

AS PUBLICAÇÕES SOBRE O TRATADO ALGÉBRICO DE OMAR KHAYYAM (1048-1131)

PUBLICATIONS ON THE ALGEBRAIC TREATISE OF OMAR KHAYYAM (1048- 1131)

Rosângela Araújo da Silva¹; Bernadete Barbosa Morey²

RESUMO

O presente estudo faz parte de uma pesquisa doutoral em desenvolvimento que trata da álgebra das equações por meio de resolução geométrica desenvolvida por Omar Khayyam (1048-1131) em seu Tratado Algébrico e sua aplicação ao ensino. Assim, o objetivo deste artigo é verificar as publicações já existentes nas bases de dados indexadas no Portal de Periódicos da Capes por meio de uma revisão de literatura sobre o tema. O estudo foi realizado por meio de uma pesquisa bibliográfica nas bases da Capes, mediante os termos descritores elencados pela junção das palavras-chave iniciais. Examinamos 21 bases (CNPq) de pesquisa mediante a sua relação com o Ensino de Ciências e Matemática, das quais apenas 11 contribuíram para com o resultado almejado. Efetuados os refinamentos, observamos que são escassas as contribuições para o ensino das equações cúbicas e que não possuem a mesma abordagem que a nossa pesquisa doutoral, assim como o maior número de textos encontrados é descritivo/expositivo sobre a álgebra de Omar Khayyam. Assim, comprovamos o ineditismo da pesquisa doutoral e encontramos novos textos que podem enriquecer nossa pesquisa.

Palavras-chave: Álgebra das equações; Omar Khayyam; Portal de periódicos da Capes; Resolução geométrica de equações; Tratado Algébrico.

ABSTRACT

The present study is part of an ongoing doctoral research that deals with the algebra of equations through geometric resolution developed by Omar Khayyam (1048-1131) in his Algebraic Treatise and its application to teaching. Thus, the objective of this article is to verify the publications that already exist in the databases indexed in the Portal of Periodicals of Capes through a literature review on the subject. The study was carried out through a bibliographic research in the Capes databases, using the descriptors listed by the junction of the initial keywords. We examined 21 research bases (CNPq) through their relationship with Science and Mathematics Teaching, of

¹ Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora no Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN), *Campus* Santa Cruz, Rio Grande do Norte, Brasil. Endereço para correspondência: Rua São Braz, 304, Bairro Paraíso, Santa Cruz, RN, Brasil, CEP: 59200-000. E-mail: rosangelasilva@ifrn.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9174-6232>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Amizade dos Povos. Pós-doutora na UNESP-RC em História da Matemática, Pós-doutora na Universidade de Penza, Rússia em História da Matemática. Pós-doutora na Laurentian University, Sudbury, Canadá. Endereço para correspondência: Rua Coronel João Medeiros, 1850 - Lagoa Nova, Natal, RN, Brasil, CEP: 59077-000. E-mail: bernadetemorey@gmail.com.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3253-0383>.

which only 11 contributed to the desired result. After making the refinements, we observed that there are few contributions to the teaching of cubic equations and that they do not have the same approach as our doctoral research, as well as the largest number of texts found are descriptive/expository about the algebra of Omar Khayyam. Thus, we prove the originality of doctoral research and find new texts that can enrich our research.

Keywords: Algebra of equations; Omar Khayyam; Capes journal portal; Geometric equation solving; Algebraic Treatise.

Introdução

O presente artigo é parte integrante de uma pesquisa doutoral em desenvolvimento. A pesquisa versa sobre o Tratado Algébrico de Omar Khayyam (1048-1131)³ e sua aplicação ao ensino. O texto do sábio islâmico traz a temática da álgebra das equações.

Uma tese doutoral possui uma característica primordial que é o ineditismo, a contribuição da tese para a comunidade científica deve ter originalidade para a produção de conhecimento da área do tema. Então é necessário verificar o que já existe por meio de uma revisão de literatura em publicações nas bases de dados indexadas no Portal de Periódicos da Capes sobre o tema em estudo: o Tratado Algébrico de Omar Khayyam.

Desse modo, o trabalho foi realizado por meio de uma pesquisa bibliográfica nas bases da Capes, mediante os termos descritores de busca por meio das palavras chaves, refletindo principalmente os livros e artigos científicos já publicados (GIL, 2008).

O texto apresenta, além dessa breve introdução, uma seção acerca das pesquisas que já temos sobre o Tratado Algébrico de Omar Khayyam, uma seção mostrando como foram definidos os descritores da pesquisa e a escolha das bases de dados, uma outra seção na qual apresentamos as categorias elencadas para exibirmos os resultados da pesquisa, e, por fim, trazemos as conclusões obtidas na pesquisa.

As pesquisas sobre o Tratado Algébrico de Omar Khayyam (1048-1131)

O presente trabalho apresenta, através de uma revisão de literatura⁴ nas bases de dados indexadas no Portal de Periódicos da Capes, um estudo a respeito das publicações existentes sobre o Tratado Algébrico de Omar Khayyam. Este artigo faz parte de nossa pesquisa doutoral, intitulada *Um duplo olhar sobre o mesmo objeto matemático tendo a Teoria da Objetivação como subsídio: As equações cúbicas no Tratado de Omar*

³ Há divergências das datas de nascimento e morte de Khayyam entre os autores, no nosso estudo seguimos Rozenfeld e Yushkiévitch (2008) e Rashed (2015).

⁴ A busca foi realizada entre 05 e 15 de janeiro de 2022.

Khayyam. Desse modo, visamos encontrar as contribuições do tratado como obra histórica para o ensino de Matemática, e se há textos publicados com a abordagem do nosso trabalho especificamente.

O artigo tem o intuito de mostrar que a tese doutoral traz uma temática inédita, pois é importante ressaltar que o ineditismo é uma característica primordial para um texto de doutorado, assim como, utilizar os resultados da pesquisa para dar suporte e referencial teórico para as nossas argumentações, considerando que devemos encontrar textos sobre o tratado algébrico com a abordagem diferente da nossa pesquisa e, para tanto, faz-se necessário realizar uma pesquisa bibliográfica. Gil (2008, p. 50) afirma que a “pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos.”

O Tratado Algébrico de Omar Khayyam é um texto árabe escrito no século XI, nos estudos já realizados encontramos textos com descrições sobre Khayyam e seu tratado algébrico dos seguintes autores: Rozenfeld e Yushkiévitch (1953; 2008), Rashed (1994; 2015), Hogendijk (2008), Joseph (2011), Oaks (2011), Djebbar (2013) e Berggren (2016) e encontramos quatro traduções do tratado, do árabe para os idiomas: francês por Woepcke em 1851, russo por Rozenfeld em 1953, inglês por Khalil em 2008 e alemão por Linden em 2017.

O artigo tem o intuito de buscar outras publicações e traduções que tratam desse importante texto histórico e de seu autor. Na próxima seção, descreveremos a escolha dos descritores da pesquisa e das bases de dados.

Os descritores da pesquisa e as bases de dados.

Para realizar essa revisão de literatura nas bases de dados indexadas no Portal de Periódicos da Capes, inicialmente usamos as palavras: “álgebra”, “algebra”, “equações”, “equations”, “Omar Khayyam⁵”, “tratado algébrico”, “algebraic treatise”, “Resolução de equações” e “Solution Equations” percebemos que usando as palavras separadamente, a pesquisa responde com muitas ocorrências (entre 1.000 e 1.300.000 resultados encontrados).

⁵ O nome do sábio islâmico tem diversas grafias, ou seja, é transliterado do árabe de diferentes maneiras. A grafia mais usada no ocidente é Omar Khayyam, mas para efeito da investigação usamos outras transliterações, tais como: al-Khayyammi, al-Khayyam, Hayyam, Khayyam, Khayam, Khayyami, Umar al-Khayyam, Umar al-Khayyam e Umar al-Hayyam.

Desse modo, descartamos as palavras separadas como descritores para a pesquisa e decidimos, a partir das palavras anteriores, formar os seguintes descritores (quadro 1) para examinar:

Quadro 1 – Descritores para a pesquisa nas bases de dados.

| Termos descritores |
|---|
| “Álgebra de Omar Khayyam” “Algebra of Omar Khayyam” “Omar Khayyam’s álgebra” |
| “ <i>Tratado algébrico de Omar Khayyam</i> ” “ <i>Algebraic treatise of Omar Khayyam</i> ” “ <i>Omar Khayyam’s Algebraic treatise</i> ” |
| “Resolução geométrica de equações” “Geometric solving of equations” |
| “Resolução de equações de terceiro grau” “Solution of Third Degree Equations” |

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Os dois primeiros grupos de descritores de busca visaram o autor e a obra; nos dos últimos grupos, os termos de pesquisa tiveram o intuito de encontrar aplicações mais relacionadas ao ensino. Outra decisão importante foi definir em quais bases de dados indexadas no Portal de Periódicos da Capes faremos a pesquisa. O ponto principal visou elencar as bases relacionadas ao Ensino de Ciências e Matemática, mediante o nosso Programa de Pós-Graduação. Portanto, as bases utilizadas estão descritas no quadro 2.

Quadro 2 – Bases de pesquisa.

| Bases de Pesquisa | Links |
|--|---|
| ACS Journals Search | https://pubs.acs.org/ |
| Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) | http://bdtb.ibict.br/vufind/ |
| Catálogo de Teses e Dissertações (CAPES) | http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/ |
| Dialnet | https://dialnet.unirioja.es |
| Directory of Open Access Journals – DOAJ | https://www.doaj.org/ |
| Directory of Open Access Repositories: OpenDOAR | https://v2.sherpa.ac.uk/opensoar/ |
| DOAB: Directory of Open Access Books | https://directory.doabooks.org/ |
| Google Scholar | https://scholar.google.com/ |
| Networked Digital Library of Theses and Dissertations: NDLTD | http://www.ndltd.org/resources/find-etds |
| Programa de Publicações Digitais da Propg (Unesp) | https://www.culturaacademica.com.br/ |
| WorldCat | https://www.worldcat.org/ |
| Academia | https://academia.edu |
| Base-search | https://base-search.net |
| Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal : Redalyc | http://redalyc.org |
| Refseek | https://refseek.COM |
| Scientific Eletronic Library Online – SciELO | https://scielo.org/ |
| ScienceOpen | https://www.scienceopen.com/ |

| | |
|---------------------------------|---|
| Springer.com | https://link.springer.com |
| Eric | https://eric.ed.gov |
| SAGE Open | https://journals.sagepub.com/ |
| SCOPUS (Elsevier ⁶) | https://www.scopus.com/ |

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Após realizar a pesquisa nas bases já descritas, obtivemos os seguintes resultados descritos no quadro 3, citando apenas os locais em que houve contribuições. Bem como, há o quantitativo de resultados encontrados totalizando 1179 ocorrências, com as devidas observações retiramos os títulos repetidos e as respostas que são apenas citações de textos já mencionados, refinamos esse quantitativo para os resultados úteis que somaram 86 resultados.

Quadro 3 – Resultados encontrados nas Bases de pesquisa.

| Bases de Pesquisa | Resultados Encontrados | Resultados Úteis |
|--|------------------------|------------------|
| Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) | 02 | 02 |
| Catálogo de Teses e Dissertações (CAPES) | 02 | 02 |
| Directory of Open Access Journals – DOAJ | 20 | 02 |
| Google Scholar | 260 | 35 |
| Networked Digital Library of Theses and Dissertations: NDLTD | 01 | 01 |
| WorldCat | 158 | 38 |
| Academia | 138 | 01 |
| Refseek | 341 | 02 |
| ScienceOpen | 01 | 00 |
| Springer.com | 253 | 03 |
| SCOPUS (Elsevier) | 03 | 00 |

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Dando continuidade à revisão de literatura, vamos categorizar os 86 resultados úteis encontrados na próxima seção.

As categorias para os resultados da pesquisa

Para definir as categorias nas quais dividimos os resultados, é importante ressaltar os objetivos do estudo doutoral. Então a primeira categoria é: *Resolução de equações de terceiro grau*, a segunda é composta pelas: *Traduções do tratado*, a terceira é: *Os textos expositivos/descritivos*, e a última e quarta categoria é: *Matemática e computação*. Em termos quantitativos apresentamos os resultados conforme o quadro 4.

⁶ A revista *Historia Mathematica* faz parte desta base de pesquisa.

Quadro 4 – Resultados por categoria.

| Categorias da Pesquisa | Resultados Encontrados | Percentual |
|--|------------------------|------------|
| Resolução de equações de terceiro grau | 03 | 3,49 % |
| Traduções do tratado | 06 | 6,98 % |
| Os textos expositivos/descritivos | 75 | 87,21 % |
| Matemática e computação | 02 | 2,32 % |

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Descrevendo cada categoria, temos:

- ✓ *Resolução de equações de terceiro grau:* são os textos que tratam de métodos de resoluções de equações de terceiro grau para o ensino. Dessa categoria obtivemos 03 (três) resultados, sendo dois desses resultados provenientes de dissertações de mestrado, no primeiro Lima (1999) mostra métodos de *Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas*; e, no segundo, Sousa (2019) apresenta *Alguns métodos de resolução geométrica de equações do segundo e terceiro graus*. O terceiro resultado é um artigo coreano de Ban, Shin e Lew (2016) que defende o uso do método de Khayyam. Os autores usam em seus textos pelo menos um dos métodos de Omar Khayyam como procedimento para resolver equações cúbicas, mas com uma abordagem diferente do nosso objetivo doutoral, pois não usam a Teoria da Objetivação.
- ✓ *Traduções do tratado:* são as traduções realizadas do tratado nos últimos dois séculos, onde encontramos 06 (seis) textos. Além das quatro traduções supracitadas, encontramos mais duas, expomos os detalhes no quadro 5 desses seis textos.

Quadro 5 – As traduções do Tratado Algébrico de Omar Khayyam.

| Idioma | Título da tradução | Tradutores | Referência |
|---------|--|---------------------------------|-------------------|
| Francês | <i>L'Algèbre d'Omar Alkhayyami</i> A Álgebra de Omar Khayyam | Franz Woepcke | Woepcke (1851) |
| Inglês | <i>The Algebra of Omar Khayyam</i> A Álgebra de Omar Khayyam | Daoud Kasir | Khayyam (1931) |
| Russo | <i>О Доказательствах задач Алгебры и Алмукабалы</i> Sobre as demonstrações dos problemas da Álgebra e Almuqabala | Boris Rozenfeld | Khayyam (1953) |
| Francês | <i>L'oeuvre algébrique d'al-Khayyām</i> O trabalho algébrico de al-Khayyām | Roshdi Rashed; Ahmed Djebbar | Al-Khayyam (1981) |
| Inglês | <i>An Essay by the Uniquely Wise 'Abel Fath Omar Bin Al-Khayyam on Algebra and Equations</i> Um Ensaio do Sábio único 'Abel Fath Omar Bin Al-Khayyam sobre Álgebra e Equações | Roshdi Khalil | Al-Khayyam (2008) |

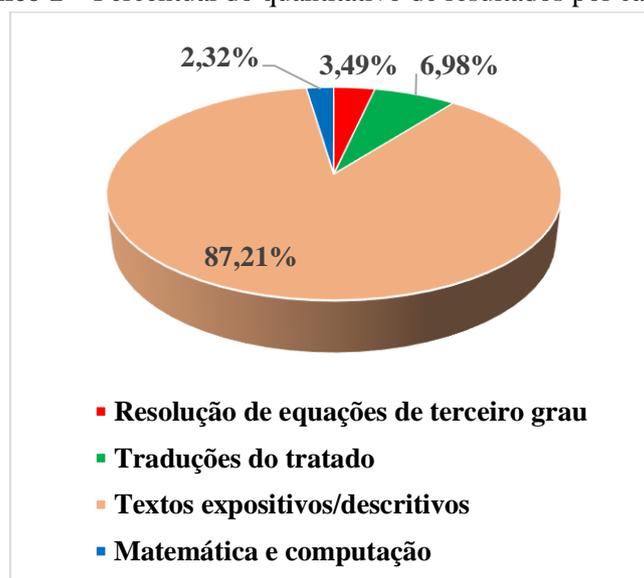
| | | | |
|--------|--|------------------|---------------|
| Alemão | <i>Die Algebra des Omar Chayyam</i> A Álgebra de Omar Khayyam | Sebastian Linden | Linden (2017) |
|--------|--|------------------|---------------|

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

- ✓ *Textos expositivos/descritivos*: é uma categoria que reúne livros, artigos, dissertações e vídeos que apresentam, expõe e/ou descreve o sábio islâmico Khayyam e seu tratado algébrico, tecendo alguns comentários, mas sem discutir a aplicação para o ensino, esta categoria nos proporciona 75 (setenta e cinco) resultados.
- ✓ A categoria *Matemática e computação*: tem como resultado 2 (dois) textos versando sobre a resolução de equações do terceiro grau em Álgebra linear, Equações diferenciais e/ou Métodos computacionais: dos 20 trabalhos encontrados apenas 2 citavam Omar Khayyam.

Para melhor ilustrar o quantitativo por categoria, apresentamos o gráfico 1 com os percentuais dos resultados encontrados.

Gráfico 1 – Percentual do quantitativo de resultados por categoria



Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

Visualmente o gráfico evidencia, ao ilustrar os resultados dados pelas categorias, que a maioria dos trabalhos encontrados são textos expositivos, descritivos e/ou explicativos sobre Khayyam e seus trabalhos, entre eles o tratado algébrico. Observamos que a álgebra de Omar Khayyam é pouco aplicada para o ensino.

Conclusões

O presente trabalho surgiu da necessidade de realizar uma revisão de literatura como elemento da nossa pesquisa doutoral intitulada *Um duplo olhar sobre o mesmo objeto matemático tendo a Teoria da Objetivação como subsídio: As equações cúbicas no Tratado de Omar Khayyam*, ao fazer essa revisão temos dois intuits: primeiro comprovar o ineditismo da proposta de tese e segundo, não menos importante, buscar novos referenciais.

Para obtermos resultados satisfatórios, não pudemos usar as palavras em separado como descritores de busca, mas sim, a partir dessas palavras formar os descritores conforme apresentado anteriormente no quadro 1. Outro ponto básico foi selecionar as bases relacionadas ao Ensino de Ciências e Matemática expostas no quadro 2. Os resultados encontrados nas Bases de pesquisa estão expostos no quadro 3, ressaltando que nem todas as bases escolhidas nos deram respostas aos descritores da pesquisa.

Os resultados foram colocados em 4 categorias (quadro 4), começando pela categoria de *Resolução de equações de terceiro grau*, com 3 resultados, que são textos que usam métodos de resoluções de equações de cúbicas para o ensino, entre eles o de Omar Khayyam, porém com abordagens diferentes da nossa proposta, pois não usam a Teoria da Objetivação e o desenvolvimento da atividade (proposta e/ou realizada) diverge da nossa.

As demais categorias não condizem com o objetivo do estudo doutoral, pois não discutem a aplicação para o ensino. Desse modo, nessas categorias, obtivemos mais 2 *Traduções do tratado*, algo interessante para registro, pois soma-se 6 traduções, 75 novos *Textos expositivos/descritivos*, e 2 textos de *Matemática e computação* que citam Khayyam.

Observamos que a grande maioria dos textos são descritivos sobre a álgebra de Omar Khayyam, as contribuições para o ensino das equações cúbicas são poucas e nenhuma das encontradas segue a abordagem da nossa pesquisa, comprovando assim o ineditismo do trabalho doutoral e possibilitando o acesso e o estudo a novos textos que possam enriquecer nossa escrita, pois uma pesquisa é construída a cada dia.

Referências

- AL-KHAYYAM, O. **An Essay by the Uniquely Wise ‘Abel Fath Omar Bin Al-Khayyam on Algebra and Equations**. Tradução: Roshdi Rashed e Ahmed Khalil. Revisão: Waleed Deeb. Líbano: Garnet Publishing Limited, 2008.
- AL-KHAYYAM, O. **L'oeuvre algébrique d'al-Khayyām**. Tradução e análise: Roshdi Rashed et Ahmed Djebbar. Aleppo: Aleppo University, 1981. Disponível em: [L'oeuvre algébrique d'Al-Khayyam \(Livro, 1981\) \[WorldCat.org\]](#). Acesso em: 13 jan. 2022.
- BAN, E. S.; SHIN, J.; SHIN, J. A Study on the Pedagogical Application of Omar Khayyam's Geometric Approaches to Cubic Equations. **Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics**, vol. 18, n. 3, p. 589-609, 2016. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/article/JAKO201631261179871.view>. Acesso em: 10 jan. 2022.
- BERGGREN, J. L. **Episodes in the Mathematics of Medieval Islam**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 2016.
- CAPES. Portal de Periódicos da Capes. Disponível em: <https://www-periodicos-capes.gov-br.ez1.periodicos.capes.gov.br/index.php?>. Acesso em: 05 jan. 2022.
- DJEBBAR, A. **L'âge d'or des sciences arabes**. Éditions Le Pommier/ EPPDSCI, Paris, 2013.
- GIL. A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- HOGENDIJK, J. P. Mathematics in Islam. In: SELIN, Helaine (ed.). **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Berlin: Springer-Verlag, 2008. p. 1393-1396.
- JOSEPH, G. G. Prelude to Modern Mathematics: The Islamic Contribution. In: **The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics**. 3. ed. Princeton: Princeton University Press, 2011.
- KHAYYAM, O. **The Algebra of Omar Khayyam**. Tradução: Daoud Suleiman Kasir. New York: Columbia University, 1931. Disponível em: https://books.google.com.br/books/about/The_Algebra_of_Omar_Khayyam.html?id=b7xfngEACAAJ&redir_esc=y. Acesso em: 11 jan. 2022.
- KHAYYAM, O. О доказательствах задач алгебры и алмукабалы, In: ROZENFELD, В. А. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 11-66, 1953.
- T

LIMA, R. N. **Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999.
Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11145>. Acesso em: 08 jan. 2022.

LINDEN, S. *Die Algebra des Omar Chayyam*. 2. ed. Braunschweig: Springer-Verlag, 2017.

OAKS, J. A. Al-Khayyām's Scientific Revision of Algebra. *Suhayl*, n. 10, p. 47-75, 2011. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpajpcglclefindmkaj/viewer.html?pdfurl=http%3A%2F%2Fwww.ub.edu%2FArab%2Fsuhayl%2Fvolumes%2Fvolum10%2F2_paper2Vol10.pdf&clen=264433&chunk=true. Acesso em: 10 jan. 2022.

RASHED, R. **The development of Arabic mathematics**: between arithmetic and algebra. Tradução Angela Armstrong. Boston: Springer, 1994.

RASHED, R. **Classical mathematics from al-Khwarizmi to Descartes**. Tradução Michael H. Shank. London: Routledge, 2015.

ROZENFELD, V. A.; YUSHKIÉVITCH, A. P. Примечания к математическим трактатам Омара Хайяма, *In*: ROZENFELD, V. Математические Трактаты Омара Хайяма. **Историко-математика Исследования**, Moscou, n. 06, p. 113-172, 1953.

ROZENFELD, V. A.; YUSHKIÉVITCH, A. P. **Al-Khayyam**. New York: Encyclopedia.com (Oxford University Press; Columbia University Press; Cengage), 2008. Disponível em: <https://www.encyclopedia.com/science/dictionaries-thesauruses-pictures-and-press-releases/al-khayyam>. Acesso em: 10 jan. 2022.

SOUSA, E. E. A. **Alguns métodos de resolução geométrica de equações do segundo e terceiro graus**. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Federal de Roraima, Boa Vista, 2019.
Disponível em: <http://repositorio.ufrr.br:8080/jspui/handle/prefix/401>. Acesso em: 08 jan. 2022.

WOEPCKE, F. **L'Algèbre d'Omar Alkhayyami**. Paris: Typographie de Firmin Didot Frères, 1851. Disponível em: https://play.google.com/books/reader?id=Z_jNA9FgqAQC&pg=GBS.PP8. Acesso em: 10 jan. 2022.

Recebido em: 10 / 02 / 2022
Aprovado em: 23 / 03 / 2022