade a verdadeira origem para a ideia criadora das instituições às quais ele deu uma vida passageira e que provocaram o sonho platônico.

A cracterística dominante desta ideia consiste evidentemente na tendência de livrar a ciência dos braços da religião e substituí-la, pela direção suprema do Estado, por essa outra, cujo declínio inevitável já é reconhecido. Em verdade, nem Pitágoras, nem

[331] *Civitas*, 540a: Γενομένων δὲ πεντηκοντουτῶν.

Platão, que, contudo, a esse respeito ultrapassa notoriamente seu precursor, não foram até o fim dessa tendência; mas a utopia não está morta; ela reapareceu em nossos dias, rejuvenescida por uma filosofia que, também, foi particularmente matemática; ela constitui um dos dogmas fundamentais do positivismo, e ela espera pacientemente a hora oportuna do triunfo.

II. – A divisão das ciências.

Se nós reconhecermos em Platão um sucessor de Pitágoras, tanto quanto ele concebeu o Estado como submetido à supremacia das ciências, nós constataremos, desde o primeiro passo, quando se trata da classificação feita delas, que, enquanto segue os traços de seu precursor, o autor da *República* reivindica a sua independência.

Pitágoras tinha dito: “existem quatro níveis da sabedoria, a aritmética, a música, a geometria, a esférica: esta é a sua categoria”, 1, 2, 3, 4[332].

Platão redobra a geometria e, ao introduzir, para expor a classificação das ciências, uma dicotomia que lhe parece particular, ele rejeita a música (harmonia) na última categoria.

Se distinguirmos o objeto da ciência matemática, a quantidade, nos termos de que ela é puramente abstrata (número) ou figurada, o primeiro lugar deve, sem contestar, pertencer à aritmética.

Os pitagóricos aproximaram a harmonia e ciência dos números, porque sua teoria, para eles, não implicava de maneira nenhuma o ensino da geometria; eles consideravam somente, com efeito, relações numéricas para uma única variável, ainda que eles soubessem perfeitamente de qualquer maneira que os sons proviam de movimentos de corpos estendidos conforme as três dimensões do espaço.

A vida de Platão é mais profunda; se ao conceito de quantidade se une o da figuração da extensão, temos o objeto da geometria; uma segunda adição, a do movimento, completa as noções necessárias e suficientes para a explicação mecânica do

[332] *Theologumena arithmetices*. Fragmento do escrito apócrifo *Sobre os Deuses*. A esférica e a astronomia.

universo. Contudo, existe ainda, no tempo de Platão, somente duas classes de fenômenos que parecem suscetíveis de serem verdadeiramente regidos pelos números.

Distinguindo-as, como ele o faz, seguindo que o movimento é, para uns, percebido pela vista, para outros, somente estimado pelo ouvido, e pondo em primeira linha aqueles que correspondam ao sentido mais perfeito a seus olhos, parece dar somente uma classificação artificial; em realidade, ele atinge as características mais íntimas.

Existe aqui, com efeito, duas partes distintas da mecânica racional: a primeira é aquela que Galileu e Newton ditaram as leis definitivas. Trata-se dos movimentos gerais dos corpos, que se movem em toda a sua massa; a teoria destes movimentos não encontra em outro lugar sua aplicação completa senão na mecânica celeste, nas revoluções dos astros, nos fenômenos sobre a superfície da terra que se encontram complicados pelos efeitos dos movimentos das partículas nas moléculas.

Ora a teoria destes movimentos particulares oferece dificuldades especiais e de uma ordem bem mais elevada; aqui é uma província totalmente outra, a física matemática, que, apesar dos imensos e recentes progressos, está bem longe de ser conhecida como a primeira, e que reivindica leis que são vislumbradas a duras penas, princípios no máximo suspeitos até o presente. Tão orgulhoso, ademais, quanto possa ser nosso século, do edifício que levanta pacientemente, não deve esquecer que uma pedra à espera foi posta, desde a origem das outras ciências matemáticas, pela descoberta de leis numéricas que regram os acordes musicais. Ele se recordará também que no que toca à fisiologia, sabemos pouco mais do que Pitágoras o porquê da harmonia.

A divisão pitagórica das matemáticas em quatro ramos principais, disposta, no entanto, na ordem adotada por Platão, esta divisão no fundo tão justa e tão verdadeira, tornou-se clássica desde à antiguidade; ela persistiu durante toda a idade média, no *Quadrivium*, e sucumbiu apenas na Renascença, quando seu quadro, imobilizado pela rotina, não pode se prestar ao desenvolvimento das ciências rejuvenescidas.

A outra inovação de Platão, a duplicação da geometria, não teve a mesma fortuna. Em verdade, quanto a responder ao seu desejo, a escola adotou o termo especial de estereometria[333] para este ramo, que ele pareceu indicar sem lhe impor o nome. Mas o mestre foi bem compreendido? Ele teria, em realidade, se permitido estabelecer uma distinção nítida entre a geometria plana e a geometria no espaço para observar a gradação na adição sucessiva da segunda e da terceira dimensão? É pelo menos uma questão duvidosa.

Nos elementos da geometria do espaço, nós podemos distinguir três partes: 1º os teoremas relativos às construções; 2º aqueles que concernem a medida de volumes; 3º enfim, a teoria da esfera.

Não é certamente à primeira parte que podem se reportar as palavras de Platão.[334] "Isto não parece ter sido ainda descoberto. – há duas razões para isto: uma, que nenhuma cidade tomando a honra destas pesquisas difíceis, elas são fracamente perseguidas; outra, que os pesquisadores teriam, para encontrar, necessidade de um diretor; ora, primeiramente, é difícil que se produza; em seguida, se for produzido um, os trabalhadores orgulhosos de hoje não desejariam lhe obedecer. Mas, se uma cidade toda apoiasse a direção e honrasse estas pesquisas, a gente obedeceria, e um trabalho contínuo e intenso trará uma luz completa. Pois mesmo hoje, apesar dos desprezo do vulgar e dos entraves que ele carrega, com pesquisadores que não estão em relação com a importância do objeto, estes estudo estão, apesar de tudo, em progresso graças ao charme que eles exercem".

Trata-se evidentemente, neste texto, de uma teoria bem inicial, em via de formação. Ora, não existe dúvida que muito anterior a Platão, os pitagóricos não

[333] Este termo, que, na linguagem técnica, designou de fato as aplicações práticas da geometria do espaço, se encontra já em Aristóteles (*An. Post.*, I, XIII, 13). Mas, se Platão a conhecia, ele a rejeitou certamente, assim como ele zombou da palavra geometria, pois, para ele, o fim da ciência não de maneira alguma a *medida*. Cf. *Epinomis*, 990d: σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν.
[334] *Civitas*, VII, 528b: ἀλλὰ ταῦτά γε, ὦ Σώκρατες, δοκεῖ οὔπω ηὑρῆσθαι. Διττὰ γάρ, ἦν δ' ἐγώ, τὰ αἴτια· ὅτι τε οὐδεμία πόλις ἐντίμως αὐτὰ ἔχει, ἀσθενῶς ζητεῖται χαλεπὰ ὄντα, ἐπιστάτου τε δέονται οἱ ζητοῦντες, ἄνευ οὗ οὐκ ἂν εὕροιεν, ὃν πρῶτον μὲν γενέσθαι χαλεπόν, ἔπειτα καὶ γενομένου, ὡς νῦν ἔχει, οὐκ ἂν πείθοιντο οἱ περὶ ταῦτα ζητητικοὶ μεγαλοφρονούμενοι. Εἰ δὲ πόλις ὅλη συνεπιστατοῖ ἐντίμως ἄγουσα αὐτά, οὗτοί τε ἂν πείθοιντο καὶ συνεχῶς τε ἂν καὶ ἐντόνως ζητούμενα ἐκφανῆ γένοιτο κ. τ. ε.

tivessem já elaborado a doutrina dos poliedros regulares, que coroa os *Elementos* de Euclides e supõe conhecer o todo das construções no espaço[335].

A teoria da esfera deve ser isolada, pela razão de que, na antiguidade, ela sempre fez parte da astronomia; e que os geômetras da escola de Platão não tinham, a este respeito, feito qualquer tentativa de inovação contra a tradição pitagórica; de qualquer maneira, esta teoria da esfera já foi também suficientemente avançada, pelo menos para o estado da ciência astronômica de então.

Restaria, portanto, a medida de volumes propriamente dita; aqui, pode-se ter alguma hesitação. Não é duvidoso, em verdade, que as medidas simples (o prisma e o cilindro inclusos), não existiam, ou foram imediatamente conhecidas, ou foram desde muito tempo trazidas do Egito. Mas convém observar que Arquimedes atribui formalmente a Eudoxo de Cnido, contemporâneo de Platão, a descoberta da medida do volume da pirâmide[336].

Reconhecidamente, parece bem estranho que os construtores dos monumentos de Gizé não sabiam medir suas obras, e o testemunho de Arquimedes pode ser entendido distinguindo a invenção da proposição, coisa relativamente fácil, e aquela, bem mais difícil, da demonstração rigorosa. Esta última descoberta pode ser suficiente somente para a glória de Eudoxo. Contudo, uma afirmação precisa seria pelo menos imprudente, pois o único documento autêntico que nós possuímos sobre a geometria egípcia, o papiro de Rhind, está bem longe de permitir estabelecer seguramente que a medida exata da pirâmide tenha jamais feito parte dela.

Mas disso nós não temos poucos motivos suficientes, o que nos parece, para pensar que isto não é objeto do texto de Platão. O teorema de Eudoxo foi, é verdade, um passo imenso, mas as consequências foram imediatamente esgotadas por seu próprio autor; isto não foi o início de uma nova era. De outra parte, o interesse deste teorema é sobretudo prático, e, como tal, deveria atrair pouco a atenção de Platão, que se mostra constantemente desdenhoso das aplicações.

---

[335] Fora da escola pitagórica, Demócrito pelo menos teve, desde a geração precedente, tratados dos sólidos (Diógenes Laércio); ele e Anaxágoras escreveram igualmente sobre a perspectiva (Vitrúvio).
[336] Prefácio do tratado *Da Esfera e do Cilindro*.

Como, portanto, é necessário compreender o texto[337]: Ἔστι δέ που τοῦτο περὶ τὴν τῶν κύβων αὔξην καὶ τὸ βάθους μετέχον? Ele evoca imediatamente ao pensamento o famoso problema de Délos, a duplicação do cubo ou seu aumento em uma dada relação, problema que foi de fato, então, o principal objetivo dos matemáticos, que Arquitas e Eudoxe já tinha tratado brilhantemente, Platão deu uma elegante solução mecânica[338] e que, muito tempo ainda, deveria preocupar os sábios. Como sabemos, este problema é idêntico àquele dos dois meios proporcionais, que o autor do *Timeu* fez resolver idealmente pelo Demiurgo pela formação de quatro elementos.

Se nós observarmos, de qualquer maneira, como é natural, a passagem do *Epinomis*[339], 990d, assim como aquele comentário da *República*, e se devemos crer que este comentário foi escrito por um discípulo fiel ao pensamento do mestre, é claro que nos encontramos aqui sobre a via da verdadeira interpretação, e é de agora em diante fácil de nos orientar depois das seguintes observações.

Na antiguidade clássica, nós chamamos constantemente *problemas planos* os problemas de geometria, seja plano, seja no espaço, que podem se resolver pela intersecção de retas ou de círculos, dito de outra forma, com a régua e o compasso; estes são, para a geometria analítica dos modernos, os problemas do primeiro e do segundo grau. Nós chamamos, ao contrário, *problemas sólidos* (seja no plano, seja no espaço) aqueles que necessitam da interseção de secções de cônicas, ou seja, nossos problemas do terceiro e quarto grau; enfim, chamamos *grâmicos* os problemas de graus superiores ou os transcendentes que exigiam o emprego de curvas especiais.

Esta última distinção é, de toda necessidade, relativamente recente, enquanto que a primeira deve remontar quase às origens da ciência. E com efeito, desde a metade do V° século a.C., os principais problemas planos se encontravam já resolvidos, e a necessidade de novas combinações começava a se fazer sentir. A *musa pitagórica*[340] havia rapidamente deduzido o teorema fundamental sobre o quadrado da hipotenusa de

[337] *Civitas*, VII, 528b.
[338] Conservado por Eutócio em seu comentário sobre o tratado de Arquimedes, Da Esfera e do Cilindro, liv. II, prop. 2.
[339] Retornaremos em breve a esta passagem.
[340] Expressão de Eudemo conservada por Proclo (*Comentários sobre Euclides*, ed. de Bäle, p. 109).

um triângulo retângulo as construções fáceis que decorrem dela para a solução de problemas: o τετραγωνισμός[341] (invenção da média proporcional); a παραβολή, que, simplesmente, é a invenção de uma terceira proporcional, que, com o ἔλειψις ou o ὑπερβολή, dá a solução geométrica completa da equação do segundo grau. Fora do testemunho geral de Eudemo, temos a prova precisa de soluções efetivas, nesta época, de problemas desta ordem, na inscrição da esfera do dodecaedro regular, devido ao pitagórico Hipaso, e nos trabalhos de Hipócrates de Quio sobre a quadratura dos nulos[342].

Este último geômetra começou a abordar os problemas superiores e em particular a duplicação do cubo. Mas, da mesma forma que a duplicação do quadrado, consequência imediata, assim como o mostra Platão no *Mênon*, da propriedade da hipotenusa de um triângulo retângulo, é a chave dos problemas *planos*, poderíamos já pressentir que aquela do cubo conduziria à solução de toda uma série de problemas superiores, *sólidos*. E teve de qualquer maneira um outro igualmente célebre, a divisão do ângulo em partes iguais, que se colocava por volta do mesmo período e cujo o sofista Hípias de Elis deu uma solução geral por meio de uma curva transcendente de sua invenção[343].

Para o problema de Délos, diferentes curvas foram sucessivamente propostas, concorrentemente com diversos procedimentos mecânicos. A invenção de secções cônicas, devido a Menêcmo de Proconese, discípulo de Eudoxo e amigo de Platão, forneceu enfim o meio o mais racional para resolver a duplicação do cubo, a trisecção do ângulo, e todos os problemas de mesma ordem. Existiu aqui o trabalho para dois séculos; o assunto foi esgotado somente por Apolôno de Perga, e isto só depois dele que pudemos distinguir a classe de questões que as cônicas são suficientes para resolver (os problemas *sólidos* dos clássicos), e o conjunto daqueles que são de uma ordem ainda

[341] Estas expressões são conhecidas para Platão, que as censure como demasiadas materiais. *Civitas*, 527 a. De resto, ver nosso ensaio sobre *L'hypothèse géometrique du Ménon de Platon*, na *Revue philosophique*, t. II, p. 286.
[342] Ver nosso ensaio: *Hippocrate de Chio et la quadrature des lunules* nas *Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. II, 2ª série, p. 179-184.
[343] A quadratrix, assim nomeada, quando Dinóstrato, discípulo de Platão e irmão de Menêcmo, o inventor das secções cônicas, demonstrou que ela deva a quadratura do círculo.

mais elevada. Os trabalhos relativos às cônicas, compreendendo aí as teorias preparatórias ao seu estudo, formaram o que se chamará o τόπος ἀναλυόμενος, de acordo com o nome do método geométrico segundo o qual eles haviam perseguido, e cuja a invenção é por unanimidade atribuído a Platão pelos testemunhos da antiguidade.

Desta geometria superior, desta analítica antiga, temos somente os restolhos; mas eles são suficientes, felizmente, para permitir de reconstituir pelo pensamento o monumento completo, que foi a grande obra desta época heroica da ciência, e a qual cada um depositou sua pedra. O que resta disso não é mais utilizado por nós, pois o gênio de Descartes pôde dotar a análise moderna de um instrumento mais cômodo que aquele manipulado pelos antigos; mas, toda proporção guardada entre os estados da ciência a um intervalo de vinte séculos, Platão não deu uma prova de menos valor especulativo, quando ele sonhava com antecedência e pressentia o glorioso acabamento do edifício para o qual nós lançamos somente os fundamentos, e muito lentamente de boa vontade. Que ele tivesse de qualquer maneira plena consciência de seu valor, nós o vemos pela linguagem singular que ele emprega para falar de uma direção científica que ele se sentia digno, e que pelo menos depois da morte de Eudoxo (357 a.C.), e nos limites onde esta direção é possível, ele se exercitou sem contestar sobre os geômetras de seu tempo.

III. – Digressão sobre uma passagem do *Epinomis*.

Não poderíamos fazer compreender exatamente o verdadeiro ponto de vista ao qual se colocava Platão para considerar a geometria em seu todo se não insistíssemos sobre a unidade fundamental que ele percebeu entre as ciências distinguidas por sua classificação.

A aritmética trata dos números inteiros ou pelo menos comensuráveis; seu objeto está no mais alto grau de abstração. Se a gente quiser conduzir ao mesmo ponto da geometria separando-a da figuração visível e das hipóteses que ela reivindica, reconhecemos a introdução de uma nova noção, a das relações incomensuráveis. Se o termo moderno de *número incomensurável* não pode se traduzir em grego sem uma contradição *in adjecto*, o conceito que ele exprime não é, no entanto, totalmente formando no espírito de Platão, e ele lhe atribuiu tanta importância que ele vê um laço de união entre todos os ramos da ciência matemática.

Assim, a geometria é para ele somente o estudo de relações numéricas que não são constrangidas a serem comensuráveis; também ele reporta, para designar estas relações, o emprego de termos emprestados pela intuição de figuras, como aqueles da quadratura, etc. O que ele estima na geometria é, portanto, propriamente falando, a álgebra, que não tem ainda sinais especiais para se constituir à parte, mas que é já vivaz sob uma forma que ele rejeitará mais tarde; pois a análise antiga, aquela que Platão constituiu, é, com efeito, uma álgebra cujo simbolismo é relativo à figuras. Ao contrário do que fez Descartes, quando aplicou a álgebra, já independente, à geometria, como se esta faltasse fazer, os antigos se serviram da geometria para as questões de pura álgebra, como se a intuição de figuras fosse indispensável para a compreensão de relações entre quantidades. Mas seu ponto de vista foi também cômodo assim como o nosso para perceber a unidade da matemática.

Que esta unidade seja uma tese de Platão, isto é bem conhecido; que isto esteja bem no conceito de quantidade incomensurável que ele a reconhece, pode ser interessante estabelecer por textos precisos e não por uma simples dedução lógica. Observemos primeiro que, de acordo com seus escritos autênticos, não há noção matemática a qual ele atribua maior importância. Assim , no *Teeteto*, ele nos faz assistir à generalização histórica do conceito de raiz incomensurável do número, e ele se deleita nos detalhes circunstanciados e bem claros de qualquer maneira, que ele dá a este assunto. Nas *Leis* (VII, 819 d), ele emprega as expressões mais fortes para qualificar a ignorância do vulgo que crê que duas dimensões de um corpo são necessariamente comensuráveis entre elas e se relembra com viva surpresa de sua juventude, onde ele mesmo compartilhava deste erro comum.

Mas, para dar um passo mais longe, somos obrigados a ir até esta passagem do *Epinomis* que já havíamos mencionado acima. Infelizmente, as expressões técnicas que ele contém o torna sofrivelmente obscuro, e nos é necessário comentar enquanto traduzia completamente. Se de qualquer forma, Filipo de Opunte, o autor presumido do livro, é evidentemente imbuído da pura doutrina de Platão, e se, sobre o ponto que se trata, ele certamente não se desvia, mas seu talento é bem inferior ao do mestre, e sua exposição é um pouco pé no chão:

"Depois deste estudo (o da aritmética) vem imediatamente aquele que nomeamos bem ridiculamente geometria (medida da terra) e que consiste a dar a números naturalmente diferentes uma similitude que se manifesta sob a lei das figuras planas; está aqui uma maravilha que, se chegarmos a compreendê-la bem, parecera claramente que não veio do homem, mas da divindade[344]."

Para se dar conta do sentido geral desta definição, pode ser suficiente, como caso particular, considerar um número não quadrado perfeito, por consequência diferente em natureza a todo quadrado perfeito. Pode-se, no entanto, construir com a régua e o compasso, um quadrado cuja superfície, em relação a uma unidade quadrada, representar o número considerado; o lado deste quadrado, relacionado ao lado da unidade da superfície, representará a raiz quadrada incomensurável do número dado.

Na linguagem clássica, dois números *planos semelhantes* são tais quando eles podem ser representados em números por dois retângulos semelhantes. Seja N e R dois números tais, x, y os lados do primeiro retângulo, a, b aqueles do segundo.

$N = xy$, $R = ab$, $x/y = a/b$.

Se a, b, N são dados, x e y são determinados; mas, para que eles sejam comensuráveis, isto é, para que os números N e R sejam semelhantes, é necessário que a razão N/R seja um quadrado perfeito; no caso contrário, eles não são semelhantes por natureza. Mas a determinação de x e y tem, no entanto, lugar geométrico com a régua e o compasso.

Isto limitaria de mais a geometria no tempo de Platão, que se restringe, seguindo este senso estrito, a problemas de invenção de medianias, terceira ou quarta proporcional. Eu estimo, portanto, que é necessário ampliar, para bem compreender o texto do *Epinomis*, a noção de similitude do retângulo que corresponde à παραβολή simples, às figuras mais complexas formadas na παραβολή com ἔλειψις ou ὑπερβολή e

[344] 990d: Ταῦτα δὲ μαθόντι τούτοις ἐφεξῆς κ. τ. ε.

por consequência abraçar o conjunto de problemas do segundo grau no objeto da geometria plana. Mas, no final, é sempre na construção geométrica da raiz quadrada incomensurável que aparece a unidade da ciência, o que Filipe de Oponte levanta em uma pomposa linguagem.

A sequência da passagem diz respeito, segundo a geometria plana, à teoria dos problemas sólidos, conformemente à distinção feita por Platão:

"Vêm em seguida os números que têm três dimensões (ou seja, considerados como decompostos em três fatores) e semelhantes seguindo a natureza dos sólidos, ou bem dessemelhantes, mas igualmente tornados semelhantes por uma outra arte parecida com aquela que só adeptos nomearam geometria[345]".

A comparação entre os dois ramos distinguidos pelo mestre é muito claro, e não temos sem dúvida necessidade de entrar em extensos detalhes. Para tornar, por exemplo, semelhantes a um cubo um número que não é um cubo perfeito, é necessário representar a extração da raiz cúbica incomensurável por uma construção que não derive do teorema de Pitágoras, mas de uma solução do problema de Délos. E semelhante à construção da raiz quadrada segue aquelas equações do segundo grau, daquela da raiz cúbica segue aquelas das equações do terceiro e do quarto grau, ou seja, dos problemas sólidos, tais que o progresso da ciência começa a colocá-los no tempo de Platão.

É exatamente a tese que sustentamos mais acima.

[345] *Epinomis*, 991e: Μετὰ δὲ ταύτην τοὺς τρὶς ηὐξημένους καὶ τῇ στερεᾷ φύσει ὁμοίους· τοὺς δὲ ἀνομοίους αὖ γεγονότας ἑτέρᾳ τέχνῃ ὁμοιοῖ, ταύτῃ ἣν δὴ στερεομετρίαν ἐκάλεσαν οἱ προστυχεῖς αὐτῇ γεγονότες. Este texto, que não se sustenta, foi evidentemente alterado. Eu traduzi supondo que a palavra ὁμοίους desapareceu depois de γεγονότας. Não duvido ter tornado assim fiel ao pensamento do escritor.