e-ISSN: 2447-8504 **DOI**: 10.30938/bocehm.v9i26.8030

UMA ANTIGA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS DESDE A PERSPECTIVA DA GEOMETRIA DINÂMICA

AN ANCIENT DEMONSTRATION OF THE PYTHAGORAS THEOREM FROM THE PERSPECTIVE OF DYNAMIC GEOMETRY

Ivonne C. Sánchez S.[1] e Luis Andrés Castillo B.[2]

RESUMO

Com o propósito de contribuir com o uso de objetos de aprendizagem baseados em informações advindas da História da Matemática, neste trabalho se descreve a demonstração do teorema de Pitágoras realizada por Sócrates com o *software* GeoGebra. A fonte desta demonstração vem da coleção na obra intitulada *The Pythagorean Proposition* de autoria de Elisha Scott Loomis, publicada no ano de 1968 pela *National Council of Teachers of Mathematics*. O motivo de promover processos de ensino da matemática mediado pelo uso da História da Matemática e as Tecnologias Digitais vem de um cenário de pesquisa em três décadas, nas quais pouco se tem produzido nas interações destas duas tendências na Educação Matemática. Espera-se que este trabalho seja um apoio direto à prática pedagógica dos professores que lecionam Matemática na Educação Básica que tenham vontade de integrar Tecnologias Digitais nas suas aulas e seja de inspiração para a criação dos seus próprios materiais didáticos baseados em informações históricas da Matemática.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras, História da Matemática, GeoGebra, Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

In order to contribute to the use of learning objects based on information from the History of Mathematics, this work describes the demonstration of the Pythagorean theorem performed by Socrates with the GeoGebra software. The source of this demonstration comes from the collection in the work entitled The Pythagorean Proposition by Elisha Scott Loomis, published in the year 1968 by the National Council of Teachers of Mathematics. The reason to promote mathematics teaching processes mediated by the use of the History of Mathematics and Digital Technologies comes from a research scenario in three decades, in which little has been produced in this bricolage of two trends in Mathematics Education. It is hoped that this work will directly support

[1] Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará (UFPA). Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pará, Belém, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-110. E-mail: ivonne.s.1812@gmail.com.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-2485-1059.

[2] Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará (UFPA. Professor convidado do Curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus Universitário de Arraias, Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-110. E-mail: luiscastleb@gmail.com.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-5174-9148.

the pedagogical practice of teachers who teach Mathematics in Basic Education who are willing to integrate digital technologies in their classes and be an inspiration for the creation of their own teaching materials based on historical information on Mathematics.
Keywords: Pythagoras Theorem, History of Mathematics, GeoGebra, Digital Technologies.

Introdução

As pesquisas em Educação Matemática vêm se desdobrando em diversas tendências, para início do século XXI as principais eram: Resolução de Problema, Modelagem Matemática, Etnomatemática, História da Matemática (HM), Jogos Matemáticos, Tecnologias Digitais (TD) (MÜLLER, 2000).

Nesta evolução da Educação Matemática por potenciar os processos tanto de ensino e aprendizagem da matemática, bem como de formação de futuros professores ou formação continuada de professores que ensinam matemática, tem surgido composições entre as tendências. Um exemplo destas, são as pesquisas que tem como foco as potencialidades do uso da História da Matemática (HM) e das Tecnologias Digitais para o Ensino da Matemática (SOUSA, 2020; SOUSA; ANDRADE, 2016).

Para Mendes (2015, p. 127) o uso da história da matemática em sala de aula permite ao estudante aprender matemática conectada com as necessidades de "contextualização, problematização, interdisciplinaridade, transversalidade", e ainda mais quando a atividade de aprendizagem que pode ser materializada com apoio das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

Sánchez, Castillo e Mendes (2021) realizaram um mapeamento com o propósito de compor um cenário do uso das Tecnologias Digitais nas pesquisas de História da Matemática para o ensino de Matemática. O objeto de estudo nesta pesquisa foram as teses e dissertações disponíveis no acervo do Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat[3]), categorizadas nas modalidades de pesquisa História e Epistemologia da Matemática (HEpM), História da Educação Matemática (HEdM) e História para o Ensino da Matemática (HEnM), modalidades conceituadas por Mendes (2015, 2020).

O mapeamento realizado constatou que as Tecnologias Digitais mais usadas nas pesquisas analisadas desde a década 1990, são os *softwares* de Geometria Dinâmica, especificamente o GeoGebra e que a maioria destas pesquisas foram encontradas na

[3] https://www.crephimat.com.br

modalidade de História para o Ensino da Matemática (HEnM). Embora, o uso do GeoGebra para abordar o ensino de Matemática por meios de informações históricas, apreciadas nos trabalhos analisados, não ultrapassa a fronteira de ser um substituto do quadro branco, da planilha, do kit geométrico, entre outros (SÁNCHEZ; CASTILLO; MENDES, 2021).

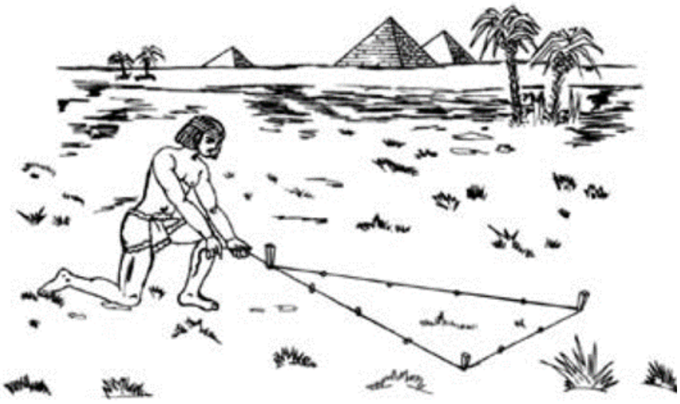
Pelo exposto anteriormente, vemos necessários promover mais esforços por processos de ensino da matemática mediado pelo uso da História da Matemática e as Tecnologias Digitais, onde estas não sejam usadas subutilizada (BORBA; PENTEADO, 2019), senão, um uso que apresente possibilidades que levem aos estudantes a refletir e produzir seu próprio conhecimento junto a seus colegas e professor.

Neste trabalho, temos como propósito de descrever a demonstração do teorema de Pitágoras realizada pelo Sócrates, presente no livro T*he Pythagorean Proposition* de autoria de Elisha Scott Loomis, e publicado no ano de 1968 pela *National Council of Teachers of Mathematics* e a partir do diagrama presente nesta obra apresentar um objeto de aprendizagem (OA) com o potencial de dinamizar a referida demonstração estática nessa época via GeoGebra.

Demonstração do Teorema de Pitágoras por Sócrates (500 a.E.C)

O Teorema de Pitágoras é o teorema com maior número de demonstrações (LOOMIS, 1968). O mesmo teve sua origem a vários milhares de anos antes de sua prova formal. No antigo Egito, há cerca de 2.000 anos a.E.C, remonta a um uso puramente prático, na construção de pirâmides e na redistribuição de terras afetadas pela enchente do rio Nilo. Para isso, os egípcios tinham uma ferramenta que lhes era bastante útil: o triângulo retângulo, conhecido como triângulo sagrado egípcio. A ferramenta utilizada foi uma corda ou laço ao qual foram amarrados nós, de tal forma que cada um dos nós fosse equidistante, em que 3, 4 e 5 tinham que ser amarrados, ou seja, era um tríplice pitagórica. Com estas medidas, foi garantido o traçado de linhas perpendiculares (Figura 1).

Figura 1 – Representação do triângulo egípcio



Fonte: Urbaneja (2008)

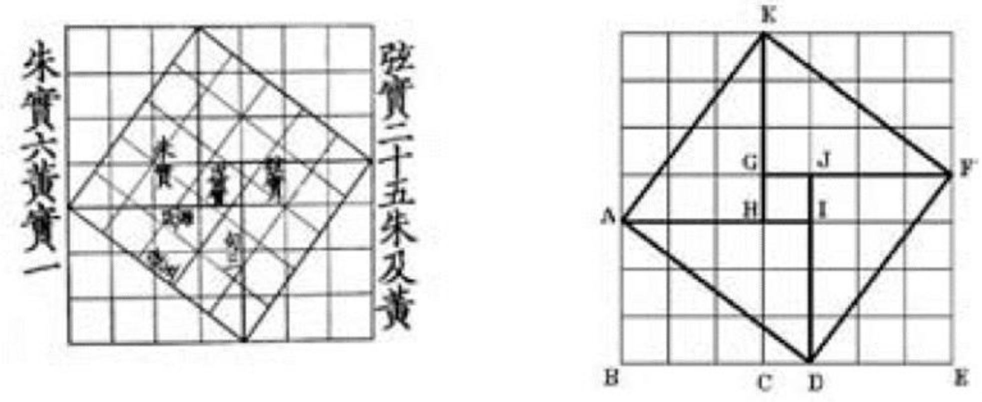
Na Babilônia também se usava o Teorema de Pitágoras devido à recuperação por parte de arqueólogos de quase meio milhão de tabletes de barro com textos cuneiformes, dos quais quase trezentos têm conteúdo matemático. Entre eles destacam-se a tábua da coleção babilônica de Yale, que mostra uma figura muito próxima do que conhecemos do Teorema de Pitágoras. A tabuinha mostra um quadrado com suas diagonais e marcações com seu sistema de numeração sexagesimal: o lado do quadrado está marcado com o número 30, enquanto os números 42; 25, 35 e 1; 24, 51, 10 estão marcados ao longo da diagonal (Figura 2).

Figura 2 – Tábua de Yale

Fonte: Urbaneja (2008)

Vários séculos depois, encontramos no mundo ocidental nativos indígenas com um uso mais prático do que teórico do teorema, que foi usado para a construção de altares para adorar deuses. Logo em destinos, mas do mundo oriental como a China, há conhecimento de uma demonstração do teorema de Pitágoras e vários problemas, esta se registra nos tempos da dinastia Han (206 a. E. C. - 221 E.C.), no capítulo 9 da coleção "Nove capítulos sobre a Arte Matemática", neste capítulo intitulado "Problemas relativos a triângulos retângulos", há 16 problemas envolvendo triângulos retângulos (Figura 3).

Figura 3 – O diagrama da hipotenusa do tratado chinês Chou-Pei Suan-Ching (300 a.C.)



Fonte: Urbaneja (2008)

O relatado anteriormente é apenas uma parte da história que circunda ao Teorema de Pitágoras ao longo do tempo. Além disso, na idade média a proposição deste Teorema era considerada a base de toda sólida formação matemática, e até em alguns centros de ensino, além de exigir um profundo conhecimento do Teorema para obter o grau de professor, foi obrigado a exibir uma prova nova e original do mesmo, por isso o Teorema de Pitágoras alcançou a honrosa designação de "Magister Matheseos" (URBANEJA, 2008). Assim, no século XXI existem inumeráveis provas do Teorema de Pitágoras feitas por matemáticos e não matemáticos de todos os tempos e personagens tão diversas quanto filósofos, monges, políticos, juristas, engenheiros e artistas encontraram o mais famoso Teorema da Geometria.

Neste sentido, possivelmente esse fato histórico possibilitou a criação da obra *The Pythagorean Pproposition* publicada em 1927. A autora Elisha Scott Loomis apresenta uma compilação exaustiva de múltiplas provas que foram feitas do Teorema de Pitágoras ao longo da história. A coleção de Loomis contém 371 provas e demonstrações do Teorema de Pitágoras. Nesta, as figuras correspondentes às provas e as demonstrações são desenhadas à mão com os meios gráficos da época e com letras manuscritas, o que não desmerece uma obra de imensurável valor científico, e com possibilidades didáticas se for explorada com esses motivos.

O texto foi republicado em 1940 (em Ann Arbor, Michigan) e em 1968 como o primeiro título de uma série de *Classics in Mathematics Education* pela *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). No livro está uma demonstração feita pelo filósofo Grego Sócrates, a número noventa e oito na coleção (figura 4). Na descrição da demonstração, Loomis (1968, p. 86) diz:

> O chamado teorema de Pitágoras, em sua forma mais simples, é aquele em que os dois catetos são iguais. O grande Sócrates (por volta de 500 a. E. C), ao tirar respostas de um escravo, usando seu bastão como ponteiro e figura no pavimento (fig. 93) como modelo, fez com que ele (o escravo) visse que os triângulos iguais nos quadrados em HB e HA eram tantos quanto trios iguais na seq. em AB, como é evidente pela inspeção (tradução nossa).

Figura 4 – Demonstração noventa e oito

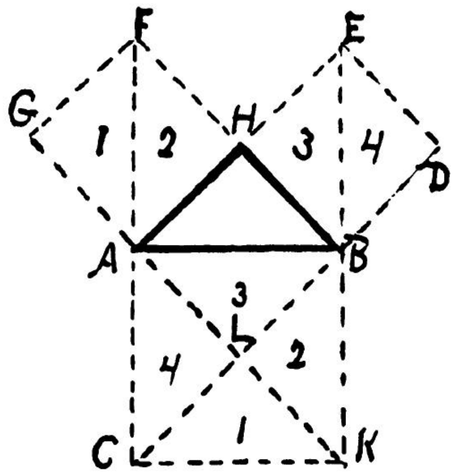


Fig. 93

The so-called Pythagorean Theorem, in its simplest form is that in which the two legs are equal. The great Socrates (b. 500 B.C.), by drawing replies from a slave, using his staff as a pointer and a figure on the pavement (see fig. 93) as a model, made him (the slave) see that the equal triangles in the squares on HB and HA were just as many as like equal tri's in the sq. on AB, as is evident by inspection. (See Plato's Dialogues, Meno, Vol. I, pp. 256-260, Edition of 1883, Jowett's translation, Chas. Scribner and Sons.)

Fonte: Loomis (1968, p. 86).

Como pode observar-se, a descrição da demonstração em forma de texto sobre esta prova do Teorema de Pitágoras é muito "evidente" em palavras do Sócrates. Desde nossa perspectiva, se deixa por fora muita matemática na descrição sucinta, na demonstração e além disso a figura já apresenta todos os signos do racionamento empilhados já na sua fase final.

No que podemos interpretar da descrição e da figura vemos que conceitos como congruência entre triângulos, comparação de áreas de triângulos, paralelismo e outros conceitos poderiam ser mobilizados na referida demonstração. Embora, na figura não sejam tão apreciáveis à primeira vista, consideramos que a elaboração desta demonstração em entornos de geometria dinâmica, como o GeoGebra pode outorgar um fator dinamizador na compreensão dos referidos conceitos.

Neste sentido, alertamos que não é para substituir o quadro e a explicação tradicional em entornos estáticos, é ir além disso, e utilizar as vantagens que estas Tecnologias Digitais nos oferecem. Então, consideramos oportuno realizar no GeoGebra um Objeto de Aprendizagem (OA) que permita ao estudante a manipulação orientada nas diferentes etapas da demonstração. Logo na seguinte seção apresentamos o que consideramos como um OA segundo a literatura acadêmica.

Objetos de Aprendizagem

Para Koper (2003) um OA é um recurso virtual disponível para que o professor os utilize com o intuito de contribuir com a aprendizagem dos seus alunos. Para Santos (2007) os OA são como qualquer material digital que oferece informações para a construção de conhecimento, estejam essas informações em forma de uma imagem, página *HTML*, animação ou simulação. Neste artigo, nos referimos que um OA é "um recurso virtual que pode ser usado e reutilizado para apoiar a aprendizagem, por meio de atividade interativa na forma de simulações ou animações (Kalinke *et al*., 2015)".

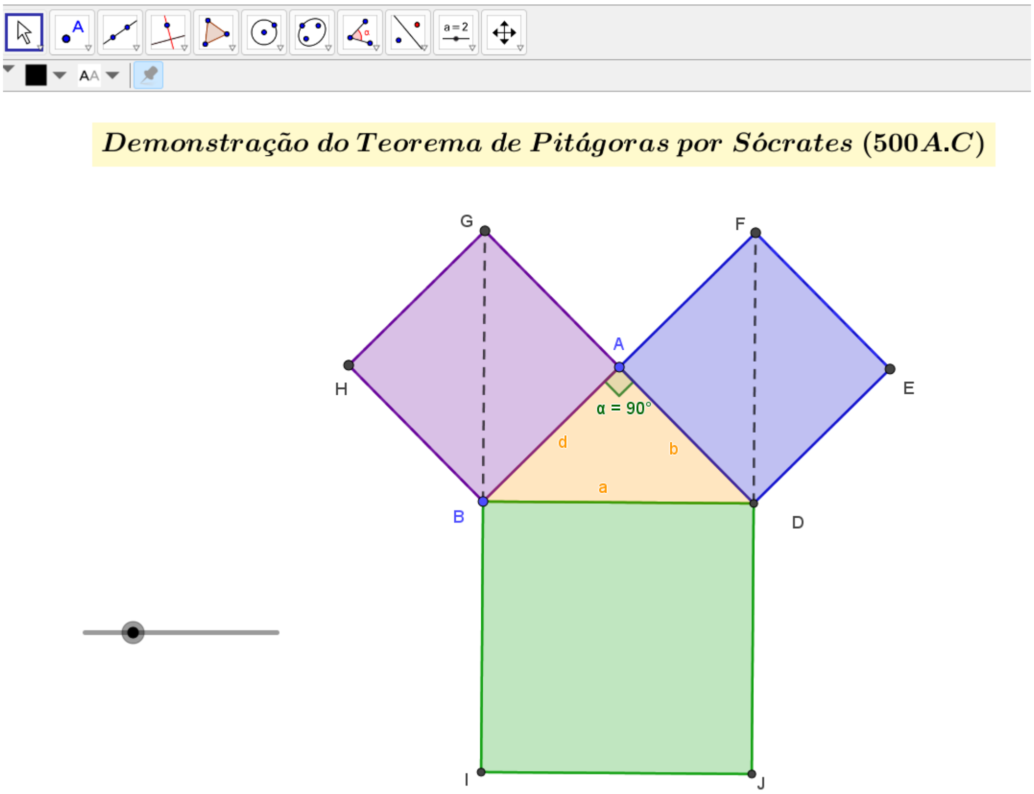
Castillo e Gutierrez (2020) mostraram que os OA elaborados com GeoGebra têm suas vantagens e características que fazem destacar dos elaborados por outras Tecnologias Digitais, já que permitirá aos alunos gerar conjecturas e validá-las por descobertas de exploração e manipulação do recurso de um jeito mais dinâmico e interativo graças as suas ferramentas e funcionalidades dinâmicas (CASTILLO; GUTIÉRREZ; SÁNCHEZ, 2020). Além disso, este tipo de recurso na interface do GeoGebra permitiria explorar de maneira dinâmica os conteúdos que o professor tem a intenção de ensinar e possibilitaria estabelecer vinculações entre as várias formas de representação dos conceitos matemáticos.

Demonstração do Teorema de Pitágoras por Sócrates no GeoGebra

Seja ABD um triângulo isóscele, reto em A, os triângulos formados a partir do traçado das diagonais nos quadrados construídos sobre os lados $\underline{AB}$ e $\underline{AD}$ (catetos), são iguais aos triângulos construídos no quadrado da hipotenusa sobre o lado $\underline{BD}$.

Então, sobre o triângulo isósceles ABD são construídos os quadrados $BAGH$ sobre o lado $\underline{BA}$ (cateto), o $ADEF$ sobre o lado $\underline{AD}$ (cateto) e o $BDJI$ sobre o lado $\underline{BD}$ (hipotenusa). No quadrado $BAGH$ é construído a diagonal $\underline{BG}$ formando dois triângulos congruentes, o BHG e BAG. No quadrado $ADEF$ e construída a diagonal $\underline{DF}$ formando dois triângulos congruentes, o ADF e DEF (Figura 5). Esses quatro triângulos são aqueles que são comparados com os triângulos formados no quadrado da hipotenusa de acordo com a comparação de Sócrates. Em nosso caso, nos apoiaremos de transformações geométricas para sobrepor os triângulos no quadrado da hipotenusa e comparar as áreas das figuras.

Figura 5 – Primeiros passos da construção

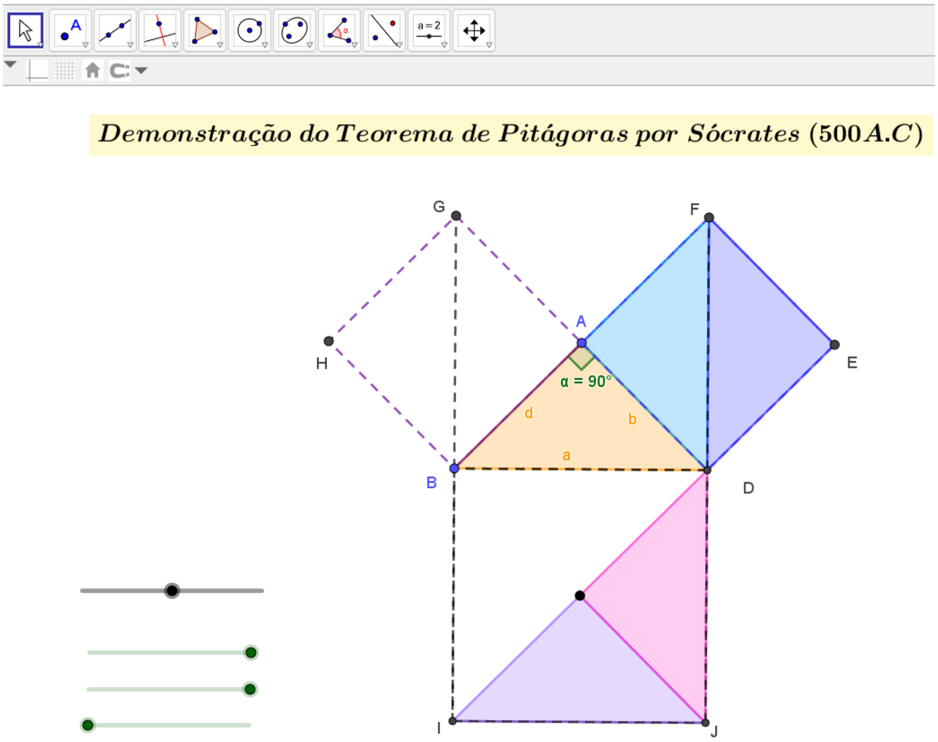


Fonte: Elaboração dos autores

Colocamos os triângulos no quadrado da hipotenusa na mesma ordem que se mostra no desenho de Sócrates (Figura 4). Nesse caso, o primeiro triângulo é o BHG, que para chegar naquela posição passa por duas transformações isométricas. A primeira é uma rotação do triângulo BHG pôr o ponto B com um ângulo γ (um controle deslizante de mínimo 0° e máximo 90° sentido horário), o triângulo resultante passa por uma nova transformação, uma translação por um vector (o vector tem como ponto de partida o ponto A e como ponto de chegada o ponto K que é ponto de interseção entre as diagonais do quadrado $BDJI$).

O segundo triângulo é o BAG, ele também passa por duas transformações isométricas, a primeira é uma rotação do triângulo BAG pôr o ponto A com um ângulo σ (um controle deslizante de mínimo 0° e máximo 180° sentido horário), o triângulo resultante passa por uma nova transformação, uma translação por um vector (o vector tem como ponto de partida o ponto A e como ponto de chegada o ponto K que é ponto de interseção entre as diagonais do quadrado $BDJI$), é importante destacar que para a translação dos triângulos foram usados diferentes vectores, mesmo que eles tinham o mesmo ponto de partida e chegada e, em algum momento até sejam vectores equipolentes (Figura 6).

Figura 6 – Segundo passo da construção

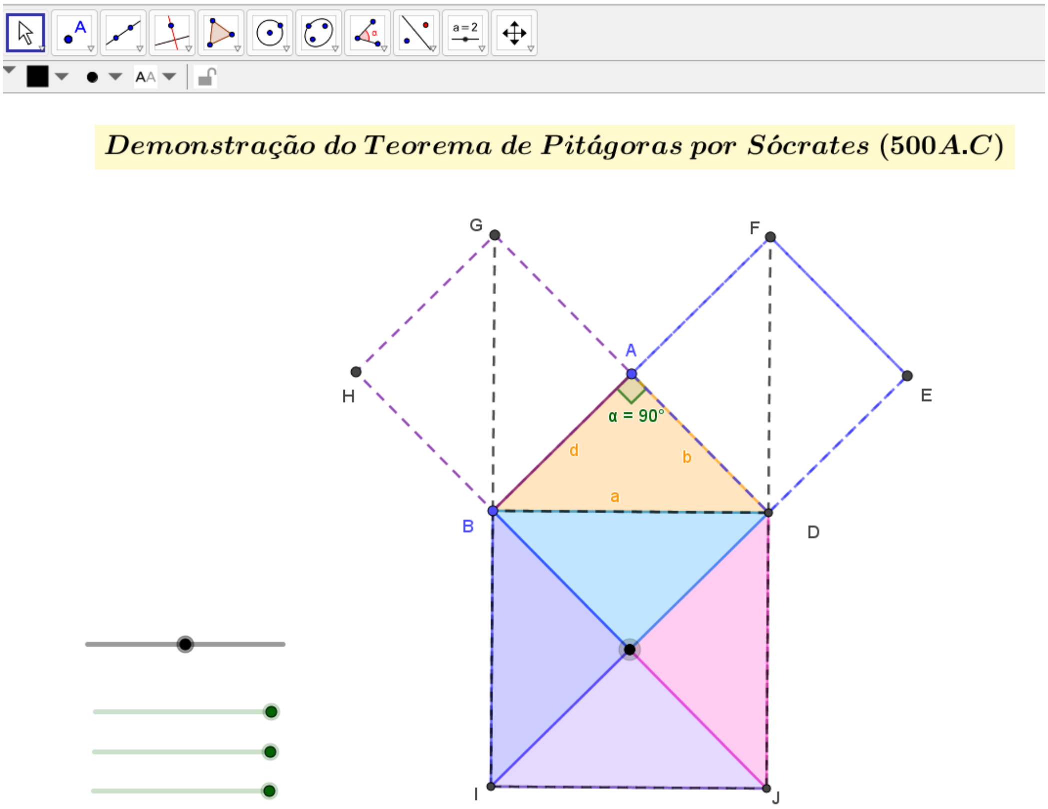


Fonte: Elaboração dos autores

O terceiro triângulo é o ADF, para chegar a sua posição no quadrado da hipotenusa ele passa por uma transformação isométrica rotação em torno de um ponto. Assim, o triângulo ADF e rotado pelo ponto D com um ângulo β (um controle deslizante de mínimo 0° e máximo 90° sentido anti-horário). Finalmente, o quarto triângulo, o DEF passa pela transformação isométrica translação por um vetor (o vector tem como ponto de partida o ponto E e como ponto de chegada o ponto K).

Então, podemos associar esta demonstração à decomposição das figuras; neste caso, o quadrado $BAGH$ sobre o lado $\underline{BA}$, e decomposto em dois triângulos congruentes, o BHG e BAG; e o quadrado $ADEF$ sobre o lado $\underline{AD}$ e decomposto em dois triângulos congruentes, o ADF e DEF. De forma que a área dos triângulos BHG, BAG, ADF e DEF tem a mesma área do quadrado $BDJI$ (Figura 7).

Figura 7 – Terceiro passo da construção



Fonte: Elaboração dos autores

Recomenda-se que antes de fazer uso do recurso, o professor apresente aos alunos um breve panorama histórico do teorema de Pitágoras e também sobre o filósofo Sócrates, que foi quem criou essa prova do teorema. Recomenda-se também que o professor explique aos alunos que esta prova compara as áreas dos quadrados formados nos catetos do triângulo retângulo isósceles e na hipotenusa.

Uma vez feito essa contextualização aos alunos, o professor pode partir ao uso do recurso, explicando que, a primeira coisa que se fez nesta prova foi traçar as diagonais dos quadrados construídos sobre os catetos, que seriam BAGH e ADEF. Uma primeira discussão que o professor pode gerar com seus estudantes é a congruência dos triângulos obtidos do traçado das diagonais. Ele pode até pedir aos alunos que indique a medida dos lados dos triângulos, os ângulos com ferramentas do GeoGebra e também indique a medida das áreas dos triângulos.

Logo mediante os controles deslizantes o professor junto aos alunos moveria os quatro triângulos até o quadrado construído sobre a hipotenusa. Visualmente pode constatar a prova do Teorema de Pitágoras, mas, os estudantes podem somar as áreas dos quatro triângulos e compará-la com a área do quadrado da hipotenusa. Fazer isso levará aos próprios alunos provar aquela proposição que até pode ser difícil de compreender no início para eles.

Considerações Finais

Neste trabalho se descreve um objeto de aprendizagem elaborado com o *software* GeoGebra para a abordar a demonstração do teorema de Pitágoras realizada por Sócrates, presente no livro *The Pythagorean Proposition* de autoria de Elisha Scott Loomis, no ano de 1968 pela *National Council of Teachers of Mathematics*. A descrição consistiu em ampliar a demonstração e dinamizar a figura que acompanha a descrição sucinta realizada por Sócrates.

Assim como esta prova e outras existentes no livro de Loomis que foram elaboradas há muitos anos, compilam figuras onde os processos de raciocínio estão empilhados na sua fase final da resolução da prova em escribas, tabuadas, papiro, e outros meios mais modernos como o lápis e papel. As Tecnologias Digitais permitem dar vida a estas demonstrações permitindo uma exploração e manipulação via *softwares* de geometria dinâmica como o GeoGebra que podem fazer aportes para abordar esses procedimentos geométricos históricos que já existem na matemática, mas agora visto com outra perspectiva.

Consideramos este recurso como um aporte ao campo emergente da História para o Ensino da Matemática com Tecnologias Digitais, no qual este trabalho soma mais uma das contribuições pedagógicas, didáticas e conceituais dos estudos e pesquisa entre a História da Matemática e as Tecnologias Digitais.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da **Fundação Amazônia de Amparo a Estudos e Pesquisas do Pará (FAPESPA)** e da **Universidade Federal do Pará**. Além disso, se classifica como uma produção gerada nos projetos de pesquisas vinculados a programas de pós-graduação em níveis de mestrado e doutorado aprovados e financiados pelo **Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)** e **Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES)** código de financiamento 001.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6. ed. São Paulo: Autêntica, 2019.

CASTILLO, L. A; GUTIÉRREZ, R. E.; SÁNCHEZ, I. C. O uso do comando sequência na Elaboração de Simuladores com o software GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, *[S. l.]*, v. 9, n. 3, p. 106–119, 2020. https://doi.org/10.23925/2020.v9i3p106-119

GUTIÉRREZ, R. E.; CASTILLO, L. A. Simuladores com o software GeoGebra como objetos de aprendizagem para o ensino da física. **Tecné Episteme y Didaxis: TED**, *[S.l.]*, n. 47, p. 201–216, 2020. https://doi.org/10.17227/ted.num47-11336

KALINKE, M. A.; DEROSSI, B.; JANEGITZ, L. E.; RIBEIRO, M. S. N. (2015). Tecnologias e edu-cação matemática: um enfoque em lousas digitais e objetos de aprendizagem. Em M. A. Kalinke; L. F. Mocrosky (Org.), **Educação matemática: pesquisas e possibilidades**, pp. 159-186, Curitiba: Ed. UTFPR

KOPER, R. Combining re-usable learning resources to pedagogical purposeful units of learning. Em A. Littlejohn (Org.) **Reusing online resources: a sustainable approach to eLearning**, pp. 1-8, London: Kogan Page, 2003

LOOMIS, E. S. 1968. The Pythagorean Proposition. National Council of Teachers of Mathematics, 1968

MENDES, I. A. **História da matemática no ensino: Entre trajetórias profissionais, epistemológicas e pesquisas**. 1a. ed. São Paulo: Livraria da Física/SBHMat, 2015.

MENDES, I. A. Histórias para o Ensino de Matemática em saberes multidimensionais. *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Ciências da Educação, campos disciplinares e profissionalização: Saberes em debate para a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 243.

MÜLLER, I. Tendências atuais de Educação Matemática. **UNOPAR Cient., Ciênc. Hum. Educ.**, *[S. l.]*, v. 1, n. 1, p. 133–144, 2000.

SÁNCHEZ, I. C.; CASTILLO, L. A.; MENDES, I. A. História da Matemática e Tecnologias Digitais: do que tratam três décadas de teses e dissertações? **PARADIGMA**, *[S. l.]*, v. 42, n. 2, p. 183–205, 2021. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p183-205.id1064

SANTOS, M. L. **Objetos e ambientes virtuais de aprendizagem no ensino de matemática: um estudo de caso para o estágio supervisionado de docência** (Dissertação de mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. 2007

SOUSA, G. C. Aliança entre HM, TDIC e IM: Fundamentos e Aplicações. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 15, p. 117–136, 2020. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n0.p117-136.id239. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/239

SOUSA, G. C.; ANDRADE, L. V. Uma proposta de uso da história da matemática apoiada pelas TIC e HM para o ensino de função. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 3, n. 7, p. 41–53, 2016. https://doi.org/10.30938/bocehm.v3i7.64. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/64

URBANEJA, P. M. El Teorema llamado de Pitágoras. Una historia geométrica de 4.000 años. 2008.

Recebido em: 28 / 02 / 2022
Aprovado em: 02 / 04 / 2022