



## UM ESTUDO SOBRE OS SABERES PARA ENSINAR FRAÇÃO NO LIVRO “INICIANDO MATEMÁTICA MODERNA – VOL. 2”, DE ARY QUINTELLA E MANOEL JAIRO BEZERRA

A STUDY ON KNOWLEDGE FOR TEACH FRACTION IN THE BOOK “STARTING MODERN MATHEMATICS – VOL. 2”, BY ARY QUINTELLA AND MANOEL JAIRO BEZERRA

Jonathan Machado Domingues<sup>1</sup>

### RESUMO

O presente artigo é continuação de uma investigação iniciada em tempos de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina, que teve como objetivo investigar o papel dos acessórios para o ensino de fração, a partir da sistematização dos saberes para ensinar fração, nas obras do professor Manoel Jairo Bezerra, na década de 1950-1970. Para esta investigação, objetivou-se analisar os saberes para ensinar frações no livro *Iniciando a Matemática Moderna - Vol. 2*, publicado em 1969, com autoria de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra. Pontua-se que Quintella e Bezerra, atuaram como professores de Matemática e, ainda, exerceram outras funções no Instituto de Educação da Guanabara, atual Instituto Superior de Educação do Rio de Janeiro, considerado uma instituição de extrema relevância para o campo da História da Educação e História da Educação Matemática em relação ao ensino e formação inicial e continuada de professores. Por mais, Quintella e Bezerra possuíam uma *expertise* e reconhecimento entre seus pares, sendo convocados pelo Estado para participarem da reformulação de programas em múltiplos níveis de escolaridade. Diante do cenário exposto, registra-se que o livro didático em questão se encontrava em diálogo com os programas da Secretaria de Educação do Estado da Guanabara, atual Rio de Janeiro. Quintella e Bezerra (1969) recorreram às seguintes nomenclaturas para abordar os saberes a ensinar fração no livro didático, eles são: (i) dobro e metade; (ii) triplo e terça parte; (iii) quarta parte e fração um quarto; e (iv) quinta parte e fração um quinto. Sinaliza-se que a fonte privilegiada para o desenvolvimento deste artigo foi localizada no Centro de Memória do Instituto Superior de Educação do Rio de Janeiro (CM-ISERJ), em tempos da graduação em Pedagogia pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Neste sentido, essa investigação fundamentada na História Cultural e o referencial teórico metodológico utilizam os conceitos de: *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*. A questão norteadora deste artigo foi: Como se caracterizam os saberes para ensinar frações no livro didático elaborado por Quintella e Bezerra (1969)? Em linhas de síntese, identificaram-se vestígios de uma abordagem teórica das operações, neste caso, multiplicação (adição) e divisão (subtração), com um protagonismo na compreensão das propriedades estruturais dos conjuntos numéricos, ao referir as noções matemáticas tratadas neste artigo.

<sup>1</sup> Mestre em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (PPGECT-UFSC). Graduado em Pedagogia pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Graduando em Matemática pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Botafogo, Rio de Janeiro, Brasil. Av. Pasteur, 458 - Botafogo, Rio de Janeiro - RJ, 22290-255.

E-mail: [jonathandomingues18@gmail.com](mailto:jonathandomingues18@gmail.com)

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1065-5655>



**Palavras-chave:** História da educação matemática; Ensino Primário; Noções Matemáticas; Fração; Historiografia.

### ABSTRACT

This article is a continuation of an investigation initiated during the Master's Degree in Scientific and Technological Education at the Federal University of Santa Catarina, which aimed to investigate the role of accessories for teaching fractions, based on the systematization of knowledge to teach fractions, in the works of Professor Manoel Jairo Bezerra, in the 1950s and 1970s. For this investigation, the objective was to analyze the knowledge to teach fractions in the book *Starting Modern Mathematics - Vol. 2*, published in 1969, authored by Ary Quintella and Manoel Jairo Bezerra. It is pointed out that Quintella and Bezerra acted as Mathematics teachers and also performed other functions at the Instituto de Educação da Guanabara, currently the Instituto Superior de Educação do Rio de Janeiro, considered an extremely relevant institution for the field of History of Education and History of Mathematics Education in relation to teaching and initial and continuing teacher training. Furthermore, Quintella and Bezerra possessed expertise and recognition among their peers, being summoned by the State to participate in the reformulation of programs at multiple levels of education. Given the above scenario, it is noted that the textbook in question was in dialogue with the programs of the Secretary of Education of the State of Guanabara, currently Rio de Janeiro. Quintella and Bezerra (1969) resorted to the following nomenclatures to address the knowledge to teach fraction in the textbook, they are: (i) double and half; (ii) triple and third part; (iii) quarter and quarter fraction; and (iv) fifth part and fraction one fifth. It is noted that the privileged source for the development of this article was located in the Memory Center of the Higher Institute of Education of Rio de Janeiro (CM-ISERJ), in times of graduation in Pedagogy from the State University of Rio de Janeiro. In this sense, this investigation based on Cultural History and the methodological theoretical framework uses the concepts of: knowledge to teach and knowledge to be taught. The guiding question of this article was: How is the knowledge for teaching fractions characterized in the textbook prepared by Quintella and Bezerra (1969)? In lines of synthesis, traces of a theoretical approach to operations were identified, in this case, multiplication (addition) and division (subtraction), with a leading role in understanding the structural properties of numerical sets, referring to the mathematical notions dealt with in this article.

**Keyword:** History of Mathematics Education; Primary school; Mathematical notions; Fraction; Historiography.

### Considerações Iniciais

O presente artigo tem o objetivo de analisar os *saberes para ensinar* frações no livro *Iniciando a Matemática Moderna - Vol. 2*, publicado em 1969, com autoria de Ary Quintella<sup>2</sup> e Manoel Jairo Bezerra<sup>3</sup>. Desta forma, teve-se como pergunta de pesquisa:

<sup>2</sup>Ary Norton de Murat Quintella (1906-1968) foi docente do Colégio Militar do Rio de Janeiro, Instituto de Educação do estado do Rio de Janeiro, na década de 1950-1960. Igualmente, para além de atuar como professor de Matemática foi um dos responsáveis pela organização e reformulação dos programas de Matemática para o curso comercial básico e técnico (VALENTE, 2007). Valente (2008) sinaliza que as vivências e práticas do professor Quintella rendeu que o mesmo integrasse o quadro de professor-autor da Companhia Editora Nacional, resultando, as produções ser caracterizadas como best-sellers no campo da educação.

<sup>3</sup>Manoel Jairo Bezerra (1902-2010) bacharel em Matemática, na Faculdade Nacional de Filosofia (1941-1943). Atuou como docente, entre outras funções, nas seguintes instituições: Instituto de Educação da Guanabara, Escola Normal Carmela Dutra, Colégio Pedro II, Ginásio Municipal Clóvis Monteiro, Colégio Naval, Colégio de Aplicação da Faculdade Nacional de Filosofia, Universidade Católica de Petrópolis,



Como se caracterizam os saberes para ensinar frações no livro didático elaborado por Quintella e Bezerra (1969)?

A fonte privilegiada dialoga com a vaga pedagógica intitulada Movimento da Matemática Moderna. Spitzer (1970) sinaliza a existência de vestígios dessa nova matemática nos programas de ensino a partir do ano de 1957. É possível caracterizá-la a partir da inserção de maior quantidade de conteúdo do que se fazia presente, dando-se ênfase aos saberes direcionados para a estrutura matemática de operações e conceitos.

Em relação à Matemática Moderna que se fazia presente na escola elementar, havia a possibilidade de os estudantes adquirirem conhecimentos matemáticos e habilidades, intercalando-se aos procedimentos que iriam impulsionar à compreensão e assimilação de um determinado saber matemático. Em contrapartida, Spitzer (1970) aponta a desvantagem em realizar a assimilação com elementos abstratos apresentados por meio verbal, sendo uma forma tradicional de apresentação de um saber matemático.

Dessa maneira, Spitzer (1970) aponta que as rubricas que detinham certo protagonismo no Movimento da Matemática Moderna eram aquelas que sofreram adaptações em nível de Ensino Médio (Álgebra e Geometria) e a Matemática Universitária (Teoria dos Números)<sup>4</sup>. Doravante, Spitzer (1970) afirma haver um destaque nos ensinamentos de estrutura matemática<sup>5</sup>, nos conceitos e princípios que são direcionados à prática da utilização de métodos que se assemelham nos moldes matemáticos clássicos de apresentação com uma linguagem precisa, termos bem contextualizados e definidos, a presença da dedução, entre outras características que poderiam ser elencadas.

Neste sentido, Choppin (2004) afirma que os livros didáticos “[...] tendem a colocar em prática os métodos de aprendizagens, atividades, exercícios, facilitando a memorização e favorecendo a aquisição de competências e habilidades” (p. 533). Dito isso, ao realizar uma análise do livro *Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2* (QUINTELLA; BEZERRA, 1969), é possibilitada uma compreensão de como se

---

entre outras. Bezerra foi designado por meio do Estado para algumas funções: fez parte do grupo de trabalho que reorganizou o Ensino Médio nas escolas do estado da Guanabara, exerceu o cargo de diretor do Ensino Normal na Guanabara, entre outras designações. Registra-se que, o professor Bezerra foi catedrático no Instituto de Educação da Guanabara no Curso Normal e na cadeira de Metodologia de Ensino (DOMINGUES; FRANÇA, 2020).

<sup>4</sup> Para maiores informações, acessar: SILVA; VALENTE (2013).

<sup>5</sup> Para maiores informações, acessar: DOMINGUES; CORADINI (2022).



encontravam presentes os *saberes a ensinar* e os *saberes para ensinar* fração na escola primária.

Hofstetter e Schneuwly (2017) consideram como *saberes a ensinar* aqueles “[...] saberes que são os objetos do seu trabalho”, neste caso, do professor de matemática. Neste artigo se consideram aqueles saberes que se encontram ancorados ao campo disciplinar. Em contrapartida, os *saberes para ensinar* são vistos como “[...] as ferramentas de trabalho” (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 137). Assim, são provindos e possuem gênese nos elementos basilares dos saberes profissionais que se encontram em diálogo com a forma didática que o professor coloca em prática.

Com a finalidade de elucidar os *saberes para ensinar* visto na produção de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra, denominado "Iniciando a Matemática Moderna - Vol. 2", publicado em 1969, analisou-se as noções matemáticas: **dobro-metade a quádruplo-quinta parte**, que se encontram presentes no livro didático, uma vez que a fonte privilegiada em questão “[...] tendem a colocar em prática os métodos de aprendizagens, atividades, exercícios, facilitando a memorização e favorecendo a aquisição de competências e habilidades” (CHOPPIN, 2004, p. 533).

Choppin (2004) pontua que:

O livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações. (CHOPPIN, 2004, p. 533).

Dito isso, corrobora-se com Valente (2018) na compreensão da utilização de uma pesquisa no campo da História da Educação Matemática, tendo como materialidade histórica o livro didático, pois acaba possibilitando ao pesquisador que se encontra responsável pela elaboração de uma narrativa histórica, de uma operação historiográfica, como sinaliza De Certeau (2017), identificar vestígios das rubricas que os estudantes iriam estudar, intercalando-se com as orientações metodológicas e didáticas de um determinado espaço e tempo.

Em síntese, este texto tem o intuito de responder a seguinte questão norteadora: Como se caracterizam os saberes para ensinar frações no livro didático elaborado por Quintella e Bezerra (1969)? Este artigo se apresenta com a seguinte estrutura, para além das considerações iniciais aqui apresentadas: conhecendo o livro didático desenvolvido



por Quintella e Bezerra (1969), o qual é considerado como fonte privilegiada para o desenvolvimento desta narrativa histórica; em seguida, é apresentada a análise e resultado, findando-se com as considerações finais.

### **Conhecendo o livro didático**

Essa investigação se justifica em virtude de uma pesquisa inicializada no ano de 2020, em tempos de Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT), na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), que teve o objetivo de investigar o papel dos acessórios para o ensino de fração, a partir da sistematização dos saberes para ensinar fração, nas obras<sup>6</sup> do professor Manoel Jairo Bezerra, na década de 1950-1970 (DOMINGUES, 2022).

Dessa maneira, a partir da dissertação desenvolvida por Domingues (2022), conclui-se que os acessórios para o ensino de fração possuem a finalidade de potencializar os significados das relações entre frações e o concreto, além de proporcionar a motivação dos alunos no engajamento da atividade de ensino.

Nesta direção, a partir da localização da obra *Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2*, em seu formato físico, e compreendendo a relevância da temática sinalizada, optou-se por alargar as investigações iniciadas em tempos outrora, em virtude da relevância para o ensino e aprendizagem, intercalando-se aos estudos de frações que os pesquisadores do campo da História da Educação Matemática vêm realizando.

O livro *Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2*, de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra era direcionado ao curso elementar, publicado pela Companhia Editora Nacional<sup>7</sup>. A fonte privilegiada em questão tem a finalidade de, desde a Escola Primária, “[...] familiarizar os alunos com o vocabulário e os símbolos usados na Matemática Moderna e prepará-los para que, ao chegar à Escola de Nível Médio, não sofram o impacto desta nova orientação do ensino da Matemática” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 5).

---

<sup>6</sup> As obras utilizadas foram as seguintes: Didática Especial da Matemática (BEZERRA, 1958); Apostilas de Didática Especial de Matemática (BEZERRA, 1959); O Material Didático no Ensino da Matemática (BEZERRA, 1962a); Guia Metodológico do Caderno MEC - Matemática (BEZERRA, 1970), o livro Caderno MEC- Aritmética (BEZERRA, 1968), o artigo publicado na Revista de Ensino (BEZERRA, 1962c); e a Patente-Modelo de Utilização do Blocofração (BEZERRA, 1964) de autoria de Manoel Jairo Bezerra.

<sup>7</sup> Para maiores informações, acessar: VALENTE (2019).



No prefácio, os autores da obra sinalizam que, na década de 1960, os conteúdos que se encontravam presentes nos programas tradicionais eram predominantes no ensino secundário brasileiro. Ademais, Quintella e Bezerra (1969) basearam-se nos programas da Secretaria de Educação do Estado da Guanabara.

Doravante, sinaliza-se que os conteúdos matemáticos que compõem o livro didático eram formulados inicialmente, em cada saber, a apresentação das informações basilares de cada conteúdo para, em seguida, haver a mobilização de exercícios com o intuito de “[...] esclarecer os ensinamentos ministrados” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 3).

Os assuntos que são abordados nesta obra são:

**Quadro 1:** Assuntos abordados no livro: Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2

ASSUNTOS	PÁGINAS
1. Conjunto e Formas Geométricas	9
2. Correspondência biunívoca	10
3. Vocabulário	11
4. Correspondência	13
5. Ordinais	14
6. Relações: igual, maior e menor	17
7. Par de elementos	22
8. Contagem	23
9. União de conjuntos	27
10. Subtração	31
11. Contagem	36
12. Escrita ideográfica	41
13. Composição e decomposição	47
14. Contagem	50
15. Adição	52
16. Subtração	54
17. Sucessões	59
18. Multiplicação	62
19. Divisão	67
20. Multiplicação e divisão em que um dos termos é 1 ou 0	88
21. Tábua de multiplicação e divisão	90
22. Números pares e ímpares	92
23. Ordinais até vigésimo	93
24. Adição e subtração	97
25. Multiplicação e divisão	102
26. Contagem	106
27. Sistema monetário brasileiro	108
28. Sistema legal das unidades de medir	113
29. Operações fundamentais	116
30. Geometria	120
31. Medida de tempo	125

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Quintella e Bezerra, 1969.



A partir do Quadro 1, identifica-se que os saberes que seriam apresentados inicialmente, seriam conjunto e formas geométricas. Dito isso, para haver o prosseguimento de ensino e aprendizagem, o aluno deveria assimilar esses saberes, para assim, haver a continuação de sua formação. Frisa-se que, para o ensino de fração, partindo-se da materialidade histórica em questão, Quintella e Bezerra (1969) focaliza o ensinamento partindo do entendimento já adquirido a respeito de conjuntos e formas geométricas.

Dessa maneira, atenta-se que o referido livro se encontra inserido na seguinte vaga pedagógica: Movimento da Matemática Moderna. Ademais, pontua-se que o livro desenvolvido por Quintella e Bezerra (1969) possui indícios desta vaga pedagógica, em virtude de possuir, para além da inserção da Teoria dos Conjuntos, conforme pontuam França e Duarte (2017), em relação à união e diálogo dos conteúdos matemáticos, intercalando-se ao fato de que os matemáticos tinham pretensão de constituir uma Matemática com utilização axiomática e dedutiva, como pode ser melhor visto em Domingues e Coradini (2022).

Doravante, o livro em questão inicia como já mencionado anteriormente, com a Teoria do Conjunto. Destarte, não existe uma focalização na temática em si, em razão de haver uma predominância no Vol. 1, que tinha como objetivo o assunto de conjuntos, visando dar a ideia do saber em questão, assim como fazer com que a criança reconheça um conjunto e, ainda, se ter a identificação dos elementos que compõem um conjunto (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967). No prosseguimento, chega-se ao assunto de subconjuntos, a fim de que haja preparação das crianças para as quatro operações fundamentais matemáticas, a saber: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Por mais, outro assunto que poderia ser elencado, e que foi tratado no Vol. 1, é o tema de subconjuntos e equações, nos quais se havia direcionamento para o emprego dos números em cores e números quadrados, para fixar as combinações fundamentais de adição (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967).

Assim, para este artigo, em virtude da pesquisa inicializada em tempos de mestrado, como sinalizado anteriormente, houve uma delimitação na temática de fração, especificamente no tocante às seguintes noções matemáticas, as quais foram identificadas no livro (Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2) em análise, elas são: dobro e metade, até quádruplo e quinta parte, não havendo como assunto específico posto no programa,



mas se encontra inserido na parte de divisão, abordada após a abordagem do seguinte conteúdo: sucessões.

Assim, esperava-se que o estudante possuísse uma assimilação nas operações aritméticas a respeito das sucessões, para se abordar as noções matemáticas sinalizadas anteriormente, num viés de equivalência. No próximo tópico será apresentada a análise e o resultado da respectiva pesquisa.

### **Análise e resultado**

O ensino de fração é tratado pelos autores após apresentarem as operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), além da rubrica de sucessões. As noções matemáticas que são abordadas por Quintella e Bezerra (1969) são dobro e metade; triplo e terça parte; quarto e quarta parte; quádruplo e quinta parte, com o seguinte objetivo: “[...] fixar os conceitos dos multiplicativos e dos fracionários, com seus respectivos símbolos” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 06).

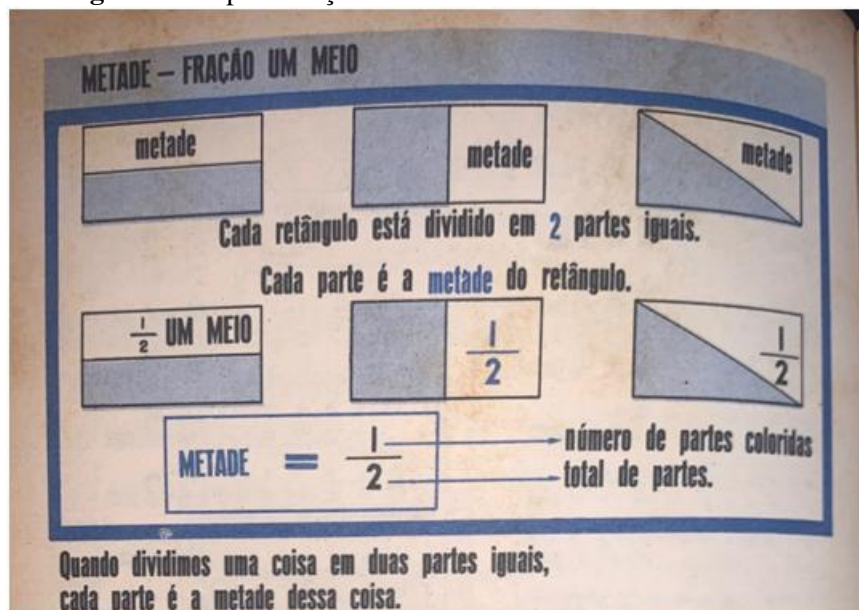
Ao ser solicitado para os estudantes que resolvam as questões do assunto de *Metade – fração um meio*, esperava-se que o professor já tivesse apresentado as noções básicas da temática do respectivo artigo, especificamente a respeito dos seguintes conceitos: unidade, numerador e denominador, uma vez que Quintella e Bezerra (1969) sinalizam que o professor deveria ter realizado a exposição “[...] de forma concreta, a noção de metade, passando, então a mostrá-la semiconcretamente, através de figuras geométricas, conduzindo o aluno a representar metade pela fração um meio” (p. 76).

Assim, a Figura 1 demonstra um exemplo didático e metodológico na perspectiva de semiconcretamente, na perspectiva de Quintella e Bezerra (1969). Sinaliza-se que, em relação às figuras geométricas, deveria haver um cuidado para seleção, em virtude de haver a possibilidade de uma “[...] divisão em partes rigorosamente iguais” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 76).





**Figura 1:** Representação semiconcretamente de metade – meio



Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 76.

Valente (2017) afirma que os *saberes para ensinar*, neste estudo, referente ao ensino de fração “[...] levam-nos a todo um ferramental, a todos os utensílios que deverão ser mobilizados pelo futuro docente para cumprir o seu ofício de ensinar” (p. 216). Defende-se, neste artigo, que as figuras geométricas, intercalando-se com os acessórios de ensino, podendo até se exemplificar pelo acessório sistematizado por Manoel Jairo Bezerra, o Blocofração, conforme afirma o Domingues (2022), como *saberes para ensinar* fração.

Assim, Domingues (2022) afirma que: “[...] o Blocofração potencializa as relações entre frações e o concreto, a partir da gênese do concreto” (p. 89), materializando, assim, o todo que seria considerado como a unidade, para as partes, a saber: meios, quartos, oitavos, com intuito de se ter a comparação de fração que seria estabelecida pelas relações entre as mesmas. Desta forma, Quintella e Bezerra (1969) sinaliza um percurso teórico e didático a ser desenvolvido com a classe, em outras palavras, trabalhar de forma concreta, para, assim, se abordar de maneira semiconcretamente, por meio das figuras geométricas.

Após haver apresentação das noções básicas de fração (metade e meio) por um viés semiconcreto, intercalando-se na utilização de um exercício com algumas figuras



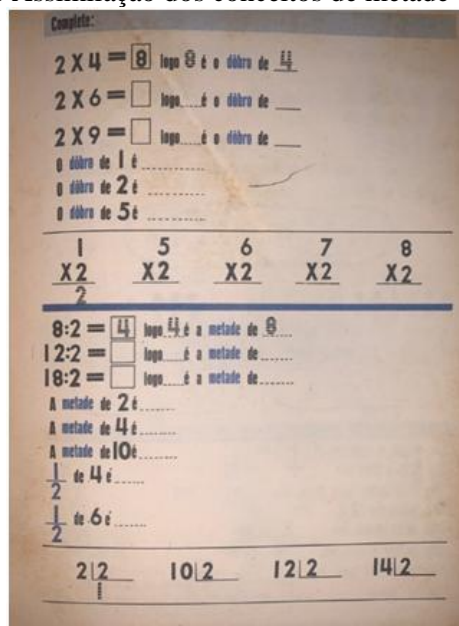
geométricas, como pode ser visto na Figura 2, verifica-se se ocorreu uma apropriação deste *saber a ensinar* e, em seguida, sugere-se a prática de algumas atividades, com o propósito de verificar se o estudante assimilou o seguinte saber a ensinar, especificamente os conceitos de dobro e metade “[...] por intermédio da multiplicação e divisão por 2” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 76) como demonstra a Figura 3, porém, a partir de aspectos abstratos, uma vez que, para chegar nesta etapa, recorreu-se à utilização do concreto e do semiconcreto.

**Figura 2:** Exercício de Assimilação dos conceitos de metade – meio com viés semiconcreto



Fonte Quintella; Bezerra, 1969, p. 76.

**Figura 3:** Exercício de Assimilação dos conceitos de metade – meio com viés abstrato



Fonte Quintella; Bezerra, 1969, p. 77.



O exercício de assimilação pode ser compreendido como uma espécie adaptada de estudo dirigido<sup>8</sup>, uma vez que:

[...] O professor procura determinar quais os esquemas de assimilação em que se fará a aprendizagem, e, por meio de uma situação-problema, provoca nos alunos a ativação desses esquemas, de modo que eles adquiram os conhecimentos necessários à compreensão do assunto que será ensinado (BEZERRA, 1970, p. 30).

Em seguida, após haver assimilação e compreensão dos conceitos meio e metade, Quintella e Bezerra (1969) abordam a noção de **meia dezena; meia dúzia e meio cento**, como demonstra a Figura 3, sendo possível identificar aspectos das propriedades estruturais da Teoria de Conjunto, especificamente em relação à constituição de subconjuntos.

Registra-se que, no Vol. 1, ao se tratar desse assunto, tinha-se, como objetivo, empregar números em cores e números quadrados, com o intuito de se ter a fixação das combinações fundamentais, restritamente à operação de adição.

Doravante, as noções matemáticas que deveriam ser apresentadas deveriam ser: (i) partições de um conjunto; e, (ii) resolução de equações (BEZERRA; QUINTELLA; SILVA, 1967). Assim, Quintella e Bezerra (1969) acabam a recorrer aos saberes apresentados e apropriados pelos discentes na série anterior, para se ter as aplicações da noção de metade nas seguintes categorias: (i) dezena; (ii) dúzia; (iii) cento; ou, (iv) centena.

---

<sup>8</sup> Para maiores informações, acessar: SANTANA (2021).



Figura 3: Noção de metade à dezena, dúzia, centro ou centena

Meia dezena. Meia dúzia. Meio cento.

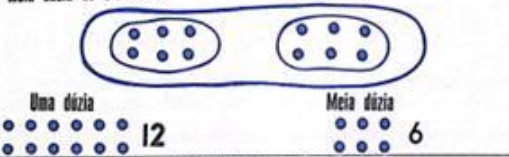
$\therefore \therefore \therefore$  A metade de uma dezena é meia dezena.

$\blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle$  A metade de 10 elementos é meia dezena de elementos.

$\blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle$

$5+5=10$  Meia dezena mais meia dezena é uma dezena.


Com o conjunto de uma dúzia de elementos podemos formar dois subconjuntos de meia dúzia de elementos.



Uma dúzia 12      Meia dúzia 6

A metade de 10 dezenas (100) é 5 dezenas (50).

A metade de uma centena (cento) é meia centena (meio cento).



50      50

Complete:

Uma dezena e meia =  $10+5=15$

Uma dúzia e meia =  $\dots + \dots = 18$

Meia dúzia menos meia dezena =  $\dots - \dots = 1$

Dois dúzias =  $2X = \dots$

Dois meias dúzias =  $\dots \times \dots = \dots$

Uma centena e meia =  $\dots + \dots = \dots$

Meio cento mais meia dúzia =  $\dots + \dots = \dots$

$\frac{1}{2}$  de 10 =  $\dots$        $\frac{1}{2}$  de 100 =  $\dots$

Fonte Quintella; Bezerra, 1969, p. 78.

Quintella e Bezerra (1969), ao tratarem a respeito da **meia dezena; meia dúzia e meio cento**, continuam numa perspectiva semiconcreto, além de abordar a fração da parte para o todo. Ademais, pode-se inferir que a forma de se ensinar e colocar em prática o saber a ensinar fração encontra-se emerso no ideário do Movimento da Matemática, uma vez que, com embasamento em Miorim (1998), é possível identificar vestígios de uma abordagem teórica das operações, que são, neste caso, multiplicação e divisão, com protagonismo na compreensão das propriedades estruturais dos conjuntos numéricos.

Identificou-se que os autores Quintella e Bezerra (1969), antes de adentrarem na **terça parte – fração um terço**, apresentaram exercícios semiconcretos, além da apresentação de um exemplo, o qual pode ser entendido, numa ótica concreta, como uma forma de preparar os estudantes para o desenvolvimento do seguinte assunto: **terça parte – fração um terço**, como demonstra a Figura 4.

Figura 4: Preparação para a noção de triplo e terça parte



Complete:

∴	$3 \times 1 = 3$	(∴)	$3 : 3 = 1$
∴∴	$3 \times 2 = \square$	(∴ ∴)	$6 : 3 = \square$
∴∴∴	$3 \times 3 = \square$	(∴ ∴ ∴)	$9 : 3 = \square$
∴∴∴∴	$3 \times 4 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴)	$12 : 3 = \square$
∴∴∴∴∴	$3 \times 5 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴ ∴)	$15 : 3 = \square$
∴∴∴∴∴∴	$3 \times 6 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴)	$18 : 3 = \square$
∴∴∴∴∴∴∴	$3 \times 7 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴)	$21 : 3 = \square$
∴∴∴∴∴∴∴∴	$3 \times 8 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴)	$24 : 3 = \square$
∴∴∴∴∴∴∴∴∴	$3 \times 9 = \square$	(∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴ ∴)	$27 : 3 = \square$

Você sabia que triplo quer dizer 3 vezes?  
 Você sabia que a terça parte de um número é esse número dividido por 3?

Maria  
 Lúcia

Lúcia tem o triplo do número de bolas de Maria.  
 Maria tem a terça parte do número de bolas de Lúcia.

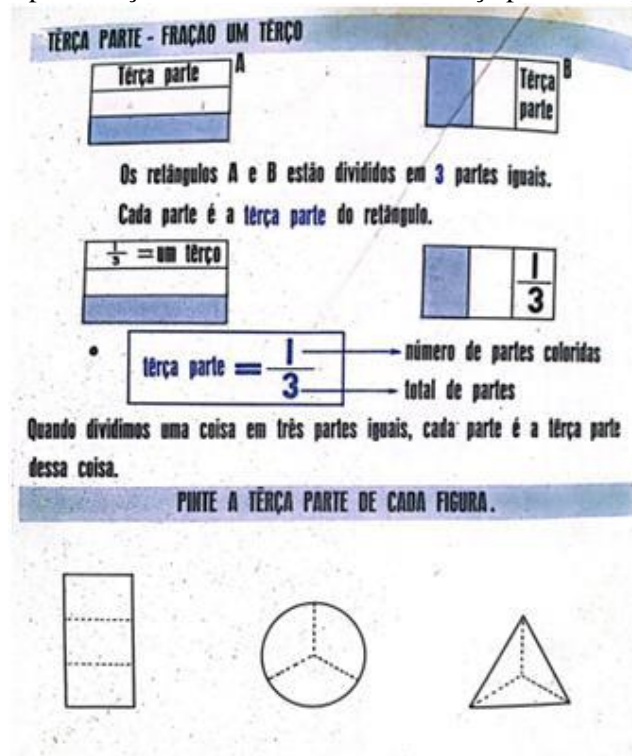
Fonte Quintella; Bezerra, 1969, p. 79.

Desta forma, após uma inicialização do assunto, Quintella e Bezerra (1969) abordam, em sua totalidade, a **terça parte – fração um terço**. No mesmo percurso sinalizado na **metade – fração um meio**, neste momento, também deveriam ser utilizados elementos didáticos e metodológicos considerados como ‘experiências semiconcretas’, como sinalizado anteriormente, recorrendo-se às figuras geométricas. Ademais, “[...] essa noção deve ser apresentada de forma análoga à noção de metade, com experiências concretas” (QUINTELLA; BEZERRA, 1969, p. 80).





**Figura 5:** Representação semiconcretamente de terça parte – fração um terço



Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 80.

Os autores acabam a sinalizar, novamente, num viés de preocupação acerca de recursos teóricos e didáticos utilizados pelos professores para ensiná-lo na rubrica de fração, uma vez que os saberes se encontram sendo ministrados do todo para a parte, as figuras geométricas devem ser divididas rigorosamente em partes iguais (congruentes), como pode ser visto na Figura 5.

Após a apresentação dos conceitos, identifiquei alguns exercícios, como sinalizado anteriormente, no formato de estudo dirigido para exercitar a compreensão de triplo e terça parte. Quintella e Bezerra (1969) defendem que a assimilação desse saber seria por meio da “[...] repetição de exercícios análogos” (p. 80), como demonstra a Figura 6.

**Figura 6:** Exercício de Assimilação dos conceitos de triplo e terça parte



**Jonathan Machado Domingues**

Um estudo sobre os saberes para ensinar fração no livro “Iniciando Matemática Moderna – vol. 2”, de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra

Complete:

$3 \times 2 = \boxed{6}$  logo 6 é o triplo de 2...

$3 \times 3 = \boxed{\quad}$  logo... é o triplo de...

$3 \times 5 = \boxed{\quad}$  logo... é o triplo de...

O triplo de 1 é.....

O triplo de 4 é.....

O triplo de 9 é.....

---

$\begin{array}{r} 1 \\ \times 3 \\ \hline 3 \end{array}$      $\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$      $\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$      $\begin{array}{r} 7 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$      $\begin{array}{r} 8 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$

---

$6 : 3 = \boxed{2}$  logo 2 é a terça parte de 6...

$9 : 3 = \boxed{\quad}$  logo... é a terça parte de...

$15 : 3 = \boxed{\quad}$  logo... é a terça parte de...

A terça parte de 3 é.....

A terça parte de 12 é.....

A terça parte de 18 é.....

$\frac{1}{3}$  de 6 é.....

$\frac{1}{3}$  de 9 é.....

---

$3 \overline{)3}$      $6 \overline{)3}$      $12 \overline{)3}$      $15 \overline{)3}$

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 81.

Assim como ocorreu na **terça parte – fração um terço**, ocorre o mesmo procedimento metodológico e didático ao que foi indicado anteriormente por Quintella e Bezerra (1969), como pode ser exemplificado a partir da Figura 7. Neste percurso, no que refere à **quarta parte – fração um quarto**, Quintella e Bezerra (1969) seguem a mesma trajetória de apresentação do saber a ensinar, primeiramente recorrendo a figuras geométricas com a intenção de abordar noções basilares de quarta parte e quádruplo. Assim, infere-se que o procedimento metodológico e didático é idêntico ao que foi apresentado na **metade – fração um meio**, e **terça parte – fração um terço**, como é possível observar na Figura 8, que encontra adiante.



Figura 7: Preparação para a noção de quarta parte e fração um quarto

Complete:

Pense em multiplicar por 4

1 Ouve Diz  $\frac{1}{4}$

Pense em multiplicar por 4

Ouve	Diz
2	8
3	12
4	16
5	20
6	24
7	28
8	32
9	36

Pense em dividir por 4

$\frac{1}{4}$  Ouve Diz 1

Pense em dividir por 4

Ouve	Diz
8	2
12	3
16	4
20	5
24	6
28	7
32	8
36	9

Você sabia que quádruplo quer dizer 4 vezes?  
 Você sabia que a quarta parte de um número é esse número dividido por 4?

Pedro

Paulo

Paulo tem o quádruplo do número de bolas de Pedro.  
 Pedro tem a quarta parte do número de bolas de Paulo.

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 82

Figura 8: Representação semiconcretamente de quarta parte e fração um quarto

QUARTA PARTE — FRAÇÃO UM QUARTO

A

Quarta parte

B

Quarta parte

Os retângulos A e B estão divididos em 4 partes iguais.  
Cada parte é a quarta parte do retângulo.

$\frac{1}{4}$  Um quarto

$\frac{1}{4}$

QUARTA PARTE =  $\frac{1}{4}$  — número de partes coloridas  
 ————— total de partes

Quando dividimos uma coisa em quatro partes iguais, cada parte é a quarta parte dessa coisa.

**PINTE A QUARTA PARTE DE CADA FIGURA.**

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 83





Neste mesmo percurso, há reflexos também nos exercícios de assimilação, que demonstram a presença de vestígios de equivalência de multiplicação e divisão com as operações de adição e subtração. Desta forma, na Figura 9 Quintella e Bezerra (1969) explicam que, após haver a explanação das noções básicas sobre **quarta parte e quádruplo**, o aluno resolveria um conjunto de exercícios para fixação dos referidos conceitos tratados.

**Figura 9:** Exercício de Assimilação dos conceitos de quarta parte e fração um quarto

Complete:

$4 \times 2 = 8$  logo, 8 é o quádruplo de 2

$4 \times 4 = \square$  logo, ... é o quádruplo de ...

$4 \times 9 = \square$  logo, ... é o quádruplo de ...

O quádruplo de 1 é .....

O quádruplo de 3 é .....

O quádruplo de 6 é .....

---

$\frac{1}{4}$      $\frac{3}{4}$      $\frac{5}{4}$      $\frac{7}{4}$      $\frac{8}{4}$

---

$8 : 4 = 2$  logo, 2 é a quarta parte de 8

$12 : 4 = \square$  logo, ... é a quarta parte de .....

$20 : 4 = \square$  logo, ... é a quarta parte de .....

A quarta parte de 4 é .....

A quarta parte de 16 é .....

A quarta parte de 28 é .....

$\frac{1}{4}$  de 8 é .....

$\frac{1}{4}$  de 12 é .....

---

$4|4$      $8|4$      $24|4$      $32|4$      $36|4$

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 84.

Assim como ocorreu antes da abordagem do assunto da terça parte – fração um terço e na quarta parte – fração um quarto, segundo Quintella e Bezerra (1969), é realizada uma apresentação simultânea das multiplicações e divisão por 5, o que proporciona inferir uma inversão das duas operações, e acaba-se direcionando às seguintes noções matemáticas, a saber: **quinta parte – quántuplo**, como pode ser demonstrado na Figura 10.



**Figura 10:** Apresentação das multiplicações e divisões por 5 que antecede o assunto quinta parte – fração um quinto

Complete:

**Máquina de multiplicar por 5**

Número Dado	Fração da Máquina	Resultado
1	$\times 5$	5

**Máquina de dividir por 5**

Número Dado	Fração da Máquina	Resultado
5	$: 5$	1

Número Dado	Fração da Máquina	Resultado
2	$\times 5$	<input type="text"/>
3	$\times 5$	<input type="text"/>
4	$\times 5$	<input type="text"/>
5	$\times 5$	<input type="text"/>
6	$\times 5$	<input type="text"/>
7	$\times 5$	<input type="text"/>
8	$\times 5$	<input type="text"/>
9	$\times 5$	<input type="text"/>

Número Dado	Fração da Máquina	Resultado
10	$: 5$	<input type="text"/>
15	$: 5$	<input type="text"/>
20	$: 5$	<input type="text"/>
25	$: 5$	<input type="text"/>
30	$: 5$	<input type="text"/>
35	$: 5$	<input type="text"/>
40	$: 5$	<input type="text"/>
45	$: 5$	<input type="text"/>

Você sabia que quintuplo quer dizer 5 vezes?  
 Você sabia que a quinta parte de um número é esse número dividido por 5?

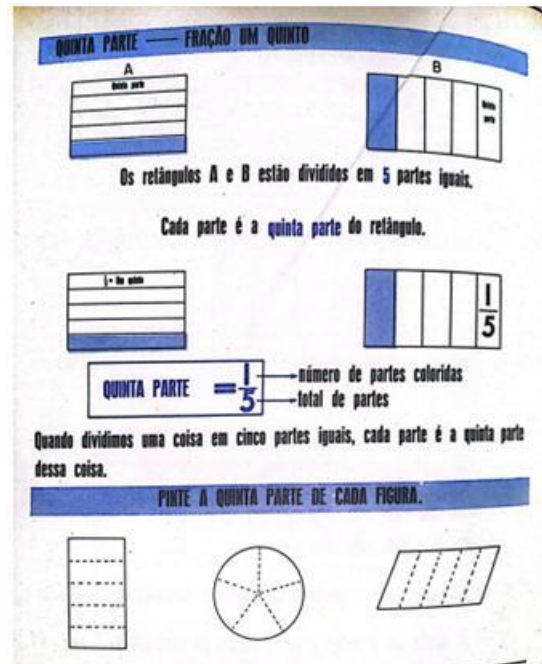
O conjunto da esquerda tem o quintuplo do número de elementos do conjunto da direita.  
 O conjunto da direita tem a quinta parte do número de elementos do conjunto da esquerda.

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 85.

Depois de haver a apresentação para a noção de **quinta parte – múltiplo**, Quintella e Bezerra (1969) seguem o mesmo processo metodológico e didático, em que deveria haver a concretização do conceito em questão, com a apresentação do símbolo de fração correspondente, como se observa na Figura 11. Em seguida, haveria a utilização de um modelo considerado por Quintella e Bezerra (1969) de análogo, o qual teria a finalidade de realizar o processo de verificação da assimilação e fixação, conforme realizado nos assuntos anteriores, que pode ser visto a partir da Figura 12.



Figura 11: Representação semiconcretamente de quinta parte e fração um quinto



Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 86.

Figura 12: Exercício de Assimilação dos conceitos de quinta parte e fração um quinto

Complete:

$5 \times 2 = 10$  logo  $10$  é o quíntuplo de  $2$   
 $5 \times 4 = \square$  logo  $\square$  é o quíntuplo de  $\square$   
 $5 \times 7 = \square$  logo  $\square$  é o quíntuplo de  $\square$

O quíntuplo de  $1$  é  $\square$   
 O quíntuplo de  $3$  é  $\square$   
 O quíntuplo de  $9$  é  $\square$

$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

---

$10 : 5 = 2$  logo  $2$  é a quinta parte de  $10$   
 $15 : 5 = \square$  logo  $\square$  é a quinta parte de  $\square$   
 $30 : 5 = \square$  logo  $\square$  é a quinta parte de  $\square$

A quinta parte de  $5$  é  $\square$   
 A quinta parte de  $25$  é  $\square$   
 A quinta parte de  $40$  é  $\square$

$\frac{1}{5}$  de  $10$  é  $\square$   
 $\frac{1}{5}$  de  $20$  é  $\square$

$5 \overline{) 5}$	$30 \overline{) 5}$	$35 \overline{) 5}$	$40 \overline{) 5}$	$45 \overline{) 5}$
--------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

Fonte: Quintella; Bezerra, 1969, p. 87.



Por fim, a partir da análise no livro *Iniciando a Matemática Moderna - Vol. 2* identificou-se, nas propostas de Quintella e Bezerra (1969) para o ensino de fração, aspectos teóricos nas operações matemáticas de multiplicação e divisão, com uma focalização no entendimento das propriedades estruturais da Teoria de Conjuntos, intercalando-se nos exercícios de assimilação, levantando-se como hipótese, uma espécie de estudo dirigido.

### **Considerações finais**

O presente artigo teve o objetivo de analisar os saberes para ensinar frações no livro *Iniciando a Matemática Moderna - Vol. 2*, publicado em 1969, com autoria de Ary Quintella e Manoel Jairo Bezerra, destinado para o ensino elementar. Desta forma, teve-se como pergunta de pesquisa: *Como se caracterizam os saberes para ensinar frações no livro didático elaborado por Quintella e Bezerra (1969)?*

As orientações didáticas pedagógicas propostas pelos autores da fonte privilegiada tinham uma sequência de ensino de apresentar primeiramente os saberes basilares, considerados como noções básicas para haver o progresso do ensino de forma concreta, para posteriormente serem tratados de maneira semiconcretamente, termo utilizado por Quintella e Bezerra (1969), que se encontrava exemplificado por meio das figuras geométricas, com o intuito de os estudantes realizarem as respectivas divisões.

Em relação às figuras geométricas utilizadas para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes em direção à compreensão das noções básicas de matemáticas abordadas ao longo deste artigo, deveriam ser figuras que permitam uma divisão em partes rigorosamente iguais, podendo ser contemplado o termo ‘congruência’.

Após essa sequência, haveria a apresentação de um conjunto de exercícios com a finalidade de confirmar a assimilação das noções básicas das noções matemáticas que se encontravam sendo abordadas. Nesta direção, observam-se elementos da utilização de equivalência, pela utilização da seguinte palavra: metade-meio.

Em linha de síntese, identificaram-se vestígios de uma abordagem teórica nas operações, neste caso, multiplicação e divisão, com um protagonismo na compreensão das propriedades estruturais dos conjuntos numéricos, nos exercícios de assimilação, podendo, assim, afirmar a aderência no ideário do Movimento da Matemática Moderna.

### **Referências**



BEZERRA, M. J. **Guia Metodológico para Caderno MEC Matemática**. Fundação Nacional de Material Escolar/ Ministério da Educação e Cultura, Rio de Janeiro, 1970.

BEZERRA, M. J. **Caderno MEC- Aritmética**, 2ª edição, s/l, Fundação Nacional de Material Escolar/ Ministério de Educação e Cultura 1968.

BEZERRA, M. J. **Propriedade Industrial do Blocofração**. São Paulo: APMJB, 1964.

BEZERRA, M. J. **O material didático no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: CADES, 1962a.

BEZERRA, M. J. Blocofração. **Revista do Ensino**, Porto Alegre, 1962b, n. 86, p. 29 – 32, mar. 1962b.

BEZERRA, M. J. **Didática Especial de Matemática**. Rio de Janeiro: MEC/CADES, 1962c.

BEZERRA, M. J. Técnicas de fixação da aprendizagem. In: MORAES, Ceres Marques de; BEZERRA, Jairo Manoel; MELLO e SOUSA Julio César de. **Apostilas de didática especial em matemática**. Rio de Janeiro: CADES, 1959

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, [S. l.], v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

DE CERTEAU, M. A Operação Historiográfica. In: DE CERTEAU, M. **A Escrita da História**. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 2017.

DOMINGUES, J. M. **Os saberes matemáticos sistematizados por Manoel Jairo Bezerra no acessório de ensino Blocofração, 1950-1970**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2022.

DOMINGUES, J. M.; CORADINI, C. Lucienne Félix e a Estrutura Matemática. **Anais do ENAPHEM**, n. 6, 4 nov. 2022.

FRANÇA, D. M.; DUARTE, A. R. A implementação do movimento da matemática moderna nos anos iniciais no estado de São Paulo. Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, [s.l.], v. 8, n. 3, p.1-15, 10 nov. 2017. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Universidade Federal de Pernambuco.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 113-172

MIORIM, M. A. **Introdução a História da Matemática**. São Paulo, SP: Atual, 1998



QUINTELLA, A.; BEZERRA, M. J. **Iniciando a Matemática Moderna – Vol. 2**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969.

SANTANA, R. J. **A Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES)**: contribuições para a educação matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2021.

SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação professores. **Educação Matemática Pesquisa**, v.15, Número Especial, 2013.

SPITZER, H. F. **Teaching Elementary School Mathematics**. Washington, DC: National Education Association, 1970.

VALENTE, W. R. Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educador matemático. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 17, n. 51, p. 207-222, jan./mar. 2017.

VALENTE, W. R. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, v.20, n.3, maio/jun. 2018.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, 2009.

**Recebido em:** 17 / 06 / 2022

**Aprovado em:** 23 / 11 / 2022