

## **SOBRE UMA BIOGRAFIA DE GEORG JOACHIM RHETICUS E SUA OBRA *CANON DOCTRINAE TRIANGULORUM* (1551)**

### **ON A BIOGRAPHY OF GEORG JOACHIM RHETICUS AND HIS WORK *CANON DOCTRINAE TRIANGULORUM* (1551)**

Stephany Glauca de Oliveira Paulo<sup>1</sup>; João Cláudio Brandemberg<sup>2</sup>

#### **RESUMO**

O presente artigo tem por objetivo apresentar a importância do matemático Rheticus para o desenvolvimento das tabelas das seis funções trigonométricas clássicas e relacionar as ideias presentes em sua obra *Canon Doutrinae Triangulorum* (1551) com as ensinadas na educação básica, o estudo faz parte de resultados de uma tese doutoral, em andamento. Para cumprir o objetivo elencado enfatizamos a pesquisa de aspectos sobre a trajetória pessoal e profissional do matemático que o tenham influenciado para o desenvolvimento do tema, sendo assim, utilizamos uma ferramenta disponibilizada por Mendes e Chaquiam (2016) que propõe a construção e uma história baseada na história da humanidade em que o matemático ou o tema está inserido em um contexto, com destaque aos personagens contemporâneos, que, direta ou indiretamente, o tenham influenciado; consideramos um relato sobre o matemático principal, a evolução do tema e os respectivos personagens que contribuíram para essa evolução. A partir dessa análise histórica, destacamos que o matemático Rheticus sofreu influência do Renascimento e Reforma Protestante, e que os personagens Lutero, Copérnico e Schoner foram os principais contemporâneos de Rheticus, que ajudaram a elucidar suas ideias. Alguns resultados apontam que as tabelas desenvolvidas por Rheticus no *Canon* podem ser aproveitadas em sala de aula para o ensino das razões trigonométricas na educação básica, na qual podemos determinar o seno, cosseno, tangente e as demais razões inversas de ângulos, além dos notáveis ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ), e explorando o mesmo conceito que Rheticus utilizou de ângulos complementares, encontrar os valores das razões de ângulos acima dos  $45^\circ$ .

**Palavras-chave:** História da Matemática; Rheticus, Canon Doutrinae Triangulorum; Razões Trigonométricas.

#### **ABSTRACT**

This article aims to present the importance of the mathematician Rheticus for the development of the tables of the six classical trigonometric functions and to relate the ideas present in his work *Canon Doutrinae Triangulorum* (1551) to those taught in basic education, the study is part of the results of a doctoral thesis, in progress. To fulfill the listed objective, we emphasized the research of aspects about the mathematician's personal and professional trajectory that have influenced

<sup>1</sup> Mestra em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA). Doutoranda em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/IEMCI/UFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Tv. Guerra passos, 394, Canudos, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66070-210. E-mail: [stephanyglauca@hotmail.com](mailto:stephanyglauca@hotmail.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5153-8087>.

<sup>2</sup> Doutor em Educação pela Universidade do Rio Grande no Norte (UFRN). Docente Associado IV da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Augusto Correa, sn, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-000. E-mail: [brand@ufpa.com](mailto:brand@ufpa.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8848-3550>.

him for the development of the theme, that way, we used an instrument provided by Mendes and Chaquiam (2016) that proposes the construction and a story based on human history in which the mathematician or theme is set in a contexto, with an emphasis on contemporary characters who, directly or indirectly, have influenced him; we consider an account of the main mathematician, the evolution of the subject, and the respective characters that contributed to this evolution. From this historical analysis we point out that the mathematician Rheticus was influenced by the Rebirth and the Protestant Reformation. and that Luther, Copernicus and Schoner were Rheticus' main contemporaries, who helped to elucidate his ideas. Some results indicate that the tables developed by Rheticus in the Canon can be used in the classroom to teach trigonometric relations in elementary school, in which we can determine the sine, cosine, tangent, and the other inverse relations of angles in addition to the notable ones ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $60^\circ$ ) and by exploring the same concept that Rheticus used of complementary angles, we find the values of the relations for angles greater than  $45^\circ$ .

**Keywords:** History of Mathematics; Rheticus, Canon Doutrinae Triangulorum; Trigonometric Ratios.

## Introdução

No decorrer dos anos, personagens importantes para a história da humanidade surgiram e contribuíram para o desenvolvimento político, religioso, econômico e científico do conhecimento matemático. O Século XVI foi um marco para tais desenvolvimentos, pois com o avanço da expansão marítima sentiu-se a necessidade de busca por mais informações e conhecimentos, contribuindo para um processo do pensamento crítico.

Nos séculos que antecederam o XVI, mais especificamente a alta idade média e baixa idade média, os meios de se obter conhecimento eram por meio de leituras de livros autorizados pela igreja católica, um acervo limitado que se encontrava em bibliotecas da época. Com o início do Renascimento, nasceu a imprensa, mas especificamente, no século XV, o que garantiu uma maior produção de livros e ampliou os meios de informação. Portanto, enfatizamos dois fatos históricos que se destacaram em meados do século XVI, o Renascimento e a reforma religiosa conhecida por Reforma Protestante.

O Renascimento, marcado pela transição do feudalismo para o capitalismo, deu início como um movimento que surgiu a partir do desenvolvimento da burguesia, começando na Itália, depois se espalhou por toda a Europa ocidental, em que os “artistas” renascentistas acabavam por expressar, em suas obras, a visão de mundo da burguesia.

A reforma religiosa iniciou no século XVI, que se deu a partir do movimento renascentista que defendia a ideia do homem como centro de todas as coisas, uma maneira de quebrar a grande influência religiosa.

Em meio a reforma religiosa, a capacidade de questionar o mundo, a partir do pensamento renascentista, motivou personagens importantes que contribuíram para o

desenvolvimento científico, dentre os quais destacamos o nosso personagem principal: Georg Joaquim Rheticus (1514 - 1574), que foi um matemático, astrônomo, cartógrafo, fabricante de instrumentos de navegação, médico e professor. Rheticus foi o primeiro e único aluno de Nicolau Copérnico (1473 – 1543), que ficou ciente das teorias de Copérnico e sentiu-se necessidade de investigá-la.

De acordo com Danielson (2006, p. 58), não há indícios de como foram os primeiros encontros entre Rheticus e Copérnico, mas pode-se deduzir que Rheticus foi bem recebido, pois no prefácio do trabalho *Opus palatinum de Triangulis* (1596) de Rheticus e finalizado pelo seu aluno Valentinus Otho (1550 – 1603), consta que Otho foi recebido por Rheticus com muito carinho assim como havia sido feito a ele tantos anos antes em Frauenburg.

Um grande acontecimento para aquela época foi a publicação do livro *revolutionibus orbium coelestium* (Sobre as revoluções das esferas celestes) de Copérnico, em 1543, que trás as ideias do heliocentrismo, um modelo cosmológico em que o sol permanece estacionado no centro do universo orbitado por planetas e demais corpos celestiais. Ou seja, pondo o sol como o centro do universo e não mais a terra, uma ideia defendida pela igreja católica.

A publicação de *Revolutionibus* contou com grande ajuda de Rheticus, que incentivou e enconraçou Copérnico a compartilhar suas ideias, além de cuidar de boa parte do processo de publicação. Inicialmente, Copérnico se mostrava indeciso em compartilhar seu trabalho com o mundo, logo Rheticus resolveu publicar a obra *narratio prima* (1540) considerada uma prévia para o famoso trabalho de Copérnico. Importante destacar que conforme Danielson (2006, p. 59) Copérnico, assim como Rheticus, em suas primeiras publicações, sempre se apegou a Ptolomeu com grande respeito, uma atitude que parece ter sido genuína, bem como política.

Ainda, segundo Danielson (2006, p. 7), Tiedemann Giese (1480 – 1550), um grande amigo e mentor de Copérnico, considerou que Rheticus era "principal empreendedor" deste drama editorial e que, possivelmente, essa história se apropriava do enredo: “sem Rheticus, sem Copérnico!”.

Em 1542, Copérnico sofreu um derrame quando sua obra ainda estava em processo de publicação e Rheticus precisou assumir seu cargo de professor na Universidade de Leipzig, delegando a supervisão da impressão a outra pessoa, enquanto Copérnico ficou aos

cuidados de Georg Donner, a quem, mais tarde, Rheticus dedicaria o primeiro exemplar da obra de Copérnico, publicado em 1543 (DANIELSON, 2006).

Após a morte de seu grande professor, Rheticus continuou a se dedicar a matemática, mais especificamente a trigonometria, na qual, baseado nas tabelas de Regiomontanus, escreveu a obra prima *Canon Doutrinae Triangulorum* (1551), que nas palavras de Danielson (2006, p. 9) nos revela:

*Canon Doutrinae Triangulorum* (Canon da Ciência dos Triângulos). Havia o obelisco de marca registrada de Rheticus simbolizando a antiga observação astronômica. Este panfleto de vinte e quatro páginas impresso em Leipzig em 1551 continha as primeiras tabelas de trigonometria de seis funções já publicadas, seguido de um diálogo entre um professor semi ficcional (Philomathes "amante da matemática" ou "amante da aprendizagem", um alter ego do próprio Rheticus) e um estranho indagante (Hospes). Philomathes proclamou que esta nova ciência dos triângulos era útil e agradável. Ele anunciou, além disso, que o autor *do Canon* era um homem entregando "frutas dos jardins mais deliciosos de Copérnico". (DANIELSON, 2006, p. 9)

O *Canon* contribuiu para a sua última obra *opus palatinum* (1596), mas Rheticus faleceu antes de concluir, delegando este trabalho ao seu aluno Valentin Otto, que finalizou 20 anos depois.

Em nossa busca por biografias sobre Rheticus e suas obras, inicialmente, pouco foi encontrado. Observamos que não se conhece muito sobre Rheticus, o qual não teve grande visibilidade quanto a Copérnico. Tal fato pode ser confirmado quando Danielson (2006, p. 8) relata que Copérnico tem seu registro de matrícula emoldurado "Nicolaus Nicolai" de Torun no museu de *Collegium Maius* da Universidade, mas o autor não encontrou tais monumentos para Rheticus. Acreditamos que isso deve ao fato, relatado por Danielson (2006, p. 70), que Rheticus passou grande parte de sua vida procurando amor, beleza e pertencimento. Mas, o que ele buscava acima de tudo era uma audiência para com Copérnico e suas ideias, e de fato o próprio nome de Rheticus não apareceu em nenhum lugar no título extenso da pequena obra que deveria ter o tornado famoso.

Por esse motivo, buscamos com esse artigo apresentar a importância do matemático Rheticus para o desenvolvimento das tabelas das seis funções trigonométricas clássicas e relacionar as ideias presentes em sua obra *Canon Doutrinae Triangulorum* (1551) com as ensinadas na educação básica.

Para cumprir com nosso objetivo, realizamos uma pesquisa histórica da trajetória de Rheticus, através de uma ferramenta proposta por Mendes e Chaquiam (2016), que

sugere a construção histórica baseada no cenário mundial em que o matemático ou o tema está inserido com destaque aos personagens contemporâneos, que, direta ou indiretamente, o tenham influenciado; consideramos um relato sobre o matemático principal, a evolução do tema e os respectivos personagens que contribuíram para essa evolução.

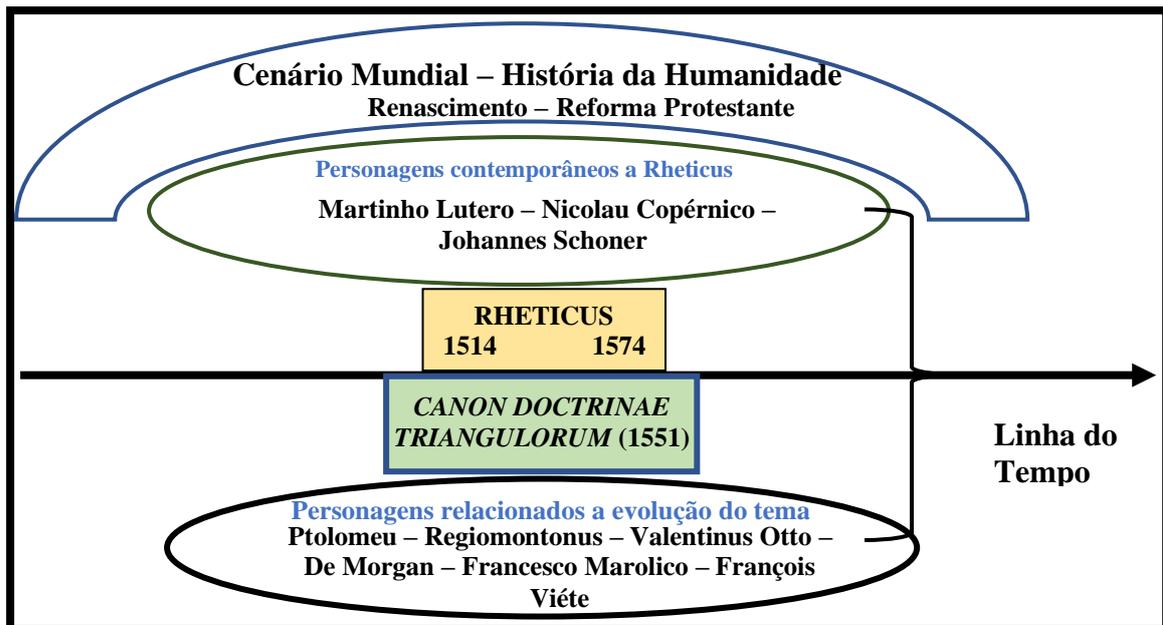
Vale ressaltar que existe uma variação de escritas para se referenciar ou nomear uma mesma pessoa, como no caso de Rheticus, temos, por exemplo, Rhetikus em alemão, Retyk em polonês, Rhaeticus ou Rhäticus e Rheticus em latim. Optamos por utilizar o Rheticus, pois foi a escrita que encontramos em diversos materiais e principalmente no livro de Danielson (2006), que segundo o autor era como os seus contemporâneos o chamavam; e onde encontramos grande parte das informações sobre a história do matemático em questão.

### **Construção histórica de Rheticus e de sua obra *Canon Doctrinae Triangulorum* (1551)**

Para um melhor entendimento sobre o surgimento da obra *Canon Doctrinae Triangulorum* (1551) de Rheticus, decidimos pesquisar aspectos sobre a trajetória pessoal e profissional do matemático que o tenham influenciado para o desenvolvimento do tema, sendo assim, utilizamos uma ferramenta disponibilizada por Mendes e Chaquiam (2016) que acreditamos ser um bom instrumento para organizar e delimitar as informações que buscamos. De fato, em um diagrama Mendes e Chaquiam (2016) propõem a construção e uma história baseada na história da humanidade em que o matemático e seu tema (trabalho) estão inseridos.

Assim, apresentamos o diagrama em questão, adaptado a evolução do *Canon* de Rheticus, o qual consiste em uma linha do tempo que versa sobre o tema central, destacando o cenário mundial, os personagens contemporâneos a Rheticus (ressaltamos que citamos apenas aqueles que influenciaram diretamente as ideias de Rheticus sobre o tema principal) e os relacionados a evolução do tema geral.

**Figura 01:** Diagrama metodológico – *Canon Doctrinae Triangulorum* (1551)



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Mendes e Chaquiam (2016)

### Cenário Mundial – panorama do século XVI

O século XVI foi um grande marco na evolução da humanidade, na qual ocorreram mudanças significativas de cunho político, religioso e econômico. Marcado por movimentos importantes como o Renascimento e Reforma Protestante.

O Renascimento foi um movimento artístico-cultural que ocorreu na Europa, possivelmente entre meados do século XIV e final do século XVI. Caracterizado pela transição do feudalismo para o capitalismo, tendo como principal causa o desenvolvimento econômico e a formação de uma nova visão de mundo.

O movimento que surgiu a partir do desenvolvimento da burguesia procurou fazer um resgate da cultura da antiguidade clássica e ao mesmo tempo que buscava criticar a influência religiosa sobre a cultura e sociedade. Dessa forma, abre espaço para a valorização da racionalidade e individualismo, colocando o homem como o centro das suas decisões e da sua história. Assim, nasce a principal corrente de pensamento desse período, o humanismo.

Com o movimento renascentista o pensamento crítico se tornou indispensável, promovendo o desenvolvimento político, econômico e principalmente o método científico. Foi o período de maior crescimento da ciência de toda a história. Em que

ocorreram grandes avanços nas áreas de Astronomia, Medicina, Matemática, Física, Química e Biologia.

Essa evolução no campo da ciência e informação influenciou questionamentos incisivos sobre a igreja católica, que fundamentou uma reforma que transformou a religiosidade da época, conhecida como Reforma Protestante.

Esse processo de reforma religiosa iniciou no século XVI quando o pensamento crítico tomou espaço no momento de ampliação da informação, fazendo com que alguns aspectos da igreja católica fossem questionados como, a venda de indulgência, trata-se de pagamentos em troca de perdão dos pecados cometidos pelos fiéis; e o abuso do poder, como a venda de cargos eclesiásticos e o uso da autoridade para garantir privilégios.

Todas essas situações descritas acima, incentivaram um grande personagem desse período chamado Martinho Lutero (1483 – 1546), um monge, membro do clero e professor de teologia; que em 1517 deu início a um movimento reformista conhecido por Reforma Protestante. Sua insatisfação dava-se porque a ideia que defendia era a de gratuidade da fé, ou seja, ele não acreditava em salvação em troca de pagamento, pois só a fé garantia a salvação.

Essas ideias reformistas influenciaram Rheticus no modo de pensar, pois segundo Danielson (2006, p. 14-15) as escolas secundárias eram instituições renascentistas únicas, criadas para ensinar aos meninos, não apenas aqueles que eram destinados ao sacerdócio, o conhecimento da língua latina como base para o domínio das artes liberais, começando pelo *Trivium*: gramática, retórica e lógica. Em que, as demais artes liberais, o *quadrivium*: aritmética, geometria, música e astronomia, eles poderiam aprender na universidade. Sendo assim, Rheticus desenvolveu um gosto humanista pela liberdade que fluía dessa visão radicalmente integrada dos ramos do aprendizado.

A educação renascentista contagiou Rheticus que abraçou a reforma iniciada por Martinho Lutero, no que se refere a tradução e reinterpretação de textos antigos, que contribuiu para a produção da bíblia de Lutero, como também nutriu um aguçado senso de descoberta por meio da leitura. A liberdade de ler não apenas a bíblia, mas também a natureza, e reinterpretar ambas por si mesmo, era sustentada por uma das doutrinas mais conhecidas de Lutero: “o sacerdócio dos santos”. (DANIELSON, 2006, p. 20)

De acordo com Danielson (2006, p. 22), outras duas práticas que Lutero trouxe também ajudaram a enriquecer a história de Rheticus e Copérnico, que foi a música e o casamento, na qual Lutero encorajou o clero a se casar e os membros da congregação a

cantar. A música provaria ser cosmicamente relevante para o copernicanismo, pois oferecia uma imagem de ordem e beleza dentro de um sistema posto em movimento exuberante.

### **Sobre a história de Georg Joachim Rheticus**

Georg Joachim nasceu em 16 de fevereiro de 1514 em Feldkirch, na Áustria e foi ensinado por seu pai, Georg Iserin, até os seus 14 anos. Iserin era médico da cidade de Feldkirch e um homem renascentista, que possuía uma impressionante biblioteca pessoal assim como uma coleção de equipamentos médicos e alquímicos, mas, em 1528, foi acusado de feitiçaria, condenado e decapitado.

Segundo O’connor e Robertson (1998), um dos requisitos legais da execução era que seu nome não pudesse mais ser usado, portanto, a mãe de Rheticus, que era italiana, voltou ao nome de solteira, Thomasina de Porris, e seu filho como Georg Joachim de Porris. Mas, Rheticus por não se considerar italiano traduziu seu sobrenome para o alemão “von Lauchen” e passou a se chamar Georg Joachim von Lauchen. Mais tarde, ele adotou Rheticus como sobrenome em homenagem à província romana que nasceu, Rhaetia.

**Figura 02:** Georg Joachim Rheticus



**Fonte:** O’connor e Robertson (1998)

Baseado em O’connor e Robertson (1998), após a morte do pai de Rheticus, Achilles Gasser (1505 – 1577), assumiu o cargo de médico de Feldkirch, foi quem ajudou Rheticus a continuar seus estudos, que ingressou na escola de Latim em Feldkirch, seguindo para Zurique em 1528 e permaneceu até 1531, tendo como principal professor Oswald Myconius (1488 – 1552), notável humanista que ensinou matemática para Rheticus além do Trivium e o compromisso com essa disciplina se aprofundou (DANIELSON, 2006, p. 18).

Após dois anos, ingressou na universidade de Wittenberg, em seguida concluindo o seu curso na Universidade de Wittenberg, segundo Danielson (2006, p. 20), foi:

fundada em 1502, por Frederico, O sábio, a universidade de Wittenberg existia de fato apenas quinze anos quando Martinho Lutero pregou suas noventa e cinco teses na porta da igreja do Castelo em 1517, e trinta anos quando Rheticus se matriculou lá junto com outros 290 novos alunos. (DANIELSON, 2006, P. 20)

Rheticus assumiu o cargo de professor de matemática e astronomia na universidade de Wittenberg em 1536, local onde o próprio Martinho Lutero lecionava, com a ajuda de Philipp Melanchthon (1497 – 1560), que de acordo com O’connor e Robertson (1998), foi o “braço direito” de Lutero, um teólogo e educador que reorganizou todo o sistema educacional da Alemanha, defendendo o ensino secundário humanista, baseado nas artes liberais.

Melanchthon influenciou Rheticus a absorver o aprendizado humanístico junto com a instrução em coisas técnicas e matemáticas, que segundo Danielson (2006, p. 24) “esse esforço despertou ainda mais a paixão de Rheticus por descobrir a ordem, as causas, a beleza e a interconexão das coisas”.

O clima na universidade de Wittenberg ficou desagradável quando um amigo próximo de Rheticus, Simon Lemnius (1511 – 1550) criou uma desavença com Lutero quando dedicou, em forma de um elogio, um pequeno volume de seu trabalho ao Arcebispo Albrecht de Mainz, que era inimigo de Lutero. Insatisfeito com o ambiente criado, sem conseguir dedicar o amor que tinha pelo ensino superior, Rheticus pediu uma licença de seu trabalho para Melanchthon, que foi concedido. (DANIELSON, 2006, p. 26 – 28)

Após conseguir a licença da Universidade de Wittenberg, Rheticus foi para Frauenburg em 1539, e através de cartas de apresentação de Johannes Schoner (1477 – 1547), Rheticus pôde ser apresentado a Copérnico e passou dois anos ao seu lado.

Segundo Westman (2013, p. 44) Rheticus, rapidamente, conquistou a confiança de Copérnico, criando um vínculo cordial professor-aluno, e foi autorizado a estudar o cobiçado manuscrito e, posteriormente, foi liberado a escrever uma breve descrição dele.

Conforme Danielson (2006, p. 59) Copérnico já vinha trabalhando na nova cosmologia radical a muitos anos, que na esperança de evocar uma resposta de astrônomos sérios, Copérnico divulgou de forma tímida, sem título, sem assinatura e

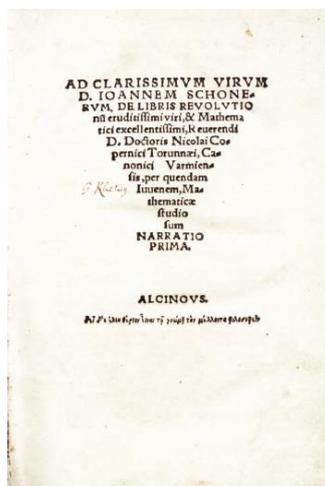
circulado no particular o seu manuscrito inédito, tecendo sobre sua teoria do heliocentrismo (do sistema astronômico centrado no sol), que veio a ser conhecido como *commentariolus* (primeiro comentário). Possivelmente Schoner ficou ciente do manuscrito de Copérnico e enquanto Rheticus, em sua visita a Nuremberg, já tinha alguma noção da nova cosmologia de Copérnico.

Danielson (2006, p. 66) nos revela que a falta de qualquer resposta ao seu *Commentariolus*, quase três décadas antes, pode ter influenciado Copérnico ao receio de publicar sobre suas ideias astronômicas, porém o seu amor pela astronomia nunca morreu, ele só precisava de alguém com a mente mais aberta para que pudesse compartilhá-las.

Após trocarem muitas ideias e trabalharem arduamente, Copérnico e Rheticus precisavam descansar. Portanto, em 1539, partiram para visitar o Bispo Tiedemann Geise, o melhor amigo de Copérnico. Nesse mesmo ano, movidos por suas afeições a Copérnico, Rheticus e Geise encorajaram Copérnico a revelar suas teorias ao mundo, mas Copérnico persistia indeciso. Sendo assim, Rheticus elaborou um esquema decisivo, na qual ele contaria uma história, uma espécie de *narratio*, que funcionaria como propaganda e uma prévia de julgamento para a teoria de Copérnico. (DANIELSON, 2006, p. 67-68)

De acordo com Roegel (2010, p. 4) o primeiro relato do sistema copernicano não foi publicado por Copérnico e sim por Rheticus em sua obra *Narratio Prima* em 1540. Westman (2013, p. 44) nos afirma que “o sucesso do *Narratio prima* claramente superou as hesitações remanescentes de Copérnico, e foi assim que Rheticus foi encarregado do manuscrito de *De Revolutionibus* para publicá-lo em Nuremberg”.

**Figura 03:** Página de título da obra *Narratio Prima* de Rheticus



Fonte: Westman (2013, p. 47)

Conforme contado por Westman (2013, p. 45) Rheticus havia ido para Copérnico via Nuremberg, no qual esteve por um mês com Johannes Schoner, sendo que ele pretendia publicar os restos dos escritos conhecidos de Regiomontanus, em que foi autor prolífico de obras astrológicas, na qual estava ciente das críticas de Pico a astrologia, por considerar a mesma equivocada e plagiada de fontes anteriores. Rheticus compartilhando da mesma ideia que Schoner sobre a crítica de Pico, declarou em sua obra *Narratio Prima* ligando diretamente a teoria de Copérnico à defesa da astrologia, mas também da astronomia:

Se o relato [do meu professor] dos fenômenos celestes existisse um pouco antes de nossos tempos, Pico não teria tido oportunidade em seus oitavo e nono livros de contestar não apenas a astrologia, mas também astronomia. (RHETICUS, 1540, in WESTMAN, 2013, p. 48)

Westman (2013, p. 48) considera o *Narratio Prima* de Rheticus como uma prévia da obra-prima *De Revolutionibus* de Copérnico publicado em 1543, mas apresentada na voz do copernicano Rheticus, com destaques a suas principais reivindicações e argumentos. Roegel (2010, p. 3) nos revela que a impressão dessa obra foi parcialmente supervisionada por Rheticus.

Antes que o trabalho de supervisão da impressão da obra *De Revolutionibus* fosse concluído, Rheticus foi para Nuremberg, em 1542, para assumir o cargo de professor de matemática superior na Universidade de Leipzig, novamente com a ajuda de Melanchthon, enquanto Copérnico, que sofreu um derrame quando sua obra estava ainda em processo de publicação, ficou aos cuidados de Georg Donner, a quem mais tarde Rheticus dedicaria o primeiro exemplar da obra de Copérnico, publicado em 1543. No entanto, O'connor e Robertson (1998) relata que em 1551, Rheticus teve que deixar Leipzig após ser acusado de conduta homossexual em que foi julgado, em sua ausência, e condenado a 101 anos de exílio. Após esse período, se formou em medicina e se estabeleceu na Cracóvia em 1554, onde permaneceu por 20 anos como médico.

O'connor e Robertson (1998) relatam que pouco antes de sua morte, Valentinus Otho visitou Rheticus da mesma forma em que o próprio Rheticus havia visitado Copérnico. Rheticus faleceu em 1574 em uma viagem a Eslováquia. Durante sua estadia em Cracóvia não perdeu o interesse sobre a pesquisa em matemática, em que contribuiu

com trabalhos relacionados as tabelas trigonométricas, instrumentos de navegações e mapas.

### O surgimento da obra *Canon Doctrinae Triangulorum* (1551)

A trigonometria tem uma história extensa e abrangente, nos deteremos a tratar sobre as tabelas trigonométricas. Que tem seu marco inicial no século XIV, de acordo com Costa (1997, p. 13) quando, na Inglaterra, Georg Von Peurbach, também conhecido por Johann Purbach, retomou a obra de Ptolomeu<sup>3</sup> e calculou uma nova tábua dos senos.

Regiomontanus, um dos maiores matemáticos do século XV, que foi aluno de Peurbach escreveu um “Tratado sobre triângulo”, contendo uma trigonometria completa. Esse tratado é descrito por Roegel (2010, p. 3) como a obra “*Tabulae directionum projectionumque*”, provavelmente impressa em 1490, tinha apenas 30 páginas e fornecia os senos para cada minuto em um raio de 60 000, aperfeiçoando as tábuas de seno de Peurbach.

A partir deste tratado, ele introduziu a tangente na trigonometria europeia, através da pequena tabela de tangentes (mas não com esse nome) que foi calculada a partir das tabelas dos senos, por divisão, em que a maioria das tabelas publicadas no século XVI é baseada nas tabelas desse tratado ou em outras construídas por Regiomontanus. (ROEGEL, 2010, p. 3)

Na Europa, Regiomontanus estabeleceu a trigonometria como uma ciência independente da astronomia. Sendo, possivelmente, o primeiro trabalho impresso em trigonometria. Em 1520, Copérnico Complementou alguns trabalhos de Regiomontanus e incluiu em um capítulo de seu “*De Lateribus et Angulis Triangulorum*”, publicado separadamente por seu discípulo Rheticus em 1542. (COSTA, 1997, p. 13)

As seis funções trigonométricas foram definidas pela primeira vez por Rheticus, na sua obra “*Canon Doctrinae Triangulorum*”, publicada em 1551 em Leipzig. Conforme Costa (1997, p. 13):

Rhaeticus (1514-1576) retomou, um século depois, as tábuas de Regiomontanus de 1464, com maior rigor nos cálculos. Aumentou a precisão para onze casas decimais e os senos, cossenos, tangentes e secantes foram calculados de minuto em minuto para os arcos do primeiro quadrante e de dez

---

<sup>3</sup> Trata-se da mais influente e significativa obra trigonométrica da antiguidade, a *Syntaxis Matemática*, que contém 13 livros.

em dez segundos para o arco de  $1^\circ$ . Ele foi o primeiro a adotar a organização das tábuas em semiquadrantes, dando os valores dos senos, cossenos e tangentes de ângulos até  $45^\circ$  e completando a tabela com o uso da igualdade  $\sin x = \cos (\pi/2-x)$ . Deve-se também a Rheticus a introdução das secantes na trigonometria européia e os cálculos do  $\sin n \theta$ , em termos de  $\sin \theta$ , que foram retomados e aprimorados por Jacques Bernoulli, em 1702. (COSTA, 1997, p. 13)

A partir do relato acima, podemos observar que para encontrar os ângulos acima de  $45^\circ$  o matemático Rheticus utilizou uma característica de ângulos complementares (quando a soma dos ângulos é igual a  $90^\circ$ ), em que o seno de um ângulo é igual ao cosseno do seu complementar e vice-versa.

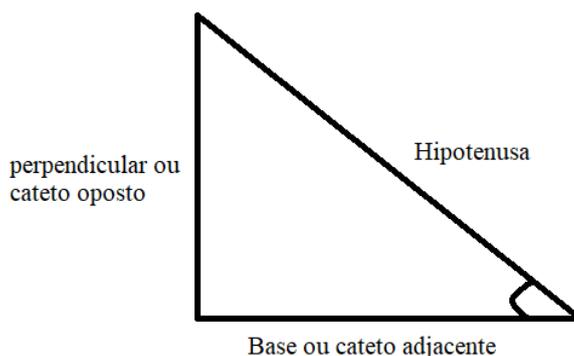
Segundo Roegel (2010, p. 5) a tabela de senos foi retirada de Regiomontanus, mas a das tangentes e secantes foram recalculadas a partir dos senos, na qual não considerou ângulos em círculo e sim triângulos em que um dos lados era constante e deu os comprimentos dos outros lados em função do ângulo no centro. Rheticus foi o primeiro a publicar uma tabela de secantes, na qual teve que calcular cerca de 1080 razões ( $90 \times 6 \times 2$ ). Os nomes seno, tangente e secante não foram dadas por Rheticus, os lados foram denominados como base, perpendicular e hipotenusa.

### **Relacionando a escrita de Rheticus ao ensino atual**

Atualmente, no ensino básico se estuda as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente e as razões inversas, secante, cossecante e cotangente, através de triângulos, na qual os três lados do triângulo são chamados de hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente, que na linguagem matemática de Rheticus se relaciona, respectivamente, com a hipotenusa, a perpendicular e a base.

Na figura a seguir associamos os lados do triângulo descrito por Rheticus e a nomenclatura que utilizamos no ensino atual.

**Figura 04:** Triângulo retângulo associado aos lados nomeados por Rheticus e a atual



Fonte: Elaborado pelos autores

Cada razão trigonométrica pode ser calculada pela divisão entre dois lados do triângulo, no qual os tamanhos desses lados dependem da inclinação do ângulo, exceto a base, pois Rheticus a considerou uma constante. Sendo assim, demonstramos que o seno pode ser calculado através da divisão entre cateto oposto e a hipotenusa, o cosseno basta dividir o cateto adjacente pela hipotenusa e a tangente é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente. As razões inversas como a secante, devemos inverter a razão do cosseno, a cossecante é o inverso do seno e a cotangente invertemos a tangente.

Podemos utilizar essa ideia e tabelas de Rheticus como um recurso didático para introduzir o assunto de razões trigonométricas para alunos do 9º ano do ensino fundamental ou 2º ano do ensino médio. Contribuindo para enriquecer o ensino, de tal assunto, e conhecimento dos alunos.

A tabela de Rheticus era muito rara e quase desconhecida, quando De Morgan encontrou uma cópia dela em 1840, foi ele o primeiro a descrever a estrutura da tabela, em que um layout semelhante foi usado por Rheticus e Otho em “*Opus palatinum*”. O Cãnone de 1551 foi reimpresso em 1565 em Basel. (ROEGEL, 2010, p. 5)

Segundo Roegel (2010, p. 6) alguns matemáticos deram continuidade aos estudos das tabelas, alguns provavelmente inspirados na tabela de Rheticus, como foi o caso de Francesco Maurolico (1494 – 1575) e François Viète (1540 – 1603). Maurolico, em 1558, publicou um comentário que continha tabelas curtas de senos, tangentes e secantes, sendo em partes recalculado diretamente usando as tabelas de senos de Regiomontanus. Enquanto Viète construiu uma nova tabela, que chamou de “*Canon Mathematicus*”, uma tabela sofisticada que continha as seis funções trigonométricas, mas não fez mais sucesso que a primeira tabela de Rheticus.

Após a conclusão do *Canon* de 1551, Roegel (2010, p.6) nos revela que, Rheticus continuou trabalhando em um projeto mais amplo, no qual as seis funções trigonométricas seriam dadas a cada 10 por um raio de 10, porém esse trabalho só foi concluído após a morte de Rheticus, por Valentinus Otho e publicado em 1596.

### Considerações Finais

Através da nossa experiência como professores da educação básica percebemos que existe uma tendência pelo ensino de conteúdos trigonométricos baseada em memorização, mesmo com a aplicação desses conceitos a uma avaliação em larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Por esse motivo destacamos a importância dessas tabelas e do próprio matemático Rheticus no ensino de tais assuntos, algo que pode facilitar o ensino de assuntos posteriores, como o ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

Acreditamos que as tabelas de Rheticus podem ser úteis para o ensino das razões trigonométricas no ensino básico, na qual podemos determinar o seno, cosseno, tangente e as demais razões inversas de ângulos além dos notáveis ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ ), e explorando o mesmo conceito que ele utilizou de ângulos complementares para encontrar os valores das razões de ângulos acima dos  $45^\circ$ .

Consideramos que o estudo histórico da trajetória e todos os aspectos que influenciaram Rheticus a compor a obra *Canon Doctrinae Triangulorum* foi significativo para identificarmos o quão importante foi para sua época. Como relata Danielson (2006) “sem Rheticus, sem Copérnico”, e o quanto contribuiu para o desenvolvimento do tema em questão até os conceitos que temos hoje, sendo assim, na própria história podemos destacar que foi o primeiro a introduzir as seis funções trigonométricas em uma tabela, a partir do *Canon* de 1551.

Esperamos com esse artigo contribuir para outras pesquisas da área e com uma busca por recursos didáticos para o ensino de trigonometria na Educação Básica, na qual podem ser explorados o ensino por atividades ou a modelagem se associando História e Astronomia.

### Referências

COSTA, L. M. L. (1997?). **História da Trigonometria**. Disponível em: [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3\\_pdf/historia\\_triogono.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf). Acesso em: 19 de maio de 2021

DANIELSON, D. **The First Copernican**: Georg Joachim Rheticus and the Rise of the Copernican Revolution. Walker & Company, New York, 2006.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F (1998). **Georg Joachim von Lauchen Rheticus**. Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Rheticus/>. Acesso em: 25 de maio de 2021.

ROEGEL, D. A reconstruction of the tables of Rheticus Canon doctrinae triangulorum (1551). **HAL archives-ouvertes**, 2010. Disponível em: <https://hal.inria.fr/inria-00543931>. Acesso em: 02 de abril de 2021.

WESTMAN, R. S. **Copernicus and the Astrologers**. Dibner Library Lecture, 2013.

*Recebido em: 28 / 02 / 2022*

*Aprovado em: 28 / 03 / 2022*