

AS CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS INTERLOCUTORAS DO REALISMO DE GOTTLIB FREGE

*THE INTERLOCUTOR PHILOSOPHICAL CONCEPTIONS OF GOTTLIB
FREGE'S REALISM*

Vinícius Rodrigues MAIONE
Doutorando em Filosofia pela UFG, Professor na
Universidade do Estado Amapá.
E-mail: maionevr@gmail.com

RESUMO:

O objetivo deste artigo é caracterizar as posições filosóficas antagônicas à visão realista de lógica e matemática subscrita por Gottlob Frege, que são três: psicologismo idealista, psicologismo empirista e formalismo puro. A primeira é a concepção segundo a qual os conceitos matemáticos seriam obtidos por abstração empírica a partir de agregados. A segunda subscreve a tese de que a objetividade da matemática se assenta em categorias cognitivas humanas. A terceira, o formalismo puro, não constitui uma proposta de fundamentação da matemática, mas sim uma proposta que dispensa uma fundamentação filosófica para esta disciplina.

PALAVRAS-CHAVE: Frege, matemática, idealismo, empirismo, formalismo.

ABSTRACT:

The aim of this article is to characterize the antagonistic philosophical positions to Gottlob Frege's realistic vision of logic and mathematics. The interlocutors to Fregean realism are three: idealistic psychologism, empiricist psychologism and pure formalism. The first subscribes the thesis that mathematical concepts could be only obtained by empirical abstraction from aggregates. The second endorse the hypothesis that the mathematical objectivity is based on human cognitive categories. The third does not constitute a proposal for the foundation of mathematics, but rather an approach that a philosophical foundation for this discipline is pointless.

KEYWORDS: Frege, mathematics, idealism, empiricism, formalism.

APRESENTAÇÃO

Gottlob Frege é amplamente conhecido por ser o inaugurador da lógica contemporânea e do primeiro sistema lógico realmente original desde a obra de Aristóteles. O filósofo, inclusive, é considerado o inaugurador de toda uma corrente filosófica, a Filosofia Analítica. Sua filosofia é motivada pela tese de que a matemática é um desdobramento da lógica e que a atividade filosófica pertinente à matemática deve consistir em uma análise da linguagem, com vistas à supressão de ambiguidades e desentendimentos.

Para a elaboração de sua proposta de fundamentação da aritmética na lógica, Frege se viu compelido a adentrar em temas gerais da filosofia para distinguir a natureza de sua proposta de outras correntes. Essa necessidade se deveu, em especial, à má recepção que sua *Conceitografia* recebera. Após esse evento, Frege empreendeu uma jornada de esclarecimentos, de refinamentos conceituais e, também, de mudanças em sua postura filosófica, o que culminou na publicação do *Leis Básicas da Aritmética*, livro no qual seu sistema é apresentado de forma completa.

A meu ver, a proposta Fregiana deve ser caracterizada como um realismo formalista que batizei de “formalismo logicista”. O termo teve que ser introduzido, porque Frege não batizou sua própria posição filosófica, contudo, é possível delimitá-la a partir das posições que ele criticou, em especial no *Fundamentos da Aritmética* e no *Teorias Formais da Aritmética*.

Pois bem, meu objetivo neste artigo será o de caracterizar cada uma das posições filosóficas com as quais Frege não concordava e que funcionam como suas interlocutoras teóricas. Como já dito no resumo, delimitarei três posições filosóficas como interlocutoras de Frege: o psicologismo idealista, o psicologismo empirista e o formalismo puro. A primeira é a concepção segundo a qual os conceitos matemáticos seriam obtidos por abstração empírica a partir de agregados de objetos concretos¹. A segunda concepção subscreve a tese de que a objetividade da matemática se assenta em categorias cognitivas próprias aos seres humanos. A terceira concepção, o formalismo puro, não constitui de fato uma proposta de fundamentação da matemática, mas sim uma abordagem na qual uma fundamentação filosófica para essa disciplina é dispensável.

¹ Do ponto de vista da teoria fregiana dizer “agregado de objetos concretos” é um pleonismo, mas o mantive no texto para fins explicativos direcionado a leitores não familiarizados com o trabalho de Frege.

As três posições teóricas apontadas anteriormente, psicologismo empirista, psicologismo idealista e formalismo puro, vão de encontro à visão realista acerca da matemática e da lógica endossada por Frege. A visão realista de Frege é melhor apontada através da definição de objetividade proposta por ele no § 26 do *Fundamentos*:

Assim, entendo por objetividade uma independência com respeito a nosso sentir, *intuir*, representar, ao traçado de imagens internas a partir de lembranças e sensações anteriores, mas não uma independência com respeito à razão [...]. (Grifo nosso) (FREGE. 1989, p. 225)

Para Frege, cada uma das posições em questão se oporia de um modo diferente à maneira como ele concebia uma análise filosoficamente adequada para a matemática, uma análise que fosse baseada na definição de objetividade acima apresentada. As propostas psicologistas não satisfariam a definição do § 26 do *Fundamentos*, por assentarem, cada uma a seu modo, a objetividade da matemática na noção de “intuição”. Já o formalismo puro, se oporia à concepção fregiana de objetividade por dispensar a necessidade de se fundamentar a matemática e, assim, considerar os cálculos matemáticos como manipulações sintáticas, sem o que se poderia chamar de “compromisso ontológico”.²

É importante destacar que as caracterizações aqui apresentadas sobre as posições psicologistas seguem a maneira como Frege as entendeu e não constituem uma análise isolada de cada uma. Caracterizei o psicologismo empirista através da proposta de Mill e o psicologismo idealista através da proposta de Kant. A escolha desses autores seguiu a escolha feita pelo próprio Frege no *Fundamentos*, pois as propostas deles figuram como principais alvos das críticas fregianas no que diz respeito a cada corrente. Na caracterização do formalismo logicista procurei seguir a apresentação do próprio filósofo no *Teorias Formais da Aritmética*.

O psicologismo empirista

A primeira forma de psicologismo criticada por Frege é a que chamei de empirista e será caracterizada através da filosofia de Mill. A mim interessou em especial a tese de que todo conhecimento

² Este artigo constitui a retomada de uma parte da minha dissertação de mestrado, defendida em 2009, intitulada “A noção fregiana de “objeto abstrato” e a crítica ao psicologismo”. Neste texto o assunto é retomado na forma de um texto mais amadurecido e ampliado.

tem como fundamento a experiência, o que inclui a lógica e a matemática. Como disse, a escolha de Mill para caracterizar o psicologismo empirista se deveu ao fato de Frege dirigir suas críticas a ele. Inclusive, outros empiristas também figuram como alvo de críticas no *Fundamentos*, tais como Hobbes, Locke e Hume.

Prado (2006, p. 19) faz a interessante colocação de que há uma diferença importante entre Mill e os outros empiristas mencionados por Frege nos *Fundamentos*. Segundo Prado, a diferença entre a proposta de Mill e a dos outros empiristas é a de que a primeira possui um forte componente semântico, por defender que o significado das sentenças era dado por sua correspondência a algo independente dos sujeitos que as emitem, enquanto para os outros empiristas mencionados o significado das sentenças era dado, também, pelas representações dos sujeitos emissores.

Contudo, mesmo possuindo o caráter semântico acima apontado, a proposta de Mill não era adequada do ponto de vista fregiano, pois para o filósofo inglês questões sobre a natureza da lógica não devem receber um tratamento diferente do das ciências naturais. Para Mill, o âmbito de estudo da lógica é o mesmo que o das ciências naturais e deve-se admitir a indução empírica como único método adequado de análise objetiva, e, portanto, científica e filosófica. Assim concebida, a filosofia da lógica de Mill assume uma posição epistemológica marcadamente naturalista. A partir dessa perspectiva, não se pode admitir a existência de nenhuma entidade que não fosse passível de verificação empírica. Na introdução do *Sistema de Lógica* Mill diz:

Conhecemos as verdades através de duas vias: algumas diretamente por si mesmas; outras por meio de outras verdades. As primeiras são objetos de intuição ou de consciência; as segundas de inferência. As verdades conhecidas pela intuição são premissas originais das quais *todas* as demais são inferidas. (MILL 1984, p. 83, grifo meu).

Percebe-se que o filósofo inglês faz a distinção entre verdades apreendidas pelo que ele chamou de intuição, que seriam as verdades dadas diretamente à consciência e anteriores a qualquer conhecimento, e as verdades formuladas, ou deduzidas, por inferência, a partir das verdades inicialmente dadas à intuição. O que o autor inglês chamou de “intuição” seria a capacidade de apreensão de dados sensíveis, expressos por enunciados particulares, para posterior postulação de enunciados gerais, ou seja, o que está na base de todo conhecimento, o que inclui leis da lógica, enunciados matemáticos e qualquer outro tipo de axioma ou definição, são enunciados empíricos gerais formulados por indução. Dessa forma, todo conhecimento é oriundo, em última instância, do que se apreende pelos sentidos, caracterizando uma posição empirista.

No §7 *Fundamentos* há uma passagem interessante na qual Frege chega a aproximar Mill a Gottfried Leibniz no que tange a demonstrabilidade das fórmulas numéricas a partir de definições, tese que o

próprio Frege defenderá e constitui o cerne de sua análise, especialmente na primeira etapa de seu pensamento. Porém, logo em seguida, Frege os distancia pela forma de fundamentação que cada um confere às suas definições. Segundo o autor do *Fundamentos*, enquanto para Leibniz essas definições são de caráter lógico, num sentido ao qual ele parece ser simpático, para Mill, as definições em alguma medida devem remontar à intuição empírica, uma vez que todo conhecimento é oriundo dos sentidos.

John Stuart Mill, contudo, tem outra opinião. Na verdade, de início ele parece, como Leibniz, pretender fundamentar a ciência sobre definições, uma vez que ele define os números individuais do mesmo modo que Leibniz; mas seu preconceito de que todo saber seja empírico, por outro lado, arruína imediatamente a concepção correta. (FREGE 1989, p. 98).

Segundo Godden (2005), uma consequência direta da perspectiva epistemológica de Mill é a de que a lógica deva possuir um papel inerentemente prático, que consiste não na fundamentação da verdade, no sentido de se definir em que condições um determinado juízo deva ser considerado verdadeiro (formal); mas sim no sentido de se definir o método para que se encontre enunciados factualmente verdadeiros (empírico). Nas palavras de Frege: “Mill sempre confunde as aplicações que podem ser feitas de uma proposição aritmética, que muitas vezes são físicas e pressupõem, fatos observados, com a própria proposição matemática pura.” (FREGE. 1989, p. 212)

A necessidade de uma fundamentação empírica para a lógica por parte de Mill é muito clara, como se pode notar na definição de lógica dada pelo filósofo britânico em um trecho da introdução de seu *Sistema de Lógica*:

[...] a lógica é a ciência e a arte do raciocínio, entendendo pelo primeiro termo, a análise da operação mental que se realiza sempre que raciocinamos, e, pelo segundo, as regras fundadas nessa análise para conduzir corretamente essa operação. (MILL. 1984, p. 83)

Para Frege o grande problema da concepção empirista acerca da natureza da matemática e da lógica é o de que as leis da lógica, como o princípio da não contradição, dependeriam, de alguma maneira, da análise indutiva dos processos mentais envolvidos na sua asserção e criação. Porém, compreendida dessa forma, o máximo que se conseguiria com as leis da lógica seria generalidade empírica ao invés de necessidade lógica.

Não, a aritmética não tem absolutamente nada a ver com sensações. Nem tampouco com imagens mentais formadas a partir dos vestígios deixados por impressões sensíveis anteriores. A instabilidade e indeterminação de todas estas configurações opõem-se firmemente à determinação e estabilidade dos objetos e conceitos matemáticos. (FREGE. 1989, 201).

A partir da perspectiva fregiana, o problema fundamental da posição filosófica de Mill seria o de que as leis lógicas, entendidas no sentido clássico como necessárias, entrariam em confronto com a sua

perspectiva epistemológica. Para Mill, a lógica não seria uma ciência dedutiva e sim indutiva, pois ela, apesar de estabelecer regras gerais de como se deve conduzir o raciocínio, não postularia que os raciocínios partissem de conceitos abstratos no sentido formal do termo, mas sim de conceitos abstraídos da observação e formados por indução.

O que os princípios lógicos possuiriam, seguindo essa interpretação da filosofia de Mill, seria apenas um grau maior de generalidade empírica, sendo, portanto, aplicáveis a diferentes ciências. Dessa forma, um enunciado como o princípio da não contradição seria uma abstração empírica assim como o enunciado “todos os peixes nadam”, mas confirmado por um número maior de casos.

Eu considero que ele seja [o princípio da não contradição], assim como outros axiomas, uma das mais bem conhecidas generalizações a partir da experiência. O fundamento original dela, eu tomo como sendo que crença e não crença são dois estados mentais diferentes, um excluído do outro. (MILL, 1984, p. 138.)

Sigo Godden (2005), na tese de que para Mill a lógica não diferiria das outras ciências quanto à natureza de seus objetos, mas apenas quanto à regularidade asserida por suas regras. Enquanto cada ciência atribui uma determinada regularidade aos objetos que lhes são próprios, a lógica atribui uma determinada regularidade a todos os objetos, independentemente de qual ciência os estuda. O domínio da lógica seria maior que o das outras ciências, mas a natureza e o método (empírico) seriam os mesmos – a lógica seria uma espécie de “metaciência empírica”.

O psicologismo idealista

Para caracterizar o psicologismo idealista me baseei, assim como creio que tenha feito Frege, principalmente, na *Estética Transcendental* da *Crítica da Razão Pura* de Immanuel Kant. A mim interessou a proposta kantiana de enquadrar os juízos da matemática como sintéticos *a priori* e, assim, fundamentá-los nas formas puras da intuição. Do ponto de vista fregiano, o problema é com esta proposta a necessidade dos enunciados da matemática se assentaria sobre a maneira como a cognição humana se estrutura, o que atribui um caráter fenomenológico à objetividade da matemática, diferentemente do caráter realista almejado por Frege.

Kant em sua *Crítica da Razão Pura* procurou precisar os limites do que pode ser conhecido, através do ele chamou de “Filosofia Transcendental”. Nas palavras de Kant essa filosofia consiste em uma

investigação que: “[...] em geral se ocupa menos dos objetos, que do nosso modo de conhecê-los [...]” (KANT 2001, p. 53).

Do mesmo modo que Frege, Kant se preocupava com o caráter necessário e, portanto, objetivo da lógica e da matemática. Com a finalidade de abordar questões sobre a natureza da matemática e da física pura, Kant propõe a distinção entre juízos analíticos e juízos sintéticos, sendo os primeiros necessários e os segundos contingentes. Essa distinção tem suas raízes em outra mais antiga, a distinção entre juízos *a priori*, que seriam necessários, e juízos *a posteriori* que seriam contingentes.

A distinção entre juízos *a priori* e *a posteriori* havia sido adotada também por Leibniz, mas sob o nome de verdades da razão e verdades de fato. As verdades da razão seriam logicamente necessárias, ou seja, não poderiam ser negadas sem que se incorresse em contradição, enquanto as verdades de fato não tinham o mesmo impedimento.

A dicotomia entre verdades da razão e verdades de fato pode ser tratada ainda de outra forma. As verdades da razão seriam aquelas nas quais a razão ocupa-se de si mesma, enquanto as verdades de fato seriam aquelas nas quais algum tipo de recurso à experiência seria necessário para a determinação de seu valor de verdade.

Para Kant, a lógica poderia ser considerada necessária e estava no que ele chamou de “via segura da ciência”, dado seu caráter limitado e pelo fato de nela a razão ocupar-se apenas de si mesma, ou seja, não havia necessidade do recurso aos elementos empíricos para a determinação de seu valor de verdade. O filósofo ainda afirma que a lógica estava “pronta”³ desde sua gênese:

Desde Aristóteles, [a lógica] não ter[ia] dado um passo atrás, a não ser que se leve à conta de aperfeiçoamento a abolição de algumas sutilezas desnecessárias ou a determinação mais nítida do seu conteúdo, coisa que mais diz respeito à elegância do que a certeza da ciência. [Colchetes acrescentados por mim.] (KANT 2001, p. 15).

Kant define os juízos analíticos como aqueles em que o predicado por análise é extraído do sujeito, ou seja, o conceito presente no predicado deveria estar de algum modo contido no sujeito. Por esse motivo, os juízos analíticos também são chamados por ele de juízos explicativos, como no caso do juízo “Todo corpo é extenso”, posto que o conceito de extensão esteja contido no conceito de corpo e posto que fosse absurdo imaginar um corpo que não fosse extenso.

³ Frege considerava que a lógica de orientação aristotélica não estava “pronta” e propôs alterações que resultaram em um novo sistema lógico com capacidade expressiva superior. Esse novo sistema lógico se baseava em uma noção de “abstração” decorrente de uma visão funcional de linguagem baseada na distinção função/argumento.

Já os juízos sintéticos foram definidos como aqueles nos quais o predicado acrescenta algo ao sujeito; nessa categoria de juízos o predicado está totalmente fora do sujeito, mas ligado a ele. Essa categoria de juízos também foi denominada por ele de juízos extensivos. Os juízos sintéticos, diferentemente dos analíticos, informam-nos algo sobre o mundo e foram chamados pelo filósofo de ampliadores de nosso conhecimento, e.g., “Todos os corpos são pesados”, nesse caso o conceito de “ser pesado” não pertence ao conceito de “corpo físico” e não pode ser extraído do mesmo por análise.

Com a finalidade de garantir o caráter de necessidade e de objetividade da matemática, sem negar-lhe o papel de ampliadora do conhecimento, Kant rompe com a distinção exaustiva entre verdades da razão e verdades de fato, conhecimento *a priori* e conhecimento *a posteriori*, e introduz a nova categoria dos juízos sintéticos *a priori*. Essa nova categoria seria composta por juízos extensivos *a priori*, cujo caráter apriorístico não seria dado pelo fato de a razão ocupar-se de si mesma, como ocorre com os juízos analíticos, e sim por envolver formas puras da intuição, que seriam inerentes aos seres humanos. Tais juízos seriam informativos, nos diriam algo acerca do mundo, portanto sintéticos, todavia, não poderiam ser estabelecidos e nem falseados pela experiência, portanto *a priori*.

Para se compreender como Frege via a filosofia kantiana, no tocante à matemática, é importante se ter em mente a tese de que todo conhecimento se inicia com a experiência. Na *Estética Transcendental*, Kant diferencia as duas faculdades da razão teórica que são responsáveis pelo nosso conhecimento: a sensibilidade e o entendimento (2001, p.61). A primeira se ocuparia da parte sensível do nosso conhecimento, ou seja, sua tarefa seria a de receber o múltiplo da intuição que formaria o conteúdo de **todo** nosso conhecimento e a eles aplicar as formas puras da intuição de tempo e espaço. A segunda, o entendimento, seria responsável por organizar os conteúdos oriundos da sensibilidade, ou, como o próprio Kant disse, pensar os dados da sensibilidade.

Por intermédio, pois, da sensibilidade são-nos dados objetos e só ela nos fornece intuições; mas é o entendimento que pensa esses objetos e é dele que provêm os conceitos (KANT 2001, p. 61).

Nessa mesma seção, o filósofo afirma que todo conhecimento, inclusive o matemático, é relativo ao homem e sua cognição, como nas citações que se seguem:

Efetivamente, nada podemos ajuizar acerca das intuições de outros seres pensantes, nem saber se elas dependem das condições que limitam nossa intuição e são para **nós universalmente** válidas. (Grifo nosso) (KANT 2001, p. 68)

Essa passagem pode ser considerada o ponto de colisão entre as concepções de objetividade de Frege e Kant, o que é claro, determina suas respectivas visões sobre natureza da matemática. Esse trecho da *Estética* kantiana, confere um caráter estritamente fenomenológico à noção de “intuição” e restringe a objetividade da matemática às características da cognição humana. Nesse caso, a necessidade e, portanto, objetividade dos enunciados matemáticos, seria limitada e modelada pelas formas puras da intuição que são o tempo e o espaço.

Kant afirma que todas as proposições da matemática são sintéticas e apresenta como exemplo a seguinte proposição: “ $7+5=12$ ” e afirma que ela exprime a reunião de dois números por uma operação de síntese, a partir de dados da intuição, e o resultado dessa síntese é conceitualmente idêntico ao número doze. Para o autor da *Crítica da Razão Pura*, o que se tem com “ $7+5=12$ ” seria uma proposição sintética formada por um processo de construção, processo esse que poderia ser diferente para outros seres. Segundo Kant, descobre-se o número doze quando, auxiliados pela intuição, adiciona-se cinco e sete unidades.

A proposição aritmética é, pois, *sempre* sintética, do que nos compenetrarmos tanto mais nitidamente, quanto mais elevados forem os números que se escolherem, pois então se torna evidente que, fossem quais fossem as voltas que déssemos aos nossos conceitos, nunca poderíamos, sem recorrer à intuição, encontrar a soma pela simples análise desses conceitos. (Grifo nosso) (KANT 2001 p. 47).

Para Kant, as ideias de unidade e soma eram derivadas e ao mesmo tempo limitadas pelas duas formas puras da intuição, que são o tempo e o espaço. Para ele, o espaço seria a forma como se percebe o que nos é externo (2001, p. 63), enquanto o tempo seria a forma como se percebe o que é interno (2001, p. 64). Isso quer dizer que a intuição de espaço nos forneceria a noção de “unidade” a partir da percepção dos objetos empíricos, enquanto a intuição de tempo seria responsável por condicionar a percepção dos objetos empíricos numa sequência, daí a noção de sucessão.⁴

No caso da expressão “ $7+5=12$ ”, partiu-se da intuição específica do “sete” e foi-se acrescentando, uma a uma, cinco unidades até que se chegasse ao “doze”. As proposições matemáticas seriam, portanto, sintéticas, por se alcançar o resultado através da síntese de intuições, e *a priori*, por serem elas moldadas pelas formas puras da intuição.

Para concluir, do ponto de vista fregiano, o problema geral da proposta kantiana era o de que a matemática seria *a priori* por ser fundamentada nas formas puras da intuição, tempo e espaço, o que vai

⁴ As noções de “unidade” e “sucessão” são fundamentais para uma proposta de fundamentação da aritmética na época de Frege.

de encontro com a definição de objetividade proposta no § 26 do *Fundamentos*. Como consequência, a proposta kantiana acerca da objetividade da matemática é fenomenológica, enquanto a fregiana é realista. Além disso, a proposta kantiana separa matemática e lógica como distintas por natureza, enquanto a fregiana as unifica.

O formalismo logicista

A proposta fregiana consiste em encarar tanto a lógica quanto a aritmética em um sentido formal, o que chamei de “formalismo logicista”. Minha opção pelo termo “formalismo logicista” se deu por preferir um termo em português e a única ocorrência que encontrei de um batismo semelhante foi feita no artigo *Frege in Semantics* de Richard Heck (2007, p. 40). O comentador utiliza o termo “meaningful formalism”, em português “formalismo com significado”.

Contudo, o termo “formalismo com significado” pode conduzir a uma interpretação subjetiva em virtude dos usos da palavra “significado” em língua portuguesa, e assim, ir justamente contra a pretensão fregiana para o termo. Dessa forma, optei por usar “logicista” em virtude de ser um termo já pacificado para uso aplicado à concepção filosófica fregiana e à sua definição de número. A outra concepção do que seja uma teoria formal chamarei daqui em diante de “formalismo puro” e é aquela segundo a qual os símbolos matemáticos não designam nada independente deles próprios.

Cumprê destacar a importante observação feita por Paulo Alcoforado em sua introdução à sua tradução da *Conceitografia*. Segundo Alcoforado, o formalismo criticado por Frege não deve ser confundido com formalismo hilbertiano, de formulação posterior. O formalismo criticado pelo filósofo é o de Heine, Thomae e Ballue e trata-se da concepção segundo a qual a matemática se resume a um conjunto de símbolos carentes de conteúdo e manipulados de acordo com determinadas regras. (ALCORFORADO. 2018, p. 19, nota de rodapé 34).

Essas propostas formalistas aparecem no *Fundamentos* como propostas a serem rechaçadas ao lado das psicologistas, uma vez que elas não possuem compromisso ontológico, e conseqüentemente, não possuem o caráter realista desejado por Frege. Ao tema do formalismo, Frege dirige um texto específico chamado *Teorias Formais da Aritmética* (1885), publicado um ano após o *Fundamentos*, no qual ele diferencia

sua posição da de outros autores da época acerca da compreensão do que se deve entender por “teoria formal”.

É importante destacar que tanto no *Fundamentos*, quanto no *Teorias Formais*, Frege não chama sua concepção de “formalismo”, mas ela é delineada a partir de sua definição de número e das críticas que faz às propostas de fundamentação da matemática com as quais não concorda. Em *Teorias Formais* Frege apresenta duas concepções do que seja uma teoria formal uma com a qual concorda e outra que pretende refutar (FREGE. 1984, 94). Uma na qual os símbolos matemáticos não significam nada além de si próprios e outra na qual os símbolos matemáticos apresentam conteúdos independentes dos símbolos que os exprimem. O filósofo endossa a segunda concepção.

Se repararmos bem, a discussão acerca do formalismo envolve tanto o tratamento de questões relativas ao estatuto ontológico da matemática e da lógica, quanto a correta maneira de se empreender investigações acerca de seus objetos, o que faz com que esse assunto esteja além do escopo do artigo “*Teorias Formais*”. Assim, julgo que a discussão acerca do formalismo é uma discussão acerca da noção de “objetividade”, e, portanto, da definição apresentada no § 26 do *Fundamentos*.

Na verdade, ao considerar a discussão sobre o formalismo como uma discussão sobre o tema da “objetividade”, então constata-se que ela permeia toda a obra de Frege. Da fase final de sua carreira destaca-se *O Pensamento, uma Investigação Lógica*, um ensaio no qual o autor discorre sobre a natureza da lógica, sua conexão com a noção de “verdade” e seu lugar entre as outras áreas do conhecimento. Já da fase inicial destaca o *Fundamentos*, pois nele Frege apresenta sua concepção formal acerca da natureza dos objetos matemáticos.

Frege abre o artigo dizendo querer considerar duas perspectivas em que a noção de “teoria formal” figura. A primeira, subscreve que a matemática é um conjunto de símbolos e regras sem compromisso ontológico, como apontado no parágrafo anterior. Para Frege essa noção de formalismo é inadequada por defender que os símbolos matemáticos não designam um conteúdo conceitual, mas o que se pretende dizer é o próprio símbolo, por exemplo: o símbolo 2, não designaria o número dois, mas ele próprio – haveria um colapso entre o signo e aquilo que ele deveria exprimir. Para o filósofo, a partir desse ponto de vista seria mais adequado usar o termo “figura”, por ela própria mostrar aquilo que se pretende figurar, ao invés de “símbolo”, pois esse deve ter a função de representar um conteúdo conceitual determinado e logicamente anterior. (FREGE, 1984, 97). No *Fundamentos* ele diz:

Pode-se decerto empregar os sinais mecanicamente; da mesma maneira que se pode falar como um papagaio; mas isto dificilmente poderia ser chamado de pensamento. Pode apenas acontecer que; depois de construída a linguagem simbólica por meio do pensamento efetivo, ela o seja de tal maneira, que passe, por assim dizer, a pensar por nós. (FREGE. 1989, p. 200)

Já de acordo com o segundo tipo de formalismo, o logicista, todas as proposições da aritmética devem ser derivadas através das definições e por meios puramente lógicos (FREGE, 1984, 94). Segundo o autor, em virtude de sua natureza formal, a fundamentação da matemática deve seguir um caminho diferente do da geometria, em especial porque a segunda expressa especificidades daquilo que é espacial, enquanto o domínio da primeira é muito mais amplo, é o domínio do contável, o que inclui além do que é espacial, tudo o que é pensável, como teoremas e números. (FREGE. 94 e 95, 1984). Na carta ao Marty, Frege diz:

Considero um dos grandes méritos de Kant ter reconhecido as proposições da geometria como juízos sintéticos, mas não posso permitir o mesmo no caso da aritmética. Os dois casos são bem diferentes. O campo da geometria é o campo da possível intuição espacial; aritmética não reconhece tal limitação. Tudo é enumerável, não apenas o que é justaposto no espaço, não apenas o que é sucessivo no tempo, não apenas fenômenos externos, mas também processos mentais internos e eventos e até mesmo conceitos, que não são dados nem no tempo e nem no espaço, mas apenas em relações lógicas uns com os outros. A única barreira à enumerabilidade só pode ser encontrada na imperfeição dos conceitos.⁵ (Carta a Marty, 1980, p. 100)

É central para o projeto logicista fregiano que a aritmética, concebida como o domínio do contável, passe a ser o ramo do conhecimento detentor das regras mais gerais de descrição da realidade de que se dispõe. Ao sustentar as regras da aritmética como as mais gerais, conclui-se que elas devem ser equivalentes a regras lógicas, ou que poderiam ser reduzidas a elas. Essa é a tese central do logicismo: a aritmética é um desdobramento da lógica, nas palavras de Frege: “nenhuma fronteira precisa pode ser traçada entre lógica e aritmética. Consideradas de um ponto de vista lógico, ambas em conjunto constituem uma ciência unificada”⁶ (FREGE. 1984, 95).

Para Frege, tanto as regras da lógica quanto as da aritmética são formais, mas dotadas de conteúdo no sentido de designarem algo diferente dos símbolos que as exprimem e, conseqüentemente, possuem

⁵ Tradução minha do original: I regard it as one of Kant's great merits to have recognized the propositions of geometry as synthetic judgements, but I cannot allow him the same in the case of arithmetic. The two cases are anyway quite different. The field of geometry is the field of possible spatial intuition; arithmetic recognizes no such limitation. Everything is enumerable, not just what is juxtaposed in space, not just what is successive in time, not just external phenomena, but also inner mental processes and events and even concepts, which stand neither in temporal nor in spatial but only in logical relations to one another. The only barrier to enumerability is to be found in the imperfection of concepts.

⁶ Tradução minha do original: no sharp boundary can be drawn between logic and arithmetic. Considered from a scientific point of view, both together constitute a unified Science.

potencial para a ampliação do conhecimento. Esse potencial de ampliação do conhecimento se funda no papel que um tipo particular de proposição, as definições, exercem no contexto da proposta formalista fregeana. Para o filósofo, a fundamentação da matemática se necessita apenas de definições e leis da lógica. Dessa forma, o filósofo defende que a aritmética não é sintética *a priori*, como supunha Kant, mas analítica e informativa. Nas palavras de Frege: “Se essa teoria formal for correta, então **a lógica não pode ser tão estéril** quanto parece a uma análise superficial – uma aparência da qual os próprios lógicos devem ser apontados como culpados”⁷ (FREGE. 1984, 95, grifo meu).

Além disso, pode-se abordar a não dissociabilidade entre a lógica e a aritmética através da definição tradicional de lógica como a de ser responsável pelas leis gerais do pensamento e assim a matemática se reduziria à lógica, uma vez que o domínio do contável rege tudo aquilo que pode ser pensado.

Aqui é importante destacar o significado do termo “pensamento”. Para Frege, o termo “pensamento” ou “razão” não deve ser entendido em um sentido psicológico, mas em um sentido formal. O filósofo esclarece essa questão acerca do sentido do termo pensamento em um texto do final de sua trajetória, em *O Pensamento, uma Investigação Lógica*. Lá, o pensador alemão diz que, embora possam ser definidas como leis gerais do pensamento, as regras que regem a lógica não são leis gerais do funcionamento da cognição e afirma que se deve diferenciar nitidamente entre as *leis do pensamento*, ou da lógica, e as *leis do pensar*, ou da psicologia. (FREGE. P. 11).

É interessante notar nessa passagem de *O Pensamento, uma Investigação Lógica* que Frege introduz sua posição de forma negativa, uma vez que define as leis do pensar como as leis gerais do funcionamento da cognição, a ser tratada através de uma ciência empírica; contudo para as leis do pensamento, que são justamente as leis da lógica, não há uma definição.

Embora Frege não forneça uma definição de lógica, na *Conceitografia* ele aponta como característico desse tipo de lei a propriedade de transcender todas as particularidades (2018, p. 17). Além disso, na mesma passagem, ele afirma que interessa ao lógico apenas aquilo que possa ser relevante para o processo inferencial. Dessa forma, pode-se caracterizar as leis do pensamento como as leis dos processos de inferência, entendida como as regras mais gerais de estruturação de uma linguagem com pretensão de verdade.

⁷ Tradução minha do original: “If this formal theory is correct, then logic cannot be as barren as it may appear upon superficial examination - an appearance for which logicians themselves must be assigned part of the blame.”

Sendo a lógica composta pelas leis gerais dos processos de inferência, surge a necessidade de uma linguagem que exprima essas relações inferenciais e, conseqüentemente, as condições de verdade, daí a conceitografia fregiana. Tomando essa linguagem como instrumento, através de uma análise lógica seria possível explicitar relações e construir conceitos por meios puramente formais sem o recurso a qualquer noção de intuição, que era justamente como Frege concebia as relações entre os conceitos matemáticos e como ele definiu objetividade no §26 do *Fundamentos*. Nas palavras de Ruffino:

O projeto de uma linguagem de pensamento puro estava, desde o início, ligado ao projeto de Frege de tornar evidente a natureza lógica da aritmética. Foi a necessidade de mostrar que as proposições aritméticas não precisam de outra justificativa que não as leis gerais da lógica e que os conceitos envolvidos na aritmética eram redutíveis às noções lógicas que primeiro motivaram Frege. Ou, mais precisamente, o objetivo principal de Frege é verificar até onde a derivação das leis mais gerais da aritmética pode ir sem exigir a introdução de princípios sintéticos [no caso kantiano as intuições puras de tempo e espaço].⁸ (Colchetes acrescentados por mim) (RUFFINO. 1998, p. 76.)

De volta ao *Teorias Formais*, em 95, Frege reforça a não dissociabilidade entre lógica e aritmética ao dizer que não há algo que se possa chamar de modo de inferência próprio da aritmética que não possa ser reduzido a um modo de inferência lógico. O filósofo acredita que, caso se suponha um modo de inferência matemático que não seja redutível a um lógico é porque se adotou bases conceituais incorretas, que de acordo com ele são duas: (i) intuição espacial, pois dessa forma a noção de “unidade” seria reduzida a de “espaço”, e assim, a aritmética seria redutível à geometria e (ii) observação empírica, pois a aplicabilidade da aritmética iria além do que é observável.

É interessante notar que essas duas bases conceituais consideradas incorretas por Frege no *Teorias Formais* são justamente as duas vertentes que apontei como psicologistas e que figuram no *Fundamentos*, como apresentei anteriormente. Assim, (i) diz respeito ao psicologismo idealista, especialmente a proposta kantiana de se assentar a aritmética nas formas puras da sensibilidade, a noção de “unidade” na intuição pura de espaço e a noção de “sucessão” da intuição pura de tempo; e (ii), por sua vez, concerne ao psicologismo empirista, em particular a proposta de Mill, de que as regras da aritmética são em última instância generalizações a partir de abstrações empíricas; e de que a lógica, que ele chamou de a “arte do raciocínio”, dependa de uma “ciência do raciocínio”.

⁸ Tradução minha do original: The project of a language of pure thought was, from the beginning, connected with Frege's project of making evident the logical nature of arithmetic. It was the need for showing that arithmetical statements need no other justification than the general laws of logic and that the concepts involved in arithmetic were reducible to logical notions that first motivated Frege. Or, more precisely, Frege's primary goal is to check how far the derivation of the most general laws of arithmetic can go without requiring the introduction of synthetic principles.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo procurei apresentar o que entendi ser as três posições com as quais Frege não concordava acerca da natureza da lógica e da matemática, que são: o psicologismo empirista, o psicologismo idealista e o formalismo puro. Julgo que a compreensão dessas correntes teóricas acerca da matemática e da lógica lança luz sobre o pensamento fregiano, pois entender como Frege compreendeu essas teorias é também compreender a própria concepção fregiana acerca da natureza da lógica, da matemática e da noção de objetividade por ele defendida. Para Frege a noção de “objetividade” que subjaz a lógica e matemática é formal e realista.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FREGE, Gottlob. *Conceitografia*. Tradução de Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte e Guilherme Wyllie. Rio de Janeiro: PPGFIL-UFRRJ, 2018.

_____, Gottlob. O Pensamento, uma Investigação Lógica. *Investigações Lógicas*. Tradução de Paulo Alcoforado. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

_____, Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética*. Tradução de Luiz Henrique dos Santos. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1989.

_____, Gottlob. *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Translated by Hans Kaal. Chicago: Basil Blackwell, 1980.

_____, Gottlob. *Collected Papers on Mathematics, logic, and philosophy*. Ed. Brian McGuinness. Translated Max Black, V. H. Dudman, Peter Geach, Hans Kaal, E. H. Kluge, Brian MacGuinness, and R. H. Stoothoff. Oxford, New York: Basil Blackwell, 1984.

GODDEN, David. Psychologism in Logic of John Stuart Mill: Mill on the Subject Matter and Foundations of Ratiocinative Logic. *History and Philosophy of Logic*. ISSN 0144-5340. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01445340412331332809>. Acesso em 21 set. 2022.

HECK, Richard. Frege and semantics. *Grazer Philosophische Studien* 75 (1):27-63 2007

KANT, Immanuel. *Crítica da Razão Pura*. Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. Lisboa: Editora da Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

MAIONE, Vinícius R. *A noção fregeana de “objeto abstrato” e crítica ao psicologismo*. 2009. Dissertação (mestrado). Faculdade de Filosofia, Universidade Federal de Goiás, Goiânia. 2009.

MILL, John Stuart. *Sistema de Lógica*. João Marcos Coelho e Pablo Rubén Mariconda. Editora Abril Cultural: São Paulo, 1984.

PRADO, L. Lourenço. *John Stuart Mill e o psicologismo: o Sistem of Logic nas origens da filosofia contemporânea*. 2006. Tese (Doutorado). FFLCH-USP, São Paulo. 2006

RUFFINO, Marco. *The primacy of concepts and the priority of judgments in Frege's logicism*. *Grazer Philosophische Studien* 56 (1):73-90 1998.



MAIONE, Vinícius Rodrigues; AS CONCEPÇÕES FILOSÓFICAS INTERLOCUTORAS DO REALISMO DE GOTTLIB FREGE. *Kalagatos*, Fortaleza, vol.20, n.1, 2023, eK23015, p. 01-16.

Recebido: 12/2022

Aprovado: 01/2023