



CONCEPÇÃO DE ESTUDANTES ACERCA DO CONCEITO DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA NO PLANO CARTESIANO

STUDENTS' CONCEPT ABOUT THE CONCEPT OF GRAPHIC REPRESENTATION IN THE CARTESIAN PLAN

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro¹; Mikaelle Barboza Cardoso², Ana Rachel Brito de Paula³

RESUMO

Pesquisas sobre representações gráficas no plano cartesiano para o ensino de conceitos matemáticos têm contribuído para a melhoria do ensino dos conceitos de funções, estatística, entre outros, ao longo das últimas três décadas, mas situações recorrentes sobre a aquisição e aplicação desses conceitos ainda constituem relatos de dificuldade na resolução de atividades pelos alunos do Ensino Médio. Dessa forma, esse estudo objetivou conhecer as concepções de estudantes de cursos técnicos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) acerca do conceito de representação gráfica no plano cartesiano, a partir de uma análise das respostas de 98 alunos matriculados na disciplina de Matemática, do primeiro período de 2020.2, de seis Cursos Técnicos. Com enfoque qualitativo e abordagem descritiva, foi realizado um levantamento, organização e análise dos dados, com base nos aspectos da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval. Os resultados sinalizaram que os estudantes formaram o conceito, dividindo-se em quatro categorias: (1) coordenadas, pares ordenados e/ou localização; (2) características do plano cartesiano; (3) exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos; e (4) a representação, sistema gráfico e/ou visualização. A maioria dos estudantes percebe o conceito ainda de forma incipiente ou não articulada. Na 4ª categoria, os alunos elaboram conceitos aprofundados em língua materna, bem como características importantes das relações entre as representações gráficas e o plano cartesiano. Espera-se que esse trabalho contribua com orientações para as práticas de ensino deste conteúdo, favorecendo a aprendizagem de estudantes, com o intuito de superar dificuldades encontradas, diminuindo, assim, possíveis lacunas conceituais acerca das representações gráficas no plano cartesiano.

Palavras-chave: Plano cartesiano; Representação gráfica; Representações semióticas.

ABSTRACT

Research on graphical representations in the cartesian plane for teaching mathematical concepts has contributed to the improvement of the teaching of the concepts of functions, statistics, among

¹ Doutora em Educação (UFC). Professora EBTT e Responsável Técnica pelo Laboratório de Matemática (IFCE), *Campus Sobral*, Ceará, Brasil. – Av. Dr. Guarani, 317, Derby Clube, Sobral (CE), CEP: 62042-030. – E-mail: ana.pinheiro@ifce.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3596-3942>.

² Mestre em Educação (UECE). Professora EBTT (IFCE), *Campus Sobral*, Ceará, Brasil. – Av. Dr. Guarani, 317, Derby Clube, Sobral (CE), CEP: 62042-030. E-mail: mikaelle.cardoso@ifce.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9465-917X>.

³ Mestre em Matemática Aplicada (UNICAMP). Professora EBTT (IFCE), *Campus Sobral*, Ceará, Brasil. Av. Dr. Guarani, 317, Derby Clube, Sobral (CE), CEP: 62042-030. E-mail: rachel.brito@ifce.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2605-4512>.



others, over the last three decades. But recurring situations about the acquisition and application of these concepts still constitute reports of difficulty in solving activities by high school students. Thus, this study aimed to know the conceptions of students from technical courses at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Ceará (IFCE) about the concept of graphic representation in the Cartesian plane, based on an analysis of the responses of 98 students enrolled in the discipline of Mathematics of the first period of 2020.2 of six Technical Courses. With a qualitative approach and a descriptive approach, a survey, organization and analysis of data was carried out, based on the theoretical aspects of Raymond Duval's Theory of Semiotic Representations. The results indicated that the students formed the concept by dividing it into four categories: (1) coordinates, ordered pairs and/or location; (2) characteristics of the Cartesian plane; (3) everyday examples or contexts in their concepts and (4) the representation, graphic system and/or visualization. Most students perceive the concept in an incipient or non-articulated way. In the 4th category, students develop in-depth concepts in their mother tongue as well as important characteristics of the relationships between graphic representations and the Cartesian plane. It is expected that this work will contribute with guidelines for the teaching practices of this content, favoring student learning, in order to overcome difficulties encountered, thus reducing possible conceptual gaps about graphic representations in the Cartesian plane.

Keywords: Cartesian plane; Graphic representation; Semiotic representations.

Introdução

A disciplina de Matemática ainda é considerada como desafio e, ao mesmo tempo, de difícil compreensão pelos estudantes (SILVEIRA, 2011). São comuns dificuldades, por parte de muitos alunos, relacionadas à interpretação de enunciados, utilização de raciocínio lógico, representações matemáticas, entre outros aspectos. Nesse sentido, é importante “que professor e aluno se aproximem por meio da linguagem e, mesmo com diferentes repertórios, tentem compartilhar de um mesmo universo discursivo” (SILVEIRA, 2011, p.777).

Além disso, é importante mostrar em quais áreas da vida e/ou profissões o tema estudado é utilizado, evidenciando que os alunos têm capacidade de aprender, e não simplesmente “gravar” conteúdos. O estudo sobre a representação no plano cartesiano e sua utilidade é refletido em ações cotidianas e é base para o estudo de funções e estatística.

Jorge e Savioli (2016), em análise sobre dificuldades de estudantes do ensino médio com representações de objetos matemáticos, perceberam que havia grande dificuldade na construção de gráficos que representam funções. Mostraram que algumas das dificuldades observadas nas produções escritas demonstraram uma falta de compreensão dos estudantes na distribuição da reta numérica nos eixos horizontais e verticais, com inversão da orientação do eixo. Ademais, evidenciaram não ter noção de escala e de posição dos pontos no plano cartesiano. Inferiram que essas dificuldades se deveram ao fato de esses estudantes não estarem habituados a construir gráficos.



Sequeira (2016) descreve dificuldades apresentadas por alunos do Ensino Médio (SP), relacionadas às representações gráficas. Após vivenciarem atividades práticas, os alunos argumentaram que tinham tido pouco contato com o uso dessa linguagem e justificaram maior frequência da leitura de tabelas. Para subsidiar as dificuldades dos alunos, trabalhou-se as contribuições que os dados organizados em gráficos oferecem, pois deles pode-se inferir informações importantes para a solução de problemas. Situações envolvendo gráficos possibilitam articulação entre o pensamento aritmético e o geométrico.

Azerêdo e Rêgo (2016, p.170) apresentam uma discussão sobre as estratégias e representações dos diferentes registros semióticos, numa perspectiva de acolher os registros “não convencionais dos estudantes, em especial, nos primeiros anos de escolarização”. Sinalizam, ainda, para o professor aceitar e compreender as respostas dos alunos, verificando a existência dos diversos tipos de representações, sejam essas de características pictóricas, bem como com números ou com algoritmos.

A importância de se trabalhar as representações na perspectiva dos registros semióticos vai para além do domínio do conceito matemático e de procedimentos de resolução de exercícios, mas de “considerar as representações como componentes legítimos do processo de formação do conhecimento pelo aluno e que dê sentido para ele” (AZERÊDO; REGO, 2016, p. 270).

Santos e Cruz (2018) discutem a matemática cartesiana de René Descartes (1596-1650), com destaque para o método que propõe uma solução ao Problema de *Papus*, com adaptação ao sistema de coordenadas, não fazendo uso de um sistema de coordenadas ortogonais. No entanto, este último recebe o seu nome – sistema de coordenadas cartesiano –, revelando a influência que sua obra teve na Matemática posterior a ele.

Diversas pesquisas constataram as dificuldades de alunos tanto da Educação Básica como do Ensino Superior em identificar e coordenar diferentes registros de representação semiótica, nos mais variados conteúdos matemáticos. De acordo com Cardoso (2015), a literatura da área destaca, ainda, experiências de ensino centradas, muitas vezes, no monorregistro⁴ (SANTOS, 2002; LOPES, 2003; SCANO, 2009; CARDOSO, 2013, 2015). “A literatura consultada apontou, também, para a ausência de

⁴ Este termo é apresentado por Raymond Duval autor da Teoria dos registros de Representação Semiótica e indica quando o ensino é centrado em um único registro de representação, limitando a aprendizagem do aluno acerca dos objetos matemáticos.



atividades que envolvam interpretação e produção de textos matemáticos em língua materna” (CARDOSO, 2015, p. 22).

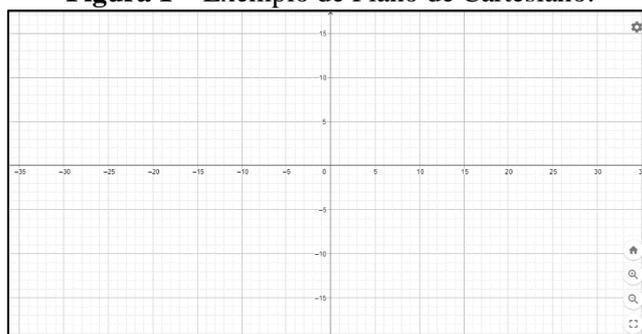
Pensando em contribuir para melhorar o uso de atividades com o plano cartesiano, o objetivo desse estudo foi conhecer as concepções de estudantes de cursos técnicos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) acerca do conceito de representação gráfica no plano cartesiano. Com abordagem qualitativa, a investigação teve como procedimentos metodológicos para a coleta de dados uma avaliação pontual do conteúdo da disciplina, em forma de questionário disponibilizado *on-line*. Os fundamentos teóricos do estudo, que estão descritos na seção dois, embasam a representação gráfica no plano cartesiano. A seção três contém os procedimentos metodológicos dessa pesquisa, bem como as análises das respostas dos estudantes.

O conceito de plano cartesiano e a linguagem matemática em sua representação

O plano cartesiano é um objeto matemático plano, composto por duas retas numéricas concorrentes e perpendiculares, ou seja, retas que possuem apenas um ponto em comum e formam um ângulo de 90° . Esse objeto matemático, que determina um plano e o ponto comum, é conhecido como origem desse sistema e corresponde ao zero de ambas as retas (IEZZI, 2013). Recebeu esse nome por ter sido idealizado por René Descartes (1596-1650).

Vale destacar que a representação do plano cartesiano, tal como conhecemos visualmente, é uma forma de acesso a esse objeto matemático, não se constituindo o próprio conceito em si, conforme figura a seguir.

Figura 1 – Exemplo de Plano de Cartesiano.



Fonte: Geogebra⁵ (2011).

⁵ <https://www.geogebra.org/calculator>



As representações fazem parte da Matemática que, atualmente, possui uma variedade de símbolos que foram sendo desenvolvidos ao longo da história. Constituem, portanto, a comunicação matemática, que é compreendida de forma universal, auxiliando os seres humanos a entenderem fenômenos políticos, econômicos, sociais, entre outros. No campo educacional, a composição dessa linguagem simbólica e suas variações constituem um dos pilares importantes para os processos de ensino e aprendizagem matemática.

Uma perspectiva acerca da importância dessa linguagem simbólica para a aquisição do conhecimento matemático é proposta por Raymond Duval⁶. Segundo o autor, não existe apreensão do conhecimento matemático sem o apoio de uma representação.

[...] as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos, e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços. Muitas vezes, associamos os signos a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou gestos da mão. O que equivale a considerar os signos como “coisas” pelas quais é preciso começar para dar um sentido! (DUVAL, 2011a, p.38).

Além disso, essas representações são produzidas dentro de um sistema de representação, em que cada sistema possui signos e características próprias de significado e de funcionamento. Nesse sentido, um argumento fundamental da teoria de Duval (2009) é que não se pode confundir os objetos matemáticos com as suas representações.

De acordo com Duval (2003), existem dois tipos diferentes de registros⁷ de representações semióticas. As diferenciações se devem à possibilidade das transformações existentes e às diferentes operações que cada registro propicia. É possível observar, no quadro 1, as diferentes classificações propostas pelo autor. Nesse caso, cada registro e representação possuem, pelo menos, duas categorias distintas (discursivas e não discursivas, multifuncionais e monofuncionais).

⁶ É filósofo e psicólogo de formação. Seus trabalhos e referencial teórico vêm sendo cada vez mais utilizados nas pesquisas brasileiras, contribuindo para diversas investigações em Educação Matemática.

⁷ Para o autor, o termo registro tem essa denominação por se tratar de sistemas cognitivamente produtores e/ou criadores de novas representações, conseqüentemente, podem originar novos objetos matemáticos.



Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis na atividade matemática.

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: - Argumentação a partir de observações, de crenças...; - Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). - Apreensão operatória e não somente perceptiva; - Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: - Numéricas (binária, decimal, fracionária...); - Algébricas; - Simbólica (línguas formais); Cálculo.	Gráficos cartesianos: - Mudanças de sistemas de coordenadas; - Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

As representações discursivas contêm uma estrutura articulada, por isso podem ser compreendidas por si só, sem o apoio de outras representações. Já as representações não discursivas necessitam de apoio de outro registro, preferencialmente em língua materna, para dar-lhes o sentido desejado (SOUSA, 2010).

No que se refere aos gráficos cartesianos, Duval (2003) considera como sendo uma representação semiótica não discursiva e um registro monofuncional. Nos problemas matemáticos, muitas vezes, utiliza-se também o apoio da língua materna que, pela ampla estrutura, é considerada uma representação discursiva e um registro multifuncional.

Ao tratar dos desafios inerentes à aprendizagem e ao ensino, Duval (2009) destaca três importantes fenômenos a serem considerados: a diversificação dos registros de representação semiótica; a diferenciação entre representante e representado (representação e objeto matemático) e a mobilização e coordenação entre os diferentes registros. Esses três fenômenos são imprescindíveis para a aprendizagem matemática e são relativos à *semiósis* (CARDOSO, 2015, p. 39).

Além disso, o autor ressalta três atividades cognitivas, possíveis de desenvolver nos alunos, por meio das representações semióticas, a citar: a formação, o tratamento⁸ e a conversão⁹. No presente estudo, teremos como foco a formação, tendo em vista atender o objetivo definido no artigo.

A formação é a estruturação de uma representação contendo todas as regras, noções, elementos, restrições, signos essenciais para a sua composição e interpretação.

⁸ É uma transformação interna ao registro desejado.

⁹ É uma transformação de um registro em outro registro de representação. Nesse caso, a relação se dá entre diferentes registros.



Compreender a formação de uma representação é entender a relação entre as suas partes para formar o todo.

Quando se busca formar a representação semiótica do plano cartesiano e representações gráficas nesse plano, de forma manual com lápis, papel e régua, por exemplo, deve-se observar: os eixos cartesianos x e y ; a ordem da abscissa e a da ordenada deve ser considerada ao marcar um ponto (x, y) ; os ângulos importantes a serem formados; as retas e/ou curvas envolvidas.

Sem observar elementos característicos do registro gráfico, é impossível realizar corretamente a representação do objeto matemático. Isso nos permite constatar que, assim como o registro gráfico, cada registro de representação possui regras de funcionamento internas ao sistema semiótico utilizado, que são denominadas regras de conformidade. Sem o conhecimento dessas regras estruturais e funcionais, é impossível efetivamente formar uma representação” (CARDOSO, 2015, p. 40).

Nessa pesquisa, serão analisadas 98 respostas de estudantes sobre a elaboração do conceito de representação gráfica no plano cartesiano. Refere-se a como esses alunos realizaram a atividade cognitiva de formação, estruturando o conceito por meio da língua materna, ou seja, o próprio discurso da definição do conceito. Conforme o tópico a seguir, serão explicitados como esses alunos compreenderam esse conceito e realizaram a descrição e definição, organizando as respostas em 4 categorias de análise: (1) coordenadas, pares ordenados e/ou localização; (2) características do plano cartesiano; (3) exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos; e (4) a representação, sistema gráfico e/ou visualização.

Discutindo a percepção dos estudantes acerca de representação gráfica no plano cartesiano

A amostra apresentada nesse estudo conta com a participação de 98 (noventa e oito) alunos cursando a disciplina de Matemática do primeiro período letivo de 2020.2, de seis Cursos Técnicos, a saber: Agroindústria, Agropecuária, Panificação, Mecânica, Segurança do Trabalho e Fruticultura¹⁰. Os alunos ingressos nos cursos técnicos desse *Campus* já possuem o Ensino Médio concluído e trazem na sua vivência conceitos matemáticos de etapas anteriores.

¹⁰ Esses cursos se referem aos cursos técnicos subsequentes e são destinados a alunos que já possuem o Ensino Médio concluído.



No gráfico a seguir, é possível observar a porcentagem de alunos de cada turma. Todas as respostas foram analisadas.

Gráfico 1 – Porcentagem de alunos participantes da pesquisa por curso.

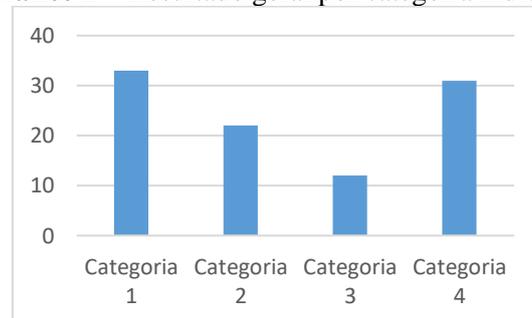


Fonte: Elaborado pelas autoras (2021).

A coleta de dados aconteceu a partir das respostas dos discentes em relação à questão: O que significa a representação gráfica no plano cartesiano? As respostas foram organizadas conforme as similaridades e afastamentos em 4 categorias e discutidas no que se referem à compreensão dos estudantes sobre o conceito de representação gráfica no plano cartesiano, a partir da formação dos registros em língua materna dos estudantes, a saber: (1) coordenadas, pares ordenados e/ou localização; (2) características do plano cartesiano; (3) exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos; e (4) a representação, sistema gráfico e/ou visualização.

No gráfico 2, a seguir, apresenta-se uma visão geral relacionada às categorias e o quantitativo das respostas dos alunos.

Gráfico 2 – Resultado geral por categoria indicada.



Fonte: Elaborado pelas autoras (2021).

Nos aspectos éticos, os alunos foram convidados de forma voluntária à participação, sem prejuízos pela não aceitação. Além disso, nenhum nome foi exposto, tornando as identidades dos participantes anônimas. Vale destacar que os questionários foram disponibilizados na modalidade *on-line*, devido ao quadro pandêmico no qual se



encontra o Brasil. A realidade local (Ceará) também não permitia encontros presenciais até a presente data (janeiro de 2022), sendo necessário usar a plataforma de formulários do *Google Drive* para a realização da pesquisa.

A partir da visão geral das respostas dos alunos, é possível perceber que 33 estudantes consideraram como sendo coordenadas, pares ordenados e/ou localização; 22 estudantes elencaram características do plano cartesiano; 12 estudantes explicitaram exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos e 31 estudantes evidenciaram em seus registros, que se refere à representação, sistema gráfico e/ou visualização.

Na categoria (1), dos 33 estudantes que consideraram como sendo coordenadas, pares ordenados e/ou localização, é possível observar as respostas¹¹ de 4 deles, que sintetizam as demais:

A1: A localização de algo com suas coordenadas.

A2: São pares ordenados do tipo $P(x, y)$ que são representados no plano cartesiano, sendo P , o ponto X é o número real que é abscissa de P e Y , o número real que é ordenada de P .

A3: As coordenadas cartesianas são pares ordenados do tipo " P ", se dando em x e y . Sendo esse " P " o ponto, X o número real (abscissa) e Y (ordenada), sendo assim uma representação gráfica.

A4: Localizar no ambiente.

De acordo com as respostas dos estudantes, infere-se a redução do conceito da representação gráfica no plano cartesiano coordenadas, pares ordenados ou localização. Essa ideia pode estar vinculada à forma como esse conteúdo é trabalhado em sala de aula na Educação Básica, tendo em vista que um dos conceitos preliminares de plotagem de gráficos manuais – utilizando-se régua, papel e lápis – seja a compreensão do que são as coordenadas no plano cartesiano.

Pode-se inferir que estudantes não compreendem a representação gráfica no plano cartesiano na sua totalidade, conforme afirma Duval (2011a), reduzindo o conceito às unidades de sentidos como, por exemplo, os pontos e/ou pares ordenados.

Além disso, as respostas dos estudantes indicam que podem ter dificuldades em compreender os aspectos globais da representação gráfica¹², na perspectiva do plano cartesiano, podendo gerar dificuldades na construção de gráficos e do que, de fato,

¹¹ As respostas dos alunos, como já mencionado, foram coletadas por meio de um questionário *on-line*. Isso permitiu que houvesse consultas sobre a temática e a *sites*. Alguns *sites* detectados foram: *todoestudo.com*, *mundoeeducacao.uol.com* e *issuu.com*.

¹² A ideia da importância das variáveis visuais que são, matematicamente, pertinentes para a interpretação global das representações gráficas é tema de um importante trabalho do autor (Duval, 2011b)



representa o seu valor visual na compreensão de fenômenos e resolução de problemas matemáticos.

Uma forma de superação dessas dificuldades refere-se ao “estabelecimento e comparação entre representações de um mesmo objeto”, como um dos “primeiros passos para que uma representação semiótica possa ser compreendida e interpretada na sua totalidade” (CARDOSO, 2015, p. 44). Portanto, faz-se necessário estudar diferentes representações gráficas no plano cartesiano, procurando evidenciar as características próximas e de distanciamento de cada representação e as relações entre elas.

A ação de comparar representações é uma atividade potenciadora que pode gerar inferências pelos alunos, de aspectos individuais de cada exemplo e aspectos generalizáveis, cabendo ao professor discutir com os seus alunos as inferências que podem ser validadas ou não.

No segundo caso, 22 estudantes elencaram características do plano cartesiano que podem ser observadas nas respostas a seguir.

A5: O plano cartesiano é um sistema de coordenadas. Esse sistema de coordenadas é formado por duas retas e ângulos, chamadas de eixos cartesianos.

A6: O plano cartesiano é formado por 2 retas reais perpendiculares, ou seja, essas retas determinam com sistema ortogonal de coordenadas cartesianos, ou somente pelo cartesiano.

A7: Plano Cartesiano \rightarrow é o ambiente onde o gráfico será construído. Ele é estabelecido pelo encontro dos eixos cartesianos x e y , conhecidos como eixo das abscissas e eixo das ordenadas, respectivamente.

A8: O plano cartesiano trata de um plano construído por duas retas numéricas perpendiculares, nas quais são possíveis marcar a sua localização, suas retas possuem um ponto em comum formando, assim, um ângulo de 90 graus. Esses pontos são conhecidos como a origem, e nele é marcado número zero em ambas as retas.

Esses estudantes evidenciaram características importantes do plano cartesiano, tais como: é formado por duas retas; as retas são perpendiculares; formam um ângulo de 90 graus, sendo a origem das retas, também, de eixos cartesianos denominados eixo das abscissas(x) e eixo das ordenadas(y). Apesar de pontuarem elementos corretos sobre o plano, apenas A8 menciona o termo “gráfico” na sua resposta.

Os discentes também desconsideraram o conceito de representação gráfica no plano cartesiano, quer seja por não ter compreendido a pergunta do questionário ou por não perceberem a relação entre a representação gráfica e o plano cartesiano ou, ainda, por terem associado a representação gráfica ao próprio plano cartesiano. Essas dificuldades estão de acordo com o que afirma Cardoso (2015, p.40): “possui regras de funcionamento



internas ao sistema semiótico utilizado, que são denominadas regras de conformidade. Sem o conhecimento dessas regras estruturais e funcionais, é impossível efetivamente formar uma representação”.

A preocupação em relação à não articulação desses estudantes à pergunta realizada no questionário e às respostas analisadas, também pode indicar falhas na leitura de enunciados em língua materna. Segundo Duval (2009), este registro de representação semiótica é pouco explorado nas aulas de Matemática, apesar de muito utilizado, quer sejam nos enunciados, em livros didáticos ou em provas de avaliações internas e de larga escala. Ainda é notória a persistência da incompreensão de problemas contextualizados de Matemática por alunos da Educação Básica, sendo essas dificuldades levadas ao Ensino Técnico e ao Ensino Superior.

Uma das formas de superação dessas dificuldades são os direcionamentos de atividades pelos professores, que articulem também a língua materna, seja de forma oral ou escrita, nas aulas de Matemática. Essas práticas articuladas de ensino ultrapassam as atividades centradas apenas nos exercícios e cálculos matemáticos.

Assim, desenvolver a habilidade dos alunos em expressarem os conceitos matemáticos pode ser uma forma de o professor entender como esses alunos estão compreendendo esses conceitos e as possíveis lacunas conceituais, que devem ser trabalhadas.

Uma parcela menor da amostra, com 12 estudantes, explicitou com exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos, conforme respostas a seguir e de acordo com a categoria (3):

A9: representação gráfica é a amostra de fenômenos físicos, econômicos, sociais, ou outros de forma ordenada e escrita

A10: Diversas situações do dia a dia, um exemplo disso pode ser ao abastecer um veículo, já que a quantia a pagar, a quantidade de combustível, podem estar relacionados a essa gráfica no plano cartesiano.

A11: Pode também ser uma representação de uma função ou funções através de gráficos curvas ou superfícies.

A12: O plano cartesiano se faz mais presente no nosso dia a dia do que imaginamos, exemplo quando você bota gasolina no carro a quantidade de gasolina aumenta a medida que o valor a ser pago aumentam ou quando você relaciona os lucros de uma empresa com o investimento feito, com representações gráficas em planos cartesianos é possível entender por meio de gráficos o que por muitas vezes é difícil compreender a partir de números, isso porque com a representação gráfica você entende o que está acontecendo e o decorrer do acontecimento, ou seja, você entende melhor o processo e isso é fundamental. Resumindo, fazer uma representação gráfica no plano cartesiano seria correlacionar variáveis e analisar como se comportam uma sendo dependente da outra.



Embora não haja clareza nas respostas desses alunos, percebe-se que utilizaram de exemplos cotidianos ou gráficos para representar um significado de representação gráfica no plano cartesiano. Ao elaborar a definição do conceito de plano cartesiano, é possível perceber que eles entenderam a relação deste com a vida deles, e esse significado é muito importante de ser estabelecido, pois dá sentido ao conteúdo trabalhado.

Ainda na resposta de A12, “fazer uma representação gráfica no plano cartesiano seria correlacionar variáveis e analisar como se comportam uma sendo dependente da outra”, é essencial para perceber as relações existentes entre as representações envolvidas, em especial, as relações entre o registro de representação algébrico e gráfico de uma determinada função.

Nesse sentido, uma das formas de superação dessas dificuldades diz respeito à abordagem experimental da Matemática, proposta por Duval (2011a, 2011b), segundo a qual o trabalho investigatório e de observação nas aulas de Matemática poderia favorecer a tomada de consciência desses estudantes, no que se considera matematicamente pertinente ao conteúdo visual das representações gráficas.

Por fim, 31 estudantes formaram o conceito focando em representação, sistema gráfico e/ou visualização, conforme respostas a seguir:

A13: A representação gráfica no plano cartesiano é a tentativa de expressar visualmente através de um gráfico, os valores numéricos e de maneiras diferentes, é um facilitador para compreendermos os mesmos. A imagem com os eixos X e Y é uma representação do plano cartesiano e o conjunto de coordenadas é que chamamos de gráfico.

A14: Relaciona-se ao sistema gráfico que possibilita uma linguagem de comunicação. Assim, sendo uma maneira eficiente de fazer representação de dados através de gráficos.

A15: Compreende um sistema gráfico de signos que possibilita a linguagem de comunicação gráfico-visual. A partir do plano cartesiano somos capazes de identificar possíveis pontos.

A16: A representação gráfica é fundamental na verificação de uma determinada grandeza em função da outra, sendo dispostos no sistema de eixo cartesianos que é constituído por duas retas reais perpendiculares, apresentando o ângulo entre elas de 90° . Essas retas indicam um único plano, que é denominado como sistema ortogonal de coordenadas cartesianas ou plano cartesiano.

A sintetização das respostas dos alunos nesses quatro exemplos reflete a formação de definições mais elaboradas dos conceitos, articulando a representação gráfica e o plano cartesiano. De acordo com as respostas, dois alunos (A14, A15) compreendem a representação gráfica como uma linguagem de comunicação. Segundo Duval (2009), as



representações semióticas, além da função de comunicação, cumprem mais duas outras funções, sendo elas: a de objetivar e a de tratar.

A função de comunicação permite transmitir, a partir do uso da representação, um conceito, definição, etc. para um interlocutor. Dessa forma, viabiliza um processo de interlocução entre sujeitos, a qual seria de difícil compreensão sem o auxílio das representações (CARDOSO, 2015, p. 39).

A função de objetivar diz respeito à tomada de consciência do sujeito pela elaboração de seu próprio conhecimento, como por exemplo: resumos, esquemas, mapas mentais, entre outros. Já a de tratamento são as maneiras de tratar e organizar as representações semióticas; pode-se considerar como sendo transformações que ocorrem dentro de um mesmo registro de representação semiótica.

A13, em sua resposta, parece ter uma interpretação parte/todo do conceito, em suas palavras: “a imagem com os eixos X e Y é uma representação do plano cartesiano e o conjunto de coordenadas é que chamamos de gráfico” (A13, 2021). O aluno faz a distinção entre a representação do próprio plano cartesiano e a representação gráfica quando nele inserido. Essa distinção é importante, pois são dois objetos matemáticos que se interligam, formando o conceito de representação gráfica no plano cartesiano.

Vale destacar que existem diferenças entre a elaboração da representação gráfica no plano cartesiano de forma manual e com o uso de tecnologias, ou seja, *softwares* ou aplicativos. A forma manual permite ao aluno o uso de lápis, papel e régua ou outros instrumentos importantes e, ao elaborar o registro gráfico, o aluno pode estar desenvolvendo uma ou mais de uma atividade cognitiva, ou seja, ele pode estar formando, tratando e/ou convertendo, que vai depender dos problemas propostos e das representações utilizadas.

Já o uso das tecnologias tem outras implicações que, na visão do autor, revelam uma função de simulação, mas não provoca as atividades cognitivas na interação sujeito, máquina e *software* (DUVAL, 2011a). “O autor trata dessa questão salientando que, para esse caso específico, as tarefas cognitivas dependem de cada *software*, bem como as ações que seu menu permite ou não realizar” (CARDOSO, 2015, p.63).

Para essa superação, faz-se importante a realização de ambas as atividades tanto manuais como com o uso das tecnologias. Assim, é possível ampliar o conceito das representações gráficas no plano cartesiano, até mesmo para a elaboração de gráficos de difíceis construções manuais.



Considerações finais

O estudo do plano cartesiano, como um objeto matemático na Educação Básica, é pouco explorado do ponto de vista conceitual, ficando o ensino intuitivo e gráfico. A ausência de formalização com o uso da linguagem matemática fica caracterizada quando o aluno acessa essas informações para descrever registros ou adentrar no estudo gráfico das funções.

O objetivo desse estudo de conhecer as concepções de estudantes de cursos técnicos do IFCE acerca do conceito de representação gráfica no plano cartesiano apresentou um estudo descritivo sobre conhecimentos básicos para o estudo das funções. Nas quatro categorias analisadas, a maioria dos estudantes percebem esse conceito ainda de forma incipiente ou não articulada, aspecto que foi observado, em especial, em três categorias, segundo as quais os estudantes compreendem a representação gráfica no plano cartesiano como sendo coordenadas, pares ordenados e/ou localização; ou, ainda, propuseram-se a elencar características do plano cartesiano ou exemplos ou contextos do dia a dia em seus conceitos.

Essas dificuldades podem ser superadas ampliando o que é potencialmente e visualmente importante nas representações, relacionando-as e comparando umas com as outras. Muitas vezes, o ensino de Matemática pode não se deter a essas características gráficas/visuais dos conteúdos matemáticos. Tornar explícito para os estudantes o que ainda pode estar oculto ou não aparente é uma atividade que merece atenção e cuidado por parte dos professores de Matemática.

A articulação das representações gráficas no plano cartesiano foi perceptível nas respostas dos estudantes, em especial na quarta categoria. Esses alunos também elaboraram conceitos aprofundados em língua materna, bem como características importantes das relações entre as representações gráficas e o plano cartesiano.

Compreende-se que atividades matemáticas que relacionem os conteúdos matemáticos e a inclusão da língua materna, como uma representação importante para os processos de ensino e aprendizagem, seja um passo importante para a mudança na cultura dessa disciplina e compreensão dos registros dos estudantes na elaboração de conceitos.

Espera-se que esse trabalho contribua com orientações para as práticas de ensino desse conteúdo, favorecendo a aprendizagem de estudantes, com o intuito de superar dificuldades encontradas, diminuindo, assim, possíveis lacunas conceituais acerca das representações gráficas no plano cartesiano.



Referências

AZERÊDO, Maria Alves de; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. Linguagem e Matemática: a importância dos diferentes registros semióticos. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v.25, Número Especial, p.158-171, 2016.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. **Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim**: enfoque na formação inicial de professores de matemática. Dissertação (Curso de Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2015.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. **Domínio Conceitual de Função Afim**: uma análise a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Monografia do curso de Especialização em Ensino de Matemática do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará – UECE. Fortaleza, 2013.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática** – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. 1a ed. São Paulo, PROEM, 2011a. Vol. 1.

DUVAL, Raymond. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. **REVEMAT**. Florianópolis (SC). V. 6, n.2, p. 96 – 112, 2011b.

JORGE, Jair Lucas; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores. Dificuldades de estudantes da 1ª série do ensino médio sobre representações do objeto matemático função: a função quadrática. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12º., 2016, São Paulo. **Anais Eletrônicos...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**: geometria analítica. Vol.7, 6. ed. São Paulo: Editora Atual, 2013.

LOPES, Wagner Sanches. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função**: uma proposta de ensino. 2003. 96f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2003.

SANTOS, Robson Lousa dos; CRUZ, Fernanda Gomes da. A Matemática de René Descartes. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 8, p. 30–47, 2018.



SANTOS, Edivaldo Pinto dos. **Função afim $y = ax + b$** : a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo. 2002. 99f. Dissertação (Mestrado acadêmico em Educação) - PUC – São Paulo, 2002.

SCANO, Fabio Correa. Função Afim: **Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra**. 2009. 136 F. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) -PUC, São Paulo, 2009.

SEQUEIRA, André Mendes Cardoso. **Reflexões sobre a representação gráfica no ensino da Matemática**. 2016. 75f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Campus de Rio Claro, 2016.

SIVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. A dificuldade da Matemática no dizer do Aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. **Educ. Real.**, Porto Alegre, v. 36, p. 761-779, set/dez. 2011.

SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de. **Representação semiótica e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2010. Dissertação Curso de Mestrado acadêmico em Educação - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2010.

Recebido em: 06 / 12 / 2021
Aprovado em: 09 / 03 / 2022