

ENFEITES NATALINOS: CONSTRUÇÕES MATEMÁTICAS POR MEIO DE DOBRADURAS

CHRISTMAS ORNAMENTS: MATHEMATICAL CONSTRUCTIONS THROUGH FOLDING

Nickson Deyvis da Silva Correia¹; Viviane de Oliveira Santos²; José Monteiro Hilário da Silva³

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo descrever o processo de elaboração e resultados da aplicação da atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras”. Esta atividade foi desenvolvida no projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*”, da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), com a finalidade de explorar conteúdos matemáticos e trabalhar habilidades usando a arte de dobrar papel por meio da construção de uma árvore e de estrelas de Natal, proporcionando aos estudantes momentos descontraídos e interessantes para aprender matemática e despertando nos professores o ensejo de desenvolver outras habilidades no modo como ensinar matemática. A atividade foi aplicada, por meio de uma *live no Instagram*, a 44 estudantes do Ensino Fundamental II e Ensino Médio de 9 escolas da rede pública e de 1 escola da rede particular de ensino de 2 estados do Brasil. As habilidades trabalhadas foram coordenação motora, concentração, memória e imaginação; os conteúdos matemáticos explorados foram propriedades de figuras geométricas como vértice, altura, lado e diagonais de polígonos convexos, noções básicas de geometria como ponto, interseção e segmento de reta. Além de alcançar a finalidade almejada, a atividade proporcionou o reaproveitamento de materiais e despertou o interesse dos professores em fazer trabalhos interdisciplinares, investindo em atividades com dobraduras nas aulas. Esperamos que este trabalho desperte nos professores de matemática a vontade de proporcionar aos seus estudantes novas formas de adquirir e aprofundar conhecimentos matemáticos, utilizando temas presentes no cotidiano deles e/ou materiais didáticos como a atividade aqui descrita.

Palavras-chave: Matemática; Ensino de matemática; Natal; Dobraduras de papel.

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Ufal, Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Qd. O, 01, Conjunto Margarida Procópio, Tabuleiro do Pinto, Rio Largo, Alagoas, Brasil, CEP: 57100-000. E-mail: nickson.correia@im.ufal.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9060-9316>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp). Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Lourival Melo Mota, s/n, Instituto de Matemática - Ufal, Tabuleiro do Martins, Maceió, Alagoas, Brasil, CEP: 57072-970. E-mail: viviane.santos@im.ufal.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4425-3806>.

³ Licenciando em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Rua José Monteiro da Silva, 82, Conjunto Três Irmãos, Tabuleiro do Pinto, Rio Largo, Alagoas, Brasil, CEP: 57100-000. E-mail: josemonteirosilva321@gmail.com.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5421-9647>.



ABSTRACT

This article aims to describe the elaboration process and results of the application of the activity “Christmas ornaments: mathematical constructions through folding”. This activity was developed in the extension project “Sem mais nem menos *on-line*”, from the Federal University of Alagoas (Ufal), with the purpose of exploring mathematical contents and working skills using the art of folding paper through the construction of a tree and of Christmas stars, providing students with relaxed and interesting moments to learn mathematics and awakening in teachers the opportunity to develop other skills in the way they teach mathematics. The activity was applied, through a live on Instagram, to 44 students from Elementary School II and High School from 9 public schools and 1 private school from 2 states in Brazil. The skills worked were motor coordination, concentration, memory and imagination; the mathematical contents explored were properties of geometric figures such as vertex, height, side and diagonals of convex polygons, basic notions of geometry such as point, intersection and line segment. In addition to achieving the desired purpose, the activity provided the reuse of materials and aroused the interest of teachers in doing interdisciplinary work, investing in activities with folds in class. We hope that this work will awaken in mathematics teachers the desire to provide their students with new ways to acquire and deepen mathematical knowledge, using themes present in their daily lives and / or didactic materials such as the activity described here.

Keywords: Math; Mathematics teaching; Christmas; Paper folding.



Considerações iniciais

O projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*”, adaptação do projeto de extensão “Sem mais nem menos”⁴ do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), surgiu durante a pandemia da Covid-19, tendo como objetivo proporcionar aos estudantes momentos descontraídos e interessantes para aprender matemática e despertar nos professores o ensejo de desenvolver outras habilidades para ensinar matemática, abordando alguns conteúdos de forma alternativa e atraente.

É importante que a aula de matemática seja um momento esperado por todos. Pais (2006, p. 62) comenta que “é conveniente que as condições de aprendizagem ofereçam sentido para o aluno e isso se consegue com a contextualização do saber”, ou seja, para melhorar os resultados em relação ao ensino de matemática, deve-se proporcionar a contextualização do saber de modo compatível com o nível previsto na escolaridade.

Dessa forma, para alcançar o objetivo do projeto, foram realizadas *lives* pelo *Instagram* do “Sem mais nem menos” para estudantes do Ensino Fundamental II e Ensino Médio, bem como *webconferências* pelo *Google meet* para os professores de matemática. As *lives* abordaram temas presentes no cotidiano dos estudantes e a matemática existente neles. As *webconferências* trataram do *feedback* dos docentes em relação às *lives*, isto é, processo de acompanhamento dos estudantes, pontos positivos e negativos, e estratégias utilizadas para os estudantes participarem e realizarem as atividades. Além disso, também era um momento de aproximar os professores da equipe do projeto e compartilhar experiências docentes, uma das características de atividades extensionistas da Ufal⁵.

A escolha em abordar temas presentes no cotidiano dos estudantes também é subsidiado por Roloff (2010, p. 1), ao comentar que: “O indivíduo está sujeito às influências do meio no qual ele vive e na relação de causas e efeitos desenvolve, não apenas aquilo que possui no interior do seu ser, mas também absorve o que está fora”. Além disso, para Boaler (2018), quando o professor ensina matemática com aulas atrativas e em conexão com o mundo real, os estudantes ficam contentes, empolgados e engajados. Roloff (2010) completa que o lúdico pode trazer à aula um momento de

⁴ Mais informações sobre o projeto de extensão “Sem mais nem menos” e a versão “Sem mais nem menos *on-line*” estão disponíveis no site oficial do projeto: www.sem-mais-nem-menos.webnode.com.

⁵ Para a Ufal, atividades extensionistas são responsáveis por promover a aproximação entre a universidade e comunidades, transmitindo e recebendo delas conhecimentos que nos conduzem a troca de conhecimentos científicos, saberes e compartilhamento de realidades. Ver: <https://ufal.br/ufal/extensao/apresentacao>.



felicidade, acrescentando leveza à rotina escolar e fazendo com que o estudante assimile melhor os ensinamentos que lhe chegam, de forma mais significativa. Nessa perspectiva, acreditamos que é durante esse momento de descontração e relacionado ao cotidiano que pode-se perceber a aproximação dos estudantes entre si e com o professor, desenvolvendo no estudante interesse, concentração, autoconfiança, autoestima e demais habilidades.

Consoante a tais considerações, a equipe do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*”, para cada *live*, elaborou um material didático⁶ a ser confeccionado pelos estudantes. Um desses materiais foi a atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras”. Essa atividade teve como objetivo explorar conteúdos matemáticos e trabalhar habilidades usando a arte de dobrar papel por meio da construção de uma árvore e de estrelas de Natal. Segundo Rancan (2011), atividades com dobraduras de papel valorizam momentos de descoberta, conceituação, construção manipulativa, visualização e representação geométrica. Assim, utilizar a arte de dobrar papel no ensino de matemática pode ser considerada uma ótima ferramenta no que se refere à promoção de uma aula interessante e à abordagem de conteúdos matemáticos.

O objetivo deste artigo é descrever o processo de elaboração e resultados da aplicação dessa atividade extensionista que proporcionou aos estudantes um momento descontraído e interessante para aprender matemática atrelada a uma temática do cotidiano. A importância deste trabalho pode ser fundamentada em: Manchur, Suriani e Cunha (2013) ao comentarem que o professor precisa superar os conhecimentos que não se ajustam à realidade dos seus estudantes, buscando novas metodologias de ensino de modo que construam conceitos que possibilitem o estudante compreender o seu presente e pensar o seu futuro; e Damiani (2008) ao salientar, com base em seus referenciais, a relevância do compartilhamento de experiências entre professores, em especial, quando essas experiências favorecem o desenvolvimento de habilidades na realização e tomada de decisões e na criação de um ambiente rico em aprendizagens acadêmicas e sociais, tanto para estudantes como para professores.

⁶ Lorenzato (2006) trata material didático como qualquer instrumento pedagógico com potencialidade de simplificar a compreensão de diversos conteúdos matemáticos, podendo esse ser classificado em jogo ou atividade palpável, manipulável, imagens gráficas, entre outros.



Assim, acreditamos que este artigo pode despertar nos professores de matemática ideias para enriquecer seu modo de pensar, agir e planejar suas aulas, trazendo-lhes mais satisfação pela conquista de seus objetivos de ensino com leveza e dinamicidade.

Elaboração e execução da atividade

A atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras” foi desenvolvida na segunda etapa de execução do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” e por isso o texto será dedicado apenas a essa segunda etapa.⁷

Após a organização da equipe do projeto (reuniões para determinar calendário, temas, estratégias, instrumentos de coleta, entre outros) referente à execução dessa etapa, foram abertas as inscrições para os professores de matemática que desejassem participar.⁸ Para a inscrição, o professor deveria optar por uma modalidade: (I) “Acompanhante de estudantes e participante das *webconferências*” ou (II) “Participante das *webconferências*”. Em (I), os professores tinham a responsabilidade de organizar os estudantes, colocá-los para assistir as *lives*, discutir com eles os questionamentos e coletar os materiais solicitados, além de apresentar nas *webconferências* os resultados e possíveis situações que viessem a surgir. Em (II), os professores tinham a responsabilidade apenas de assistir as *lives* e participar das discussões nas *webconferências*.

Para realizar a inscrição em (I), o professor preencheu seus dados pessoais e profissionais e montou um grupo de estudantes, independente das turmas e séries que pertenciam, anexando o termo de autorização da escola sobre seus estudantes. Para a inscrição em (II), o professor preencheu seus dados pessoais e profissionais. Os 23 professores inscritos foram aceitos, sendo 8 professores em (I) com seus grupos de estudantes (63 estudantes no total) e 15 professores em (II). Os estudantes participantes foram do Ensino Fundamental II e Ensino Médio de 9 escolas da rede pública de ensino e de 1 escola da rede particular de ensino. As escolas foram de Alagoas (Cajueiro, Capela, Junqueiro, Maceió, Murici, União dos Palmares) e de Tocantins (Couto Magalhães).

⁷ O projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” realizou duas etapas. A primeira, de maio de 2020 a agosto de 2020, com um grupo de estudantes e professores, totalizando sete *lives* e cinco *webconferências*. A segunda, de setembro de 2020 a dezembro de 2020, com outro grupo de estudantes e professores, totalizando cinco *lives* e seis *webconferências*.

⁸ A divulgação para inscrição nas atividades do projeto foi realizada no site da Ufal, Secretaria de Educação de Alagoas, Secretaria Municipal de Educação de Maceió e nas redes sociais do projeto e demais parceiros.



Após os primeiros encontros da equipe do projeto com os professores inscritos para passar algumas informações sobre a execução do projeto e as responsabilidades de cada um, conforme a modalidade selecionada na inscrição, deu-se início a execução do projeto. Tendo em vista que a execução do projeto dependia das *lives* elaboradas para os estudantes, a primeira ação do projeto foi um levantamento sobre como os estudantes costumavam se divertir para que, com base nessas informações, a equipe do projeto elaborasse as *lives* da segunda etapa. Cada professor inscrito em (I) buscou as informações de seus estudantes como desejou (*Google Forms*, *whatsapp*, ligações telefônicas, entre outros) e repassou para a equipe do projeto registrar. As diversões mencionadas foram: jogar; assistir; brincar; mexer no celular e computador; fazer atividades; ler; ficar com a família; conversar com amigos; dançar; cantar etc.

Conscientes que a segunda etapa se encerraria no mês de dezembro, surgiu a vontade na equipe do projeto de abordar o Natal na última *live*, remetendo-se à informação dos estudantes sobre a diversão “ficar com a família”, visto que o Natal é um momento presente no cotidiano de boa parte da população, seja por meio do contato com elementos natalinos como ceia, decoração, presentes ou do contato com a religião. Com a temática escolhida, deu-se início ao processo de elaboração da *live*, ou seja, pesquisas para identificar alguma matemática existente no Natal que pudesse ser apresentada aos estudantes e professores participantes por meio de um material didático. Neste momento, a equipe do projeto se debruçou em textos acadêmicos entre artigos, teses e dissertações disponíveis no *Google acadêmico* e em sites como *blog* e *vlog*, acerca das temáticas Matemática e Natal, lendo e assistindo conteúdos, mas eles não forneceram algo relevante para o propósito em questão. Vale ressaltar também que a equipe do projeto visitou algumas lojas do comércio de Maceió-AL na tentativa de identificar alguma matemática em árvores e demais enfeites industriais de Natal, porém também não obteve sucesso.

Para não descartar a temática Natal, atrelada à diversão “ficar com a família” dos estudantes, a equipe do projeto decidiu trabalhar na construção de algum elemento natalino que pudesse oferecer aos estudantes e professores participantes um momento descontraído que abordasse conteúdos matemáticos atrelados ao Natal. Ao escolher o trabalho com construção, a equipe do projeto se ateve a materiais que os estudantes provavelmente tivessem em casa, para não incentivá-los a saírem de casa para comprar ou pegar emprestado. Assim, foi decidido trabalhar com dobraduras de papel.



Há diversos trabalhos que utilizaram a arte de dobrar papel para o ensino de matemática, entre eles Buske (2007, p. 28) que define origami como uma:

[...] arte japonesa de confeccionar figuras fazendo dobras no papel. Sua escrita é composta por dois caracteres japoneses: o primeiro deriva do desenho de uma mão e significa dobrar (ori), e o segundo deriva do desenho da seda e significa papel (kami). A construção de um origami, na sua forma mais tradicional, não envolve o uso de cortes nem colagem, partindo, na maioria das vezes, de um pedaço de papel quadrado com uma de suas faces colorida.

A partir disso, sabe-se que nem toda dobradura de papel é um origami.

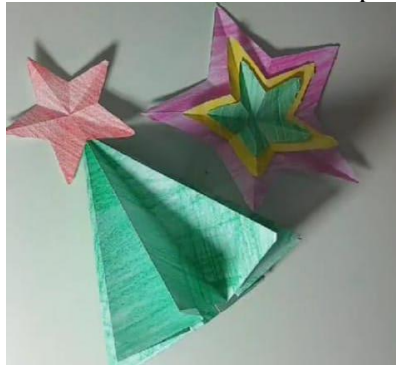
Além das considerações acerca de atividades com a arte de dobrar papel feitas por Rancan (2011), Buske (2007) faz um levantamento sobre a relação dessa arte com a educação matemática, citando origem, obras importantes e alguns referenciais teóricos, concluindo que esta arte possibilita abordar conteúdos matemáticos, como noções de retas paralelas e perpendiculares, ângulos, bissetrizes, construção de polígonos, visualização espacial, congruência e semelhança, frações, raios, sequências, poliedros, entre outros.

Diante disso, a equipe do projeto buscou elementos presentes no Natal que pudessem ser construídos com dobraduras de papel pelos estudantes participantes. Dentre os elementos natalinos com instruções de construção usando dobraduras de papel, tem-se o floco de neve, laço, árvore, estrela de cinco pontas e caixa de presente. Para verificar a dificuldade nas construções, foram feitos testes, sendo selecionadas a árvore e a estrela de cinco pontas de Natal. Esta seleção se deu pelo nível de dificuldade em realizar as construções, o tempo necessário para a execução de cada construção e os conteúdos matemáticos que poderiam ser abordados e apresentados aos estudantes.

Após essa seleção, foi arquitetada a atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras”, executada na 5ª live no dia 08 de dezembro de 2020, encerrando a segunda etapa do projeto. Em síntese, esta atividade explora conteúdos matemáticos e possibilita trabalhar habilidades usando a arte de dobrar papel por meio da construção de uma árvore e de estrelas de Natal (ver Figura 1). As habilidades trabalhadas foram coordenação motora, concentração, memória e imaginação; os conteúdos matemáticos explorados foram algumas noções básicas de geometria como ponto, interseção, segmento de reta e propriedades de figuras geométricas (vértice, altura, lado e diagonais de polígonos convexos).



Figura 1 – Árvore e estrelas de Natal construídas por meio de dobraduras.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

Como as *lives* no *Instagram* têm, em média, duração de 1 hora, a equipe do projeto viu a necessidade de elaborar um vídeo prévio e disponibilizar aos estudantes com antecedência, visto que a arte de dobrar papel requer paciência e concentração para um bom resultado. No vídeo prévio foram apresentados passos das construções dos enfeites e informado que as construções só seriam finalizadas durante a exibição da *live*. A *live* por sua vez, além da finalização da construção da árvore e da estrela de Natal, foi dedicada à interação do apresentador da *live* com os estudantes e professores participantes e à apresentação de uma breve contextualização histórica acerca do Natal, alguns elementos natalinos, relação do Natal com a matemática e questionamentos.⁹

No que se refere à construção dos enfeites natalinos, os estudantes tiveram que utilizar alguns materiais e seguir as instruções (passo a passo) demonstrados no vídeo prévio e na *live*. Os materiais foram papel A4, régua, lápis, lápis para colorir, tesoura e cola. Considerando que nem todos os estudantes poderiam possuir papel A4, lápis, lápis para colorir ou régua, a equipe do projeto também propôs materiais alternativos tais como: jornal ou folha de caderno para substituir papel A4; canetas esferográficas, hidrocores ou marca-textos de diversas cores para substituir lápis e lápis para colorir; e qualquer material que proporciona traçar um segmento de reta para substituir a régua.

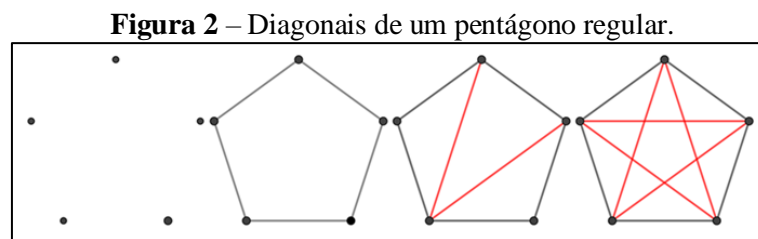
Durante o passo a passo da construção dos enfeites, o apresentador utilizou e explicou alguns termos da geometria, como ponto, segmento de reta e interseção de segmentos de retas. Também explicou o que era um polígono regular e evidenciou que existem figuras geométricas que podem ser visualizadas com as dobraduras de papel, mas

⁹ Para assistir a *live* e o vídeo prévio da atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras”, acesse: www.youtube.com/channel/UCmid1ZmndYIFbdKk2FxKR5A.



não informou todas, visto que isso seria questionado aos estudantes no final da *live*. As figuras geométricas que puderam ser visualizadas nessa construção foram: triângulo isósceles, triângulo retângulo, quadrado, retângulo, trapézio retângulo e losango.

Durante a *live*, ainda foi abordada a relação da estrela construída com a matemática. Nesse momento foi evidenciada que a estrela construída de cinco pontas possuía todos os lados de mesma medida e, portanto, a partir dela poderia construir um pentágono regular. Para isso, bastava marcar um ponto em cada ponta da estrela e, em seguida, ligar cada vértice com o seu vértice consecutivo. Também foi explicado o que seria uma diagonal de polígono regular¹⁰ e mostrado que as diagonais de um pentágono regular formam uma estrela de cinco pontas com lados de mesma medida (ver Figura 2).



Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

No final da *live*, foram apresentados aos estudantes questionamentos referentes à atividade apresentada. Os questionamentos foram: (1) Utilizamos dobraduras de papel para a confecção da árvore e das estrelas de Natal. Tais dobraduras permitiram a visualização de várias figuras geométricas. Quais foram essas figuras?; (2) Vimos na *live* que as diagonais de um pentágono regular formam uma estrela de cinco pontas. Sabendo que as diagonais são segmentos de retas que ligam os vértices não adjacentes (ou não vizinhos), responda: (a) quantas diagonais tem um quadrado? Justifique sua resposta, (b) quantas diagonais tem um triângulo? Justifique sua resposta; (3) Você teve alguma dificuldade para confeccionar as estrelas e a árvore de Natal? Explique.

Estes questionamentos foram elaborados de modo que todos os estudantes pudessem responder, visto que o questionamento (3) é subjetivo e para os questionamentos (1) e (2) bastava se ater aos detalhes do vídeo prévio e da *live*. Após responderem os questionamentos, os estudantes encaminharam para o seu professor participante as respostas junto com imagens dos enfeites natalinos construídos. Cada

¹⁰ Diagonal de um polígono regular é um segmento de reta que liga dois vértices de um polígono que não são consecutivos.



professor participante organizava todo o material e encaminhava para a equipe do projeto em forma de relatório. Esse relatório tinha como objetivo reunir comentários do professor e dos estudantes a respeito da atividade de modo geral, respostas dos estudantes sobre os questionamentos e as fotos das construções dos enfeites. O professor tinha liberdade de acrescentar questionamentos que considerasse pertinente e deveria inserir as respostas dos questionamentos e comentários dos estudantes de modo verídico ao que lhe foi passado. Ademais, vale destacar que os professores inscritos na modalidade (II), ou seja, apenas participantes das *webconferências*, assistiram o vídeo prévio e a *live*, guardando seus comentários para as discussões na *webconferência* sobre a atividade.

Apesar do projeto ter 63 estudantes dos 8 professores inscritos em (I) no início da segunda etapa, apenas 44 deles participaram da atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras”. Esse número é de acordo com os relatórios dessa atividade recebidos pela equipe do projeto. Desses 44 estudantes, 38 são da rede pública de ensino, sendo 5 do 6º ano, 9 do 7º ano, 14 do 8º ano e 4 do 9º ano do Ensino Fundamental e 5 da 2ª série e 1 da 3ª série do Ensino Médio; e 6 estudantes são da rede particular de ensino, sendo 3 do 6º ano, 2 do 7º ano e 1 do 8º ano do Ensino Fundamental.

Resultados da execução da atividade

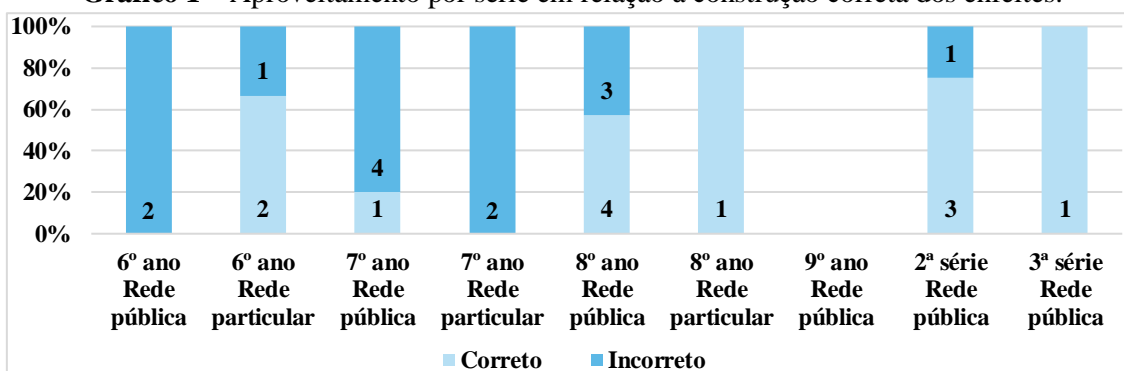
O vídeo prévio, como já mencionado, foi dedicado a apresentar passos das construções dos enfeites, construções estas que só seriam finalizadas durante a exibição da *live*. Na *live*, durante a apresentação da contextualização histórica e da relação do Natal com a matemática, houve uma interação entre o apresentador, os estudantes e os professores participantes. Nesse momento foi questionado aos estudantes e professores se eles identificavam alguma matemática existente no Natal, em especial nos enfeites natalinos. As respostas se direcionaram ao formato geométrico dos enfeites como a árvore (pinheiro) e o formato de cone, as bolas e o formato de esfera, os presentes e os formatos de paralelepípedo e cubo. Verificou-se que os participantes tinham noção da existência da geometria, o que foi favorável para a finalização da atividade, pois ao trabalhar com dobraduras, muitas noções geométricas foram sendo abordadas.

Em relação às fotos das construções feitas pelos estudantes e as respostas dos questionamentos, coletadas dos relatórios dos professores, dos 38 estudantes de escolas públicas que participaram da atividade, todos enviaram as respostas dos questionamentos,



mas apenas 26 estudantes enviaram as fotos dos enfeites construídos¹¹. Das 26 fotos dos enfeites, 19 foram nomeadas corretamente, possibilitando identificar a série/estudante a qual cada foto se destinava. Das 19 fotos, tivemos o total de: 2 do 6º ano, 5 do 7º ano, 7 do 8º ano, 4 da 2ª série, 1 da 3ª série. Do total de 6 estudantes da escola particular que participaram da atividade, todos enviaram as respostas dos questionamentos e as fotos dos enfeites, sendo 3 do 6º ano, 2 do 7º ano e 1 do 8º ano. As quantidades de estudantes que construíram corretamente em relação ao total de cada série estão apresentadas no Gráfico 1. Vale ressaltar que o número contido nas barras representa a quantidade de estudantes relacionada a cada informação e que não foram identificadas fotos do 9º ano do Ensino Fundamental II, apesar de ter 4 estudantes desse ano participantes da atividade.

Gráfico 1 – Aproveitamento por série em relação à construção correta dos enfeites.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

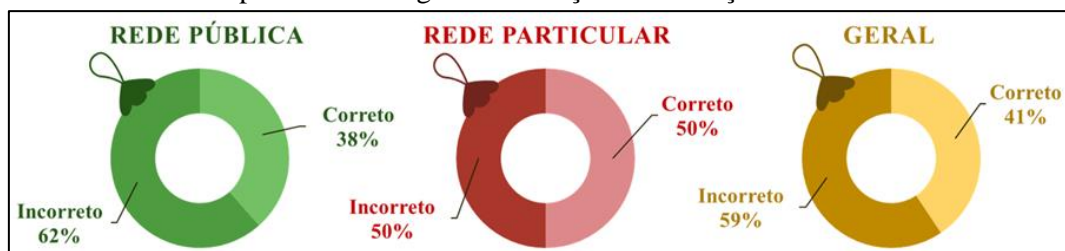
No Gráfico 1, podemos observar que nenhum estudante do 6º ano da rede pública e 7º ano da rede particular conseguiu construir os enfeites corretamente. Além disso, o 7º ano da rede pública teve apenas 20% de aproveitamento da construção. Porém, não podemos afirmar que o baixo desempenho desses três anos é devido ao grau de dificuldade para os respectivos níveis escolares, visto que nos estudantes do 6º ano da rede particular teve 66,67% de aproveitamento.

Em relação ao total de 7 fotos da rede pública que não foi possível atribuir a algum estudante ou série, apenas 1 construção (14,28%) foi realizada corretamente. No Gráfico 2, em relação à construção correta dos enfeites por todos os estudantes, são apresentados o aproveitamento da rede pública, da rede particular e do geral.

¹¹ Ao nos referir aos enfeites na análise, estamos considerando pelo menos um dos tipos de enfeites construídos (árvore e/ou estrelas de Natal).



Gráfico 2 – Aproveitamento geral em relação à construção correta dos enfeites.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

Do total de 32 fotos recebidas, apenas 13 foram corretas, sendo 10 da rede pública e 3 da rede particular. O erro mais comum foi os lados da estrela com medidas diferentes. Este erro aconteceu pela falta de exatidão em algumas dobraduras. Na Figura 3, são apresentadas algumas fotos de enfeites construídos pelos estudantes de forma correta (parte superior) e de forma incorreta (parte inferior).¹²

Figura 3 – Enfeites construídos pelos estudantes.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

Quanto às respostas do questionamento “(1) Utilizamos dobraduras de papel para a confecção da árvore e das estrelas de Natal. Tais dobraduras permitiram a visualização de várias figuras geométricas. Quais foram essas figuras?”, coletadas dos relatórios dos professores, apresentamos a Tabela 1. As respostas dos 44 estudantes participantes estão separadas por anos/séries, sendo 8 do 6º ano, 11 do 7º ano, 15 do 8º ano, 4 do 9º ano, 5 da 2ª série e 1 da 3ª série. Cada estudante poderia citar mais de uma forma geométrica.

¹² Para visualizar o erro na parte inferior, basta verificar que há construções com os lados desiguais, estrela com recorte não solicitado e estrelas com tamanhos fora do esperado.



Tabela 1 – Respostas dos estudantes quanto ao questionamento (1).

Número de estudantes que citaram cada figura geométrica corretamente						
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	2ª série	3ª série
Triângulo	8 (100%)	7 (63,64%)	15 (100%)	4 (100%)	5 (100%)	1 (100%)
Quadrado	8 (100%)	8 (72,73%)	14 (93,33%)	3 (75%)	5 (100%)	1 (100%)
Retângulo	7 (87,5%)	6 (54,54%)	10 (66,67%)	1 (25%)	4 (80%)	1 (100%)
Trapézio	3 (37,5%)	4 (36,36%)	5 (33,33%)	2 (50%)	2 (40%)	0
Losango	2 (25%)	2 (18,18%)	0	0	0	0
Número de estudantes que citaram cada figura geométrica errada						
Pentágono	3 (37,5%)	4 (36,36%)	6 (40%)	0	0	0
Pirâmide	1 (12,5%)	1 (9,09%)	0	0	0	0
Cone	0	1 (9,09%)	0	0	0	1 (100%)

Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

Na Tabela 1, observamos que as figuras mais mencionadas pelos estudantes foram triângulo, quadrado e retângulo, as demais passaram despercebidas por alguns estudantes. Vale ressaltar que 3 estudantes do 7º ano da rede pública deixaram a resposta em branco.

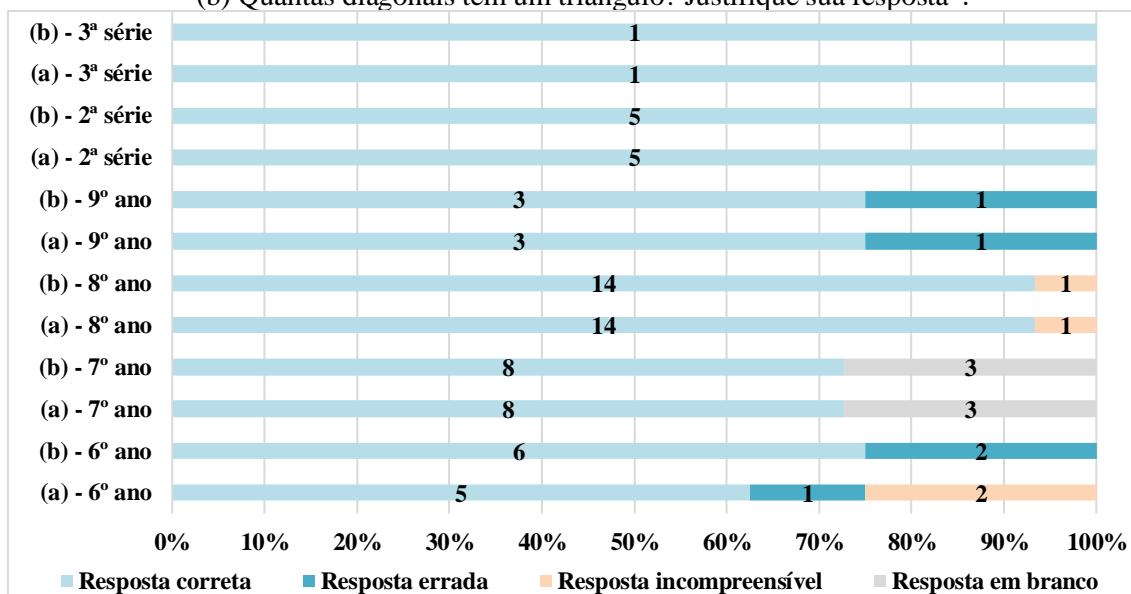
Em relação às respostas erradas do questionamento (1), ressaltamos que pirâmide e cone são sólidos geométricos e portanto não são possíveis de serem visualizados na construção dos enfeites. Além disso, esse questionamento se remetia às figuras geométricas oriundas das dobraduras, sendo assim, o pentágono, apesar de evidenciado durante a atividade, não é identificado nas dobraduras. Mas vale considerar a satisfação da equipe do projeto em saber que alguns estudantes citaram esta figura geométrica.

No tocante às respostas dos estudantes quanto ao questionamento “(2) Vimos na *live* que as diagonais de um pentágono regular formam uma estrela de cinco pontas. Sabendo que as diagonais são segmentos de retas que ligam os vértices não adjacentes (ou não vizinhos), responda: (a) Quantas diagonais tem um quadrado? Justifique sua resposta, (b) Quantas diagonais tem um triângulo? Justifique sua resposta”, coletadas dos relatórios dos professores, apresentamos o Gráfico 3.

A partir do Gráfico 3, podemos ver que dos 44 estudantes participantes, 36 (81,82%) responderam corretamente que o quadrado tem duas diagonais e 37 (84,09%) responderam corretamente que um triângulo não possui diagonais.



Gráfico 3 – Respostas de “(a) Quantas diagonais tem um quadrado? Justifique sua resposta” e “(b) Quantas diagonais tem um triângulo? Justifique sua resposta”.



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

No que concerne ao item (a), temos que: dos 36 estudantes que responderam corretamente, 21 justificaram se remetendo ao número de lados e vértices que possibilita ter duas únicas diagonais, 2 justificaram utilizando a fórmula das diagonais de um polígono regular, 1 não soube justificar e 12 não justificaram a resposta; das respostas incompreensíveis dos 3 estudantes “1, outros dois são infinitos”, “2 colunas, uma base e o teto” e “são segmentos de retas que ligam dois vértices, mas que não são os lados desse polígono”, a última resposta é referente à noção do que é uma diagonal do polígono, no entanto esta não faz relação ao que foi pedido no questionamento; 2 estudantes responderam errado citando 4 diagonais e justificando pelos vértices do quadrado, o que nos faz pensar que esses estudantes traçaram uma diagonal partindo de cada vértice, mas não observaram que na verdade se tratavam apenas de duas diagonais.

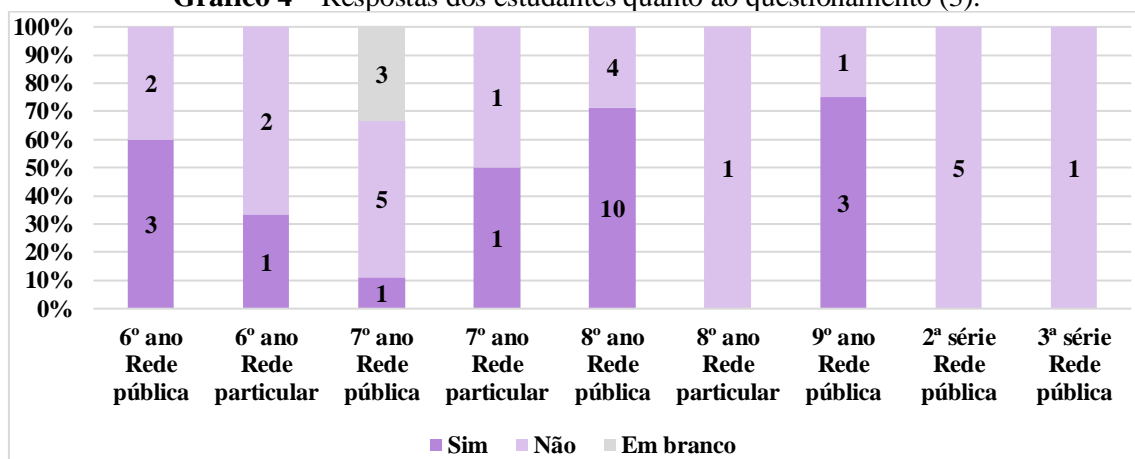
No que concerne ao item (b), temos que: dos 37 estudantes que responderam corretamente, 24 justificaram que o triângulo tem apenas três vértices e não possui vértices não adjacentes, 2 justificaram que triângulo só tem lados e não diagonais, 1 utilizou a fórmula das diagonais de um polígono regular, 1 não soube justificar e 12 não justificaram; a resposta incompreensível foi “2 colunas e uma base”, que não faz sentido para o questionamento; as respostas erradas foram “3 diagonais”, “2 diagonais” e “três retas”, que refletem a não compreensão da condição necessária para traçar uma diagonal que é ter dois vértices não vizinhos, impossível no triângulo.



Esses dados mostram que boa parte dos estudantes compreendeu como traçar uma diagonal a partir de um vértice do polígono, mas não podemos afirmar que essa compreensão foi totalmente devida à atividade. Alguns estudantes podem ter visto esse conteúdo antes, como alguns que utilizaram a fórmula de diagonais em um polígono regular se remetendo a conteúdos que já conheciam. Além disso, ver as diversas justificativas desse questionamento é satisfatório, pois momentos como esse são oportunidades de aprimorar nos estudantes a habilidade de argumentar. Para Boaler (2018, pp. 74-75), “Argumentar também garante aos estudantes acesso à compreensão.”

Em relação às respostas do questionamento “(3) Você teve alguma dificuldade para confeccionar as estrelas e a árvore de Natal? Explique.”, apresentamos o Gráfico 4. Nesse gráfico, encontram-se as porcentagens das respostas dos 44 estudantes e o número contido nas barras representa a quantidade de estudantes relacionada a cada informação.

Gráfico 4 – Respostas dos estudantes quanto ao questionamento (3).



Fonte: Arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).

No Gráfico 4, podemos verificar que os estudantes com maiores dificuldades na realização da atividade foram do 6º ano, 8º ano e 9º ano da rede pública e 7º ano da rede particular. Os comentários das dificuldades foram sobre montar a árvore, a situação de refazer a construção mais de uma vez para acertar, as dobraduras estarem difíceis, não conseguir construir as estrelas com tamanhos diferentes, dificuldade em cortar as estrelas etc. Os estudantes que responderam não ter dificuldade justificaram ter sido fácil e divertido; que o apresentador, a *live* e o vídeo prévio foram bem explicativos e as instruções estavam bem claras; que já tinha habilidade com dobraduras de papel etc.

Como já mencionado na seção anterior, no relatório, os professores também



teciam comentários sobre a *live* e coletavam comentários feitos pelos estudantes.¹³ Dentre os comentários feitos pelos estudantes, temos: “*Esta foi uma das melhores live desde início do projeto, foi bem divertida e ao mesmo tempo muito instrutiva, aprendi mais sobre as formas geométricas e ainda soube aproveitar alguns materiais que estavam em casa sem uso que iria para o lixo [...]*”; “*Eu gostei muito da live, pois nela além de trabalhar com dobraduras fazendo a estrela e a árvore, também aprendi alguns conceitos matemáticos envolvidos no processo.*”; “*Nossa última live foi incrível! Amei o tema, [...] A maneira simples e criativa de explicar cada conceito foi maravilhosa! Amei fazer parte do projeto!*”. Esses comentários nos fazem acreditar que, além de ter seu objetivo alcançado, esta atividade proporcionou a alguns estudantes o reaproveitamento de material que seria descartado e uma aula de matemática criativa, abordando conceitos e noções matemáticas de maneira simples, mas marcante.

A equipe do projeto, ao solicitar que os professores participantes comentassem sobre toda a atividade, aproveitou para pedir que dissessem se explorou a atividade de alguma outra forma, de acordo com a série e/ou a realidade de seus estudantes. Dentre os comentários, selecionamos esses: “*Foi muito bom, pois gosto de aplicar a matemática utilizando material manipulável, além de explorar as formas, trabalhamos com o número de diagonais de um polígono e um pouco de análise combinatória, já que os estudantes estão vendo nas aulas.*”; “*Ainda não, mas com certeza irei explorar nas minhas turmas no próximo ano, junto com o professor de artes. Inclusive já conversei com ele e mandei o vídeo da Live e ele gostou muito!*”. Com esses comentários, vimos que um professor utilizou o número de diagonais de um polígono, abordado na atividade apresentada, para relacionar com o conteúdo de análise combinatória que estava sendo abordado por ele. Percebemos também que a atividade despertou o interesse do professor em realizar um trabalho interdisciplinar, enriquecendo assim a aprendizagem de seus estudantes. De fato, a arte de dobrar papel tem caráter interdisciplinar, proporcionando o estudo de várias áreas, como bem cita Rêgo *et al.* (2003 *apud* BUSKE, 2007).

Destacamos também outros comentários dos professores participantes das duas modalidades (I) e (II): “*O trabalho manual das dobraduras estimula também as habilidades motoras com uma ênfase no desenvolvimento da organização, na elaboração*

¹³ Todos os comentários expostos neste artigo foram retirados dos arquivos do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*” (2020).



de sequencias de atividades, na memorização de passos e coordenação motora fina do aluno.”; “A arte do origami ajuda a melhorar não apenas a aprendizagem em Matemática, mas também a destreza manual, a redução do estresse, faz bem a visão pela beleza da arte e cultiva a paciência.”;

Mais uma vez o Sem mais nem menos se superou, trabalhar com dobradura é muito interessante e faz com que os estudantes se concentrem no trabalho, e ainda associada ao Natal melhor ainda. Os estudantes tiveram dificuldades para trabalhar com dobradura, porque na escola não desenvolvemos atividades desse tipo.

Muito interessante e de muita importância trazer a matemática de uma maneira mais dinâmica e em diferentes contextos. São projetos como estes, que nos faz ver o quanto precisamos nos reinventar para sermos um professor que busque aulas interativas e em diversos contextos, aproximando a matemática ao cotidiano!

Esses comentários mostram que os estudantes não têm muito contato com a técnica de dobrar papel por falta de atividades com esse propósito, mas que alguns professores perceberam que é possível obter bons resultados ao investir em atividades com dobraduras, sejam habilidades ou conteúdos. Isso permite considerar que a atividade também auxiliou o professor a ter novas visões de como abordar conteúdos de modo criativo, colaborando para o alcance dos objetivos do projeto e da atividade apresentada.

Considerações finais

Por meio da descrição do processo de elaboração e resultados da aplicação da atividade “Enfeites natalinos: construções matemáticas por meio de dobraduras” do projeto de extensão “Sem mais nem menos *on-line*”, vimos que abordar o Natal e a matemática relacionada a esse tema do cotidiano dos estudantes possibilitou uma aula de matemática mais atrativa, acrescentando leveza à rotina escolar e fazendo com que o estudante assimile melhor os ensinamentos que lhe chegam, de forma mais significativa. Referente à arte de dobrar papel, mesmo que pareça uma arte rígida, com esquemas de construção difíceis, ela pode ser uma grande aliada ao ensino, construindo materiais manipuláveis que auxiliam na abordagem de vários conteúdos.

Os resultados apresentados refletem que a atividade, mesmo com algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes, alcançou seu objetivo. Foi um momento de descontração, envolvendo uma temática do cotidiano com uma técnica não muito utilizada, em que os estudantes puderam visualizar e utilizar alguns conhecimentos



matemáticos. Além disso, os professores participantes puderam abordar outros conteúdos matemáticos com a *live* e foram instigados a utilizar dobraduras de papel.

Esperamos que este trabalho desperte em professores de matemática a vontade de proporcionar aos seus estudantes novas formas de adquirir e aprofundar conhecimentos matemáticos, utilizando temas presentes no cotidiano deles e/ou materiais didáticos como a atividade aqui descrita.

Referências

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BUSKE, N. **Uma contribuição para o ensino de geometria utilizando origami e caleidoscópio**. 2007. 200 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91082>. Acesso em: 17 fev. 2021.

DAMIANI, M. F. Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Educ. rev.** n.31, p. 213-230, 2008. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40602008000100013>. Acesso em: 31 mar. 2021.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.) **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MANCHUR, J., SURIANI, A., CUNHA, M. A contribuição de projetos de extensão na formação profissional de graduandos de licenciaturas. **Revista Conexão UEPG**, v. 9, n. 2, p. 334-341, 2013. Disponível em: www.redalyc.org/articulo.oa?id=514151730016. Acesso em: 31 mar. 2021.

PAIS, L. C. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

RANCAN, G. **Origami e tecnologia**: investigando possibilidades para ensinar geometria no ensino fundamental. 2011. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10923/3101>. Acesso em: 17 fev. 2011.

ROLOFF, E. M. A importância do lúdico em sala de aula. In: Semana de Letras, 10, 2010, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: Edipucrs; 2010. p. 1-9. Disponível em: <https://editora.pucrs.br/anais/Xsemanadeletras/comunicacoes/Eleana-Margarete-Roloff.pdf>. Acesso em: 17 fev. 2011.

Recebido em: 28 / 02 / 2021
Aprovado em: 20 / 04 / 2021