ISSN: 2447-8504 **DOI**: 10.30938/bocehm.v8i23.4981



ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: ANÁLISE DE UMA AULA DESENVOLVIDA SOB ESSAS PERSPECTIVAS

EXPLORATORY TEACHING OF MATHEMATICS AND DIGITAL TECHNOLOGIES: ANALYSIS OF A CLASS DEVELOPED UNDER THESE PERSPECTIVES

Dinar Paulino Damasceno¹; Alessandra Senes Marins²

RESUMO

Este artigo apresenta o relato de experiência de uma aula realizada por uma residente do Programa de Residência Pedagógica da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) em uma turma de primeira série do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino do estado do Ceará. Este teve como objetivo analisar possíveis contribuições da utilização das abordagens de Ensino Exploratório de Matemática (EEM) e de Tecnologias Digitais (TD) no ensino e na aprendizagem do conceito de vértice de uma parábola. Para isso, realizou-se um estudo sobre aspectos teóricos relacionados as abordagens de Ensino Exploratório de Matemática e de Tecnologias Digitais, o que possibilitou fazer uma relação entre essas perspectivas para a construção de um plano de aula, no qual foi detalhada possíveis ações para a gestão da aula e promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos. Diante disso, por meio de uma análise interpretativa com base nos aspectos teóricos dessas perspectivas, percebeu-se uma participação efetiva dos estudantes no desenvolvimento da aula, em que foram protagonistas no processo de aprendizagem, pois a partir da resolução da tarefa e das discussões realizadas, conseguiram visualizar os pontos do vértice de uma parábola, o comportamento de sua função e a posição de sua concavidade. Com isso, verificou-se que as abordagens utilizadas favoreceram também o raciocínio matemático, a resolução de problemas e a comunicação matemática dos alunos (CANAVARRO, 2011), pois foram motivados a buscar diferentes resoluções e apresentarem suas ideias para os colegas, o que promoveu uma valorização do trabalho realizado.

Palavras-chave: Ensino Exploratório de Matemática; Tecnologias Digitais; Programa de Residência Pedagógica; GeoGebra; Educação matemática.

ABSTRACT

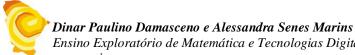
This article presents the experience report of a class held by a resident of the Pedagogical Residency Program of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel

¹ Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Endereço para correspondência: Sítio Maracajá, S/N, zona rural, Graça, Ceará, Brasil, CEP: 62365-000. E-mail: profdinarpaulino@gmail.com.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-7279-6832.

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Sobral, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Doutor Guarany, 317, Campus CIDAO, Betânia. CEP: 62010-305. Sobral, CE. Email: alessandra_senes@uvanet.br.

ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-2274-7386.



(CAPES) in a first-grade class in a high school in a public school in the state of Ceará. This study aimed to analyze possible contributions from the use of exploratory teaching approaches in mathematics (EEM) and digital technologies (TD) in teaching and learning the concept of the vertex of a parable. For this, a study was carried out on theoretical aspects related to exploratory teaching approaches in mathematics and digital technologies, which made it possible to make a relationship between these perspectives for the construction of a lesson plan, in which possible actions for the class management and promotion of students' mathematical learning. Therefore, through an interpretative analysis based on the theoretical aspects of these perspectives, it was noticed an effective participation of students in the development of the class, in which they were protagonists in the learning process, since from the resolution of the task and the discussions held , managed to visualize the points of the vertex of a parabola the behavior of the function of that parabola and apposition of the concavity of a parabola. As a result, it was found that the approaches used also favored mathematical reasoning, problem solving and students' mathematical communication (CANAVARRO, 2011), as they were motivated to seek different resolutions and present their ideas to colleagues, which promoted an appreciation of the work done.

Keywords: Exploratory teaching of mathematics; Digital technologies; Pedagogical Residency Program; GeoGebra; Mathematical education.

Introdução

O presente artigo apresenta o relato de experiência de uma aula realizada em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino do estado do Ceará, o qual foi desenvolvido por uma bolsista³ do subprojeto de Matemática do Programa de Residência Pedagógica (RP) da CAPES⁴ da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA).

No desenvolvimento deste trabalho, realizou-se um estudo sobre aspectos teóricos do Ensino Exploratório de Matemática (EEM) e das Tecnologias Digitais (TD), no qual buscou relacionar essas abordagens para a utilização de um recurso didático tecnológico, e assim favorecer a participação dos alunos. De acordo com alguns estudos que tratam sobre a utilização das TD (MALTEMP, 2008; BORBA; PENTEADO, 2007; BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014) em sala de aula, existe um crescimento de seu uso no cotidiano das pessoas, sendo necessário, por diferentes fatores, sua incorporação no ambiente escolar.

Diante disso, foi proposto no contexto da Residência Pedagógica incorporar o uso das TD nas regências de um módulo, em especial, no desenvolvimento deste trabalho a utilização do *software* GeoGebra juntamente com a abordagem de EEM e, a partir disso, analisar possíveis contribuições da utilização das abordagens de Ensino Exploratório de Matemática (EEM) e de Tecnologias Digitais (TD) no ensino e na aprendizagem do conceito de vértice de uma parábola.

Ensino Exploratório de Matemática - EEM

De acordo com Freire (1996), a realização de uma aula dialógica deve favorecer a abertura para perguntas e reflexões críticas, despertando assim a curiosidade dos alunos e permitindo assumirem um papel ativo no desenvolvimento de sua aprendizagem em sala de aula. Nesse sentido, é preciso frisar que, cabe ao professor planejar e adaptar abordagens de ensino para estimular e fomentar a curiosidade, o interesse, a autonomia, o diálogo, possibilitando uma prática investigativa aos alunos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM +):

_ .

³A primeira autora desse artigo participou como residente do Programa de Residência Pedagógica no período de agosto de 2018 a julho de 2019.

⁴ Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

A seleção dos conteúdos organizados em temas ou de outra forma é apenas uma primeira decisão de caráter pedagógico. É preciso também cuidar de outros aspectos didático pedagógicos, tendo em vista que a proposta é a de articular conteúdos e competências e a forma de trabalho é determinante para que muitas das competências almejadas possam se desenvolver (BRASIL, 2002, p. 129).

Diante disto, destacamos a perspectiva de Ensino Exploratório de Matemática, a qual propicia aos alunos uma participação efetiva durante o desenvolvimento da aula, por meio da exploração de novas aprendizagens a partir de seus conhecimentos prévios, e de tarefas interessantes e desafiadoras planejadas pelo professor. Para Canavarro (2011, p. 11) essa perspectiva "[...] defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva".

No EEM é preciso propor uma tarefa interessante e desafiadora aos alunos, para instigá-los a busca pela sua resolução. Para que isso ocorra, é importante o professor realizar um planejamento detalhado, no qual esteja contemplado práticas que possibilitem conduzir a aula de forma a utilizar as ideias que emergiram no desenvolvimento da aula, a fim de promover a aprendizagem matemática aos alunos. Conforme Cyrino e Teixeira (2016, p. 88) no planejamento de uma aula de EEM é importante que

[...]o professor tenha claro quais são os objetivos específicos em relação à aprendizagem dos alunos, de modo que possa antecipar elementos de sua prática que colaborem para a gestão da aula, de acordo com o tempo, as condições materiais e os alunos que possui.

Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) apresentam quatro fases para a realização de uma aula sob essa perspectiva, a saber: 1^a) Introdução da tarefa; 2^a) Desenvolvimento da tarefa; 3^a) Discussão da tarefa; e 4^a) Sistematização das aprendizagens matemáticas. Além disso, Stein *et al.* (2008) apresentam cinco práticas que podem facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas exigentes cognitivamente na condução de uma aula: antecipar; monitorar; selecionar; sequenciar; e conectar.

A prática de antecipar é realizada antes do desenvolvimento da aula, no momento do planejamento. Assim, após a escolha da tarefa, o professor precisa resolvê-la de várias

formas, para que esteja preparado para possíveis resoluções que poderão surgir durante a aula. Nesse sentido, Canavarro (2011, p. 13) traz que ao antecipar:

> [...] o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática.

Na primeira fase, a aula inicia com o esclarecimento da dinâmica da aula: organização dos alunos (trabalho individual ou em grupo); utilização de algum material didático; explicação do que se espera dos alunos em cada fase; entre outros aspectos, e por fim, o professor apresenta a tarefa proposta e promove uma discussão/reflexão para o seu entendimento e engajamento em sua resolução.

No desenvolvimento da tarefa, o professor utiliza da prática de monitorar, em que observa a realização da tarefa e, quando necessário, direciona os alunos com questionamentos, incentivando a busca por diferentes estratégias de resoluções, representações e procedimentos. Além disso, ao final dessa fase é o momento de realizar as práticas de selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos, as quais são selecionadas as que contribuem significativamente para o andamento matemático desejado na aula, de maneira que haja um encadeamento lógico das ideias matemáticas (CANAVARRO, 2011; STEIN et al., 2008).

A terceira fase, é a da discussão da tarefa, em que os estudantes das resoluções selecionadas, apresentam como as desenvolveram. Nesse momento, o professor orquestra a discussão da tarefa, com perguntas que favoreçam o esclarecimento de dúvidas e promova o confronto das estratégias utilizadas, para que haja uma interação entre os estudantes e um enriquecimento do entendimento das ideias matemáticas presentes no desenvolvimento da aula (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

E por fim, realiza-se a fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, a qual a partir das discussões realizadas, o professor desenvolve a prática de conectar as ideias matemáticas realizadas na aula, sistematizando-as e relacionando-as com notações, definições, procedimentos matemáticos, valorizando assim o trabalho realizado pelos alunos (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Diante das ações levantadas para o desenvolvimento de uma aula nessa perspectiva, entendemos que aliar outras abordagens de ensino como a de Tecnologias 0

Ensino Exploratório de Matemática e Tecnologias Digitais: análise de uma aula desenvolvida sob essas perspectivas

Digitais, podem ajudar em seu desenvolvimento. Sendo assim, propomos uma possível relação entre o EEM e as TD, utilizando do *software* GeoGebra para a aplicação de uma aula desenvolvida sob essas perspectivas.

Tecnologias Digitais - TD

O uso das Tecnologias Digitais está cada vez mais presente no cotidiano das pessoas, no uso de celulares, computadores, calculadoras, entre outros recursos, e consequentemente estão cada vez mais sendo utilizados no cenário educacional. Em relação a esse fato, Maltempi (2008, p. 62) afirma que:

A sociedade impõe o uso da tecnologia na educação porque grande parte da população está em um crescente contato com ela no seu dia-a-dia. Dessa forma, cada vez mais as escolas recebem alunos usuários de tecnologias, habituados a elas, os quais naturalmente pressionam pelo seu uso na educação ao trazerem tecnologias para a sala de aula ou ao relacionarem as atividades realizadas na escola com a possibilidade de serem elaboradas com o apoio de tecnologias.

Nesse sentido, documentos curriculares nacionais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), orientam para a utilização das TD no ensino e na aprendizagem matemática,

[...] quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, [...] pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Neste contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior (BRASIL, 2018, p. 528, grifo nosso).

Um aspecto a considerar sobre o uso das TD, é que permite aos estudantes uma visualização do objeto matemático com mais detalhe, do que ao serem apenas mencionados pelo professor, pois pode ser de difícil compreensão. Nesse sentido, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 53) salientam que a visualização:

[...] envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matemáticos para que possamos pensar matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática.

Diante disso, é interessante que os professores busquem utilizar as TD em suas aulas, por exemplo, fazendo uso do *software* de matemática dinâmica GeoGebra⁵, o qual pode ser utilizado para trabalhar com a álgebra, geometria, para representar gráficos, tabelas, funções, entre outros aspectos. Além disso, esse programa é gratuito, o que contribui para o uso em sala de aula. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 54) [...] "a utilização do GeoGebra pode se revelar significativa para a aprendizagem matemática quando o cenário didático-pedagógico formado a partir da realização de atividades matemáticas envolve complexidade com a relação ao pensamento matemático".

Borba e Penteado (2007), destacam que existem práticas pedagógicas que podem se harmonizar com as mídias informáticas, aproveitando suas vantagens e potencialidades. Segundo esses autores, essas vantagens podem ser vistas como sendo [...] a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares, gráficas e movimentos do próprio corpo" (BORBA; PENTEADO, 2007, p. 44).

Assim, podemos destacar que além de promover uma interação com as TD aos alunos, o professor deve atentar-se ao como conduzir uma aula utilizando desse recurso e, é diante disso, que propomos uma possível relação entre a perspectiva de EEM e as TD para o desenvolvimento de uma aula, em que destacamos que a utilização do *software* GeoGebra pode potencializar as etapas do EEM, visto que possibilita uma motivação para a investigação da tarefa, a partir da experimentação, da visualização e da coordenação de possíveis representações.

Portanto, este estudo aborda a utilização da perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática aliada a utilização do *software* GeoGebra, no desenvolvimento de uma aula e, assim, analisar possíveis contribuições dessas abordagens no ensino e na aprendizagem do conceito de vértice de uma parábola.

Procedimentos metodológicos

Este trabalho é de natureza qualitativa de cunho interpretativo conforme Creswell (2010, p. 209), "[...] em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem". Assim, este descreve e analisa a experiência de uma residente do

⁵ Definição apresentada do *software*, disponível em: < https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html>.



Programa de Residência Pedagógica⁶ do subprojeto de Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), ao ministrar uma aula com duração de 100 minutos e que foi realizada em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de ensino da mesma região, a qual ocorreu de forma presencial no mês de junho do ano de 2019.

A primeira autora deste artigo, atuava na escola como residente há dez meses e era supervisionada pelo professor (preceptor) regente da turma e pelo coordenador do subprojeto de Matemática (professor do Curso de Licenciatura em Matemática), ambos participantes do Programa de Residência Pedagógica, os quais supervisionaram e orientaram a construção do planejamento e a aplicação de aula.

Para essa aplicação foram selecionados vinte alunos de uma turma trinta e nove estudantes, para realizarem a tarefa em duplas no laboratório de informática da escola. Os alunos escolhidos foram aqueles que, diante das vagas, se propuseram a participar da aula.

Os instrumentos utilizados para a coleta de informações foram o diário de bordo da residente e os registros escritos dos alunos que emergiram durante a resolução da tarefa. Como parâmetros de análise foram utilizados aspectos teóricos das perspectivas de Ensino Exploratório de Matemática e de Tecnologias Digitais.

Do planejamento à aula

Para a realização de uma aula sob as perspectivas de Ensino Exploratório de Matemática e de Tecnologias Digitais, foi elaborado um planejamento de acordo com as fases de aula de EEM (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012) e com as cinco práticas que podem facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas exigentes cognitivamente (STEIN *et al.*, 2008), aliando-as com o uso do *software* GeoGebra. Assim, nesta seção apresentamos uma breve descrição da construção do planejamento de aula e de sua aplicação, e algumas análises sobre o desenvolvimento da aula.

No planejamento, o conteúdo a ser aplicado foi escolhido juntamente com o preceptor, levando em conta o cronograma programático do ano letivo da escola. Logo

.

⁶ É um programa de aperfeiçoamento da formação prática de licenciandos, em que os bolsistas são supervisionados por um coordenador institucional, um coordenador de área - professor formador de uma licenciatura - e um preceptor - um professor de uma escola que integra o programa.

após, foi realizada a escolha por uma tarefa que permitisse a construção do conhecimento do objeto matemático em questão (Quadro 1).

Quadro 1: Tarefa

Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, sabendo que o projétil A descreverá uma trajetória parabólica, dada por $f(x) = -x^2 + 8x$ enquanto o outro, B, irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. Considerando, no plano cartesiano, o eixo x como sendo o tempo de deslocamento e o eixo y como sendo a altura alcançada pelos projéteis, responda os próximos questionamentos:

- a) Um dos objetivos é que o projétil B intercepte o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso ocorra, qual a equação da reta que descreve a trajetória de B?
- b) Em qual instante o projétil A atinge a altura máxima? Qual o valor da altura atingida?
- c) Agora utilizando a equação $y = -x^2 + 8x$ e sabendo que generalização das equações de 2º grau é $y = ax^2 + bx + c$ como podemos obter o valor y = x do ponto encontrado?

Fonte: ENEM 2016, adaptada.

Em seguida, foi realizada a prática de antecipar possíveis resoluções da tarefa. Para isso, foi utilizado o GeoGebra o que possibilitou uma visualização do comportamento da parábola dessa função: $f(x) = -x^2 + 8x$. Além disso, buscou-se por possíveis dificuldades e erros que os alunos poderiam ter no momento da realização da tarefa, um deles poderia ser o de inserir os dados, das equações, incorretos no campo de entrada do *software*.

Além da prática de antecipar, outras ações foram planejadas para a gestão da aula, como: a organização do tempo para ocorrência de cada fase de aula; a adaptação da tarefa; a divisão dos alunos em duplas; a estratégia de sequenciamento; entre outras, conforme apresentamos no *framework*⁷ (Quadro 2) adaptado de Cyrino e Teixeira (2016).

Quadro 2: Framework

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
Antes da aula	Antecipar	Objetivo da aula: oportunizar o desenvolvimento do conhecimento do conceito de vértice da parábola de uma função quadrática, utilizando o software GeoGebra.
		 Fazer uma adaptação da tarefa para torná-la mais desafiante e motivadora para os alunos do 1º ano do Ensino Médio;
		• Antecipar possíveis dificuldades que os alunos poderão ter durante a realização da tarefa;
		• Planejar como poderá ocorrer a utilização do <i>software</i> , com suas potencialidades e possíveis dificuldades dos alunos;
		• Definir um tempo 20 minutos para introdução da tarefa, 35 minutos para desenvolvimento da tarefa, 25 minutos para discussão da tarefa e
		20 minutos para a sistematização das aprendizagens matemáticas.

⁷Quadro de referência que sugere práticas e ações que devem ser desenvolvidas antes e durante a aula.

Dinar Paulino Damasceno e Alessandra Senes Marins

Ensino Exploratório de Matemática e Tecnologias Digitais: análise de uma aula desenvolvida sob essas perspectivas

Durante a aula	1ª fase	Propor a tarefa	 Explicar brevemente como se dará a aula, falando um pouco da dinâmica do EEM, das 4 fases que o compõe; Explanar que a aula ocorrerá com a utilização do software, e com isso explicar um pouco sobre o GeoGebra; Organizar os alunos em duplas; Trazer a tarefa em folhas impressas e dividir entre os estudantes; Pedir para que primeiramente leiam individualmente a tarefa e em seguida coletiva; Apresentar a tarefa de forma esclarecedora, a fim de facilitar o seu entendimento e, assim, obter o engajamento dos alunos em sua resolução.
	2ª fase	Monitorar	 Instigar os alunos por meio de perguntas motivadoras e questionadoras sobre a resolução da tarefa; Proporcionar uma interação entre a dupla sobre possíveis resoluções, afim de gerar discussões e aprendizagens; Proporcionar a autonomia dos alunos para a resolução da tarefa; Desenvolver o pensamento crítico do aluno, por meio de perguntas sobre suas resoluções, de como chegaram a tal conclusão, porque representaram de tal maneira; Levar em consideração as resoluções certas e erradas pelos alunos; Não validar, de imediato,as estratégias de resolução dos alunos; Averiguar e fazer anotações sobre as resoluções que podem ajudar a realizar a discussão e a identificação dos elementos matemáticos envolvidos na tarefa; Verificar como estão utilizando o software e selecionar telas a serem explanadas na fase da discussão; Instigar os alunos a fazerem perguntas tanto para a residente, quanto para o colega da dupla durante a realização da tarefa.
		Selecionar e sequenciar	 Selecionar e sequenciar as apresentações de acordo com o seu grau de dificuldade; Pedir as duplas para organizarem suas resoluções a fim de apresentálas à classe; Incentivar para explicarem suas resoluções.
	3ª fase	Discutir as resoluções	 Envolver todos estudantes na discussão para levantarem perguntas, para sanar as dúvidas ou para colaborar com a discussão; Apresentar as diferentes formas de resoluções e analisar junto com os alunos suas diferenças.
	4ª fase	Conectar	 Criar conexões entre as possíveis resoluções e representações encontradas pelos alunos; Pedir para que anotem os conhecimentos matemáticos adquiridos na sistematização, os incentivando a conhecer os procedimentos, notações matemáticas envolvidas na aula; Falar da importância das ideias matemática, regras e generalizações; Discutir os conhecimentos matemáticos usado em cada resolução apresentada, relacionando-as com ideias matemáticas formalizadas.

Fonte: Adaptado de Cyrino e Teixeira (2016)

Após a construção do planejamento, chegou o momento de aplicar a aula. A primeira fase iniciou com a organização dos alunos nos respectivos computadores, em duplas, como planejado. Após essa organização foi conversado com eles a respeito da dinâmica da aula, e também sobre a utilização do *software* GeoGebra. Em seguida, a

residente salientou sobre a abordagem de EEM, esclarecendo suas fases e o que se espera dos alunos no desenvolvimento de cada uma. Após essa conversa, foi entregue a tarefa impressa e pediu-se que realizassem uma leitura individual e depois coletiva.

Feito isso, os alunos abriram o *software* e começaram a fase do desenvolvimento da tarefa. A residente começou a monitoraras duplas, observando como eles estavam realizando a tarefa e verificou-se que alguns estavam com pequenos problemas na execução de alguns comandos do GeoGebra. A prática de monitorar contribuiu para verificar o andamento das resoluções dos alunos, o que possibilitou um olhar para suas dificuldades e, um direcionamento e apoio para a continuidade de suas resoluções (CANAVARRO. 2011).

Além disso, foi observado que por meio da visualização que o GeoGebra proporcionou, os alunos compreenderam qual era o ponto de máximo da parábola. Nesse sentido, Borba e Penteado (2007, p. 44) afirmam que com o uso das TD "[...] vantagens podem ser vistas como sendo a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas[...]".

No item **a**, os alunos partiram para buscar dois pontos para traçar a reta e obter a equação desejada. No GeoGebra utilizando-se do comando "dado dois pontos é possível obter uma reta que passa por eles". O primeiro ponto foi de fácil visualização, pois era justamente o ponto de máximo da parábola, o qual já haviam encontrado. Alguns questionaram onde estaria o segundo ponto, pois não tinham outra informação na tarefa, assim a residente fez indagações que os levou a compreenderem que desconsiderando a altura do foguete os projéteis partiriam do ponto (0,0). Após encontrarem esses pontos, realizaram o comando para traçar a reta, sendo que o próprio *software* forneceu a equação desejada, bastando assim que eles compreendessem e anotassem na folha impressa.

Em seguida, houve alguns questionamentos para resolver o item **b**, sobre o que seria o instante solicitado, ou seja, eles conseguiam distinguir o ponto mais alto da parábola, mas ainda não estavam compreendendo suas coordenadas, em vista disso, foi pedido para que lessem novamente a tarefa, e, assim, conseguiram compreender e resolver esse item.

Seguindo para o item **c**, os alunos tiveram dificuldade de compreensão, então a residente optou por promover uma discussão sobre os itens **a** e **b**. Dessa forma, selecionou



alguns alunos para relatarem como haviam conseguido resolver, em que reproduziram os comandos em um computador de tela de 41 polegadas, possibilitando a visualização de todos.

A residente sequenciou essa discussão conforme os itens, utilizando uma dupla para apresentar a resolução do item a, e duas duplas para o item b. Primeiramente, uma que localizou e explicou sobre o ponto de máximo da parábola e, em seguida, outra para explicar as coordenadas dos projéteis no plano cartesiano.

Após a discussão desses itens, a residente fez algumas indagações que conduziram ao item c, e, assim, os alunos começaram a despertar para o entendimento e interesse em resolvê-lo. Alguns começaram a fazer cálculos utilizando a fórmula resolutiva de uma equação do segundo grau, embora a residente não a tivesse fornecido nem mencionado em nenhum momento. Consequentemente, os estudantes foram questionados do porquê da sua utilização, conforme o diálogo a seguir.

Aluno A: Professora é uma equação do segundo grau então é só aplicar na fórmula. **Residente**: Sim, é uma equação do segundo grau, mas o que a tarefa está pedindo?

Aluno A: Que eu encontre o valor de x e y?

Residente: E esse ponto que você encontrou? O que ele representa?

Aluno A: O valor de *x* e *y* no ponto mais alto da parábola. Residente: Então, você já tem as coordenadas do ponto.

Aluno A: Foi isso que eu observei, quando utilizei o x=4 obtive o y=16, que é o ponto que já tenho.

Então não é isso que tenho que descobrir.

Residente: Com isso você verificou a veracidade do ponto que você encontrou no GeoGebra pela

fórmula que já sabia. Agora leia novamente a tarefa.

Então, observou-se que algumas duplas estavam com resoluções diferentes, e até o momento ainda não havia uma que houvesse encontrado o resultado, portanto foi selecionado uma dupla, que se aproximou bastante da resposta, para que a colocasse na lousa.

Na discussão, os alunos indagaram se para o y do vértice seria igual, então a residente pediu que eles verificassem, e como planejado forneceu outra equação (y = $-x^2 + 4x$) para que calculassem tanto o x do vértice, quanto se essa fórmula serviria para o y do vértice. Nesse sentido, aqueles que estavam respondendo verificaram que para o x funcionava, mas para o y não. Novamente utilizando da prática de monitorar a residente observou que algumas estavam aproximando do resultado, porém ainda cometiam alguns equívocos. Com o intuito de promover novamente uma discussão que os conduzissem a



diagnosticar esses erros, selecionou duas duplas para colocarem suas respostas na lousa e sequenciou de forma que houvesse um encadeamento lógico das ideias dos alunos. Desse modo, após as análises, utilizando-se de outras equações, os alunos entenderam que por meio do delta é possível encontrar o y do vértice.

Após esse momento, a residente partiu para a fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, utilizando das resoluções e das discussões realizadas na fase anterior (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Dessa maneira, destacou as características sobre o vértice da parábola, enfatizando as equações trabalhadas na aula, porém elas tinham sua concavidade voltada para baixo e assim todas possuíam pontos máximos. Ao destacar que outras possuem ponto mínimo, os próprios alunos disseram que apresentam esse ponto quando a sua concavidade é voltada para cima. A residente confirmou o que os alunos disseram e pediu que eles olhassem para o acompanhante da variável x. Perguntou se tinham algo de semelhante, e logo concluíram que era o sinal negativo. Assim, a aula finalizou-se com a sistematização do conteúdo.

Diante disso, percebemos que no início da resolução da tarefa, houve uma empolgação e motivação dos alunos na utilização dos computadores, o que possibilitou uma interação entre eles e a residente quanto as dúvidas e direcionamentos para a realização da tarefa. Nesse sentido, destacamos que ao serem questionados pela residente sobre qual seria o ponto mais alto, eles explicavam mostrando na tela do computador e justificando com a visualização do gráfico que o GeoGebra proporcionou, possibilitando com isso, verificar as vantagens estabelecidas pela visualização mencionadas por Borba e Penteado (2007).

Com a escolha de uma tarefa interessante e da possibilidade de resolvê-la por meio de um *software*, observamos que no desenvolvimento da aula houve a participação ativa dos alunos na aula, com perguntas referentes à dificuldades e contribuições para o entendimento da aula. Assim, destacamos os diálogos realizados entre a residente e os alunos, promovendo o desenvolvimento de "[...] capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática" (CANAVARRO, 2011, p. 11).

E ainda, a sistematização das aprendizagens ocorreu estabelecendo conexões com respostas encontradas pelos alunos, relacionando "[...] os conhecimentos matemáticos



presente nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios, com ideias matemáticas ou com representações formalizadas, introduzido ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações [...]", e assim valorizando o trabalho realizados por eles (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 97).

Considerações finais

Diante disso, percebemos a participação efetiva dos alunos em todo o desenvolvimento da aula, bem como um interesse pela utilização dos computadores. Nesse sentido, podemos enfatizar que as perspectivas utilizadas contribuíram para que os estudantes fossem integrantes ativos no processo de suas aprendizagens matemáticas e, que por meio dos conhecimentos prévios do *software* e dos diálogos entre residente-alunos e alunos-alunos, conseguiram não apenas resolver a tarefa, mas também compreender o conceito de vértice da parábola.

Evidenciamos que as ações letivas desenvolvidas durante as fases da abordagem do EEM, proporcionaram que os alunos fossem os protagonistas em sua aprendizagem, desenvolvendo o aprendizado de conceitos matemáticos, e consequentemente, produzindo significados matemáticos para os procedimentos utilizados. Também verificamos que essa perspectiva favorece aos estudantes a abertura para perguntas e reflexões sobre o objeto matemático estudado, o que tornou a aula interativa e significativa para os estudantes.

Com todos os avanços tecnológicos, os quais os alunos estão em constante contato em seu cotidiano, nós enquanto educadores, devemos buscar incorporá-los em nossa prática, visto que permite uma série de ações que favorecem o ensino e a aprendizagem da Matemática. Uma possibilidade é aliar a uma abordagem de ensino com a utilização das TD, a qual permita o desenvolvimento de ações que contribuam para a gestão da aula e para a promoção da aprendizagem dos alunos, como relatamos neste trabalho.

E ainda, verificamos que há grandes contribuições frente ao uso tanto da abordagem EEM quanto de recursos das TD, pois por meio dessa relação foi possível proporcionar uma aula em que os alunos ao serem protagonistas da construção de seus conhecimentos, participaram de forma efetiva e, que, a partir da resolução individual e

coletiva da tarefa, conseguiram entender o conceito proposto para aula e assim atrelaram significados ao objeto matemático em estudo.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação Matemática.** 3ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2007.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. 1ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

RRASIL. Ministério da Educação. Secretaria do Educação Pásica. **Parâmetros**.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.

CANAVARRO, A. P. **Ensino exploratório da matemática:** práticas e desafios. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. 2011

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.**Práticas de ensino exploratório**: o caso de Célia. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. 2012

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução: Magda Lopes. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática. Londrina: Eduel, 2016. p. 81-99.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários as práticas educativas.1ª Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (coleção leitura)

Exame Nacional do Ensino Médio, **Provas e gabaritos**. Disponível em: http://inep.gov.br/provas-e-gabaritos> Acesso em: 20 de maio de 2019.

MALTEMPI, M. V. **Educação matemática e tecnologias digitais:** reflexões sobre a prática e formação docente. Acta Scientiae. Canoas. v.10, n.1, jan./jun. 2008. p.59-67. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, **geogebra sp.** Disponível em: https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html>. Acesso em: 29 de julho de 2019.



Dinar Paulino Damasceno e Alessandra Senes Marins

Ensino Exploratório de Matemática e Tecnologias Digitais: análise de uma aula desenvolvida sob essas perspectivas

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

Recebido em: 27 / 02 / 2021 **Aprovado em**: 20 / 04 / 2021