

## **ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE AULA COM POSSIBILIDADE DE APLICAÇÃO NO ENSINO REMOTO**

### **EXPLORATORY MATHEMATICS TEACHING: A CLASS PROPOSAL WITH THE POSSIBILITY OF APPLICATION IN REMOTE TEACHING**

Carolina Cordeiro Oliveira<sup>1</sup>; Ramone Freire de Sousa<sup>2</sup>, Isaque Garcia Penha<sup>3</sup>

#### **RESUMO**

O presente artigo tem como objetivo apresentar uma proposta de aula baseada na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática para aplicação do conteúdo de Razão e Proporção em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Para elaboração do plano de aula referente a essa proposta, foi realizada uma análise interpretativa sobre aspectos teóricos do Ensino Exploratório de Matemática, em que adotamos um modelo de aula estruturado em quatro fases: 1) Introdução da tarefa; 2) Realização da tarefa; 3) Discussão da tarefa, e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas, segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), aliada as cinco práticas que podem ser desenvolvidas pelo professor antes e durante a aula, de acordo com Stein *et al.*(2008): antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar. Além disso, devido a pandemia do novo Coronavírus (COVID-19), a perspectiva de Ensino Exploratório de Matemática foi aliada a alguns recursos das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação para uma possível realização dessa proposta de forma remota. Diante disso, observou-se que elaborar uma proposta de aula para ser desenvolvida sob o Ensino Exploratório de Matemática com o apoio de recursos das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, pode contribuir para a formação do professor que ensina matemática, por exigir um planejamento detalhado, o qual conduz pensar sobre diferentes conceitos, representações, procedimentos matemáticos envolvidos na tarefa, e sobre ações a serem realizadas no planejamento e em cada fase de aula, a fim de contribuir para a gestão da aula e para a aprendizagem matemática dos alunos. Percebeu-se também que essa prática de ensino proporciona ao aluno a possibilidade de participar da aula de maneira ativa, utilizando seus conhecimentos prévios, além de maior liberdade para expor ideias matemáticas.

**Palavras-chave:** Ensino Exploratório de Matemática; Ensino remoto; Plano de aula; Razão e Proporção.

---

<sup>1</sup> Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Sobral, CE, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Senador Catunda, 1726, Lagoinha, Guaraciaba do Norte, CE, Brasil, CEP: 62380-000. E-mail: [carolinacordeiro438@gmail.com](mailto:carolinacordeiro438@gmail.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-0705-7654>.

<sup>2</sup> Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Sobral, CE, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Pedro Caetano, 27, Bela Vista, Alcântaras, CE, Brasil, CEP: 62120-000. E-mail: [ramonefreire05@gmail.com](mailto:ramonefreire05@gmail.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2466-877X>.

<sup>3</sup> Estudante do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Sobral, CE, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Quincas Aprígio, 57, Jardins, Guaraciaba do Norte, CE, Brasil, CEP: 62380-000. E-mail: [isaquepenhacell@mail.com](mailto:isaquepenhacell@mail.com).

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4917-0660>.



### ABSTRACT

This article aims to present a class proposal based on the perspective of Exploratory Teaching of Mathematics for the application of the content of Reason and Proportion in a class of the 8th grade of Elementary School. To prepare the lesson plan for this proposal, an interpretative analysis was carried out on the theoretical aspects of Exploratory Teaching in Mathematics, in which we adopted a lesson model structured in four phases: 1) Introduction of the task; 2) Accomplishment of the task; 3) Discussion of the task, and 4) Systematization of mathematical learning, according to Canavaro, Oliveira and Menezes (2012), combined with the five practices that can be developed by the teacher before and during the class, according to Stein *et al.* (2008): anticipate, monitor, select, sequence and connect. In addition, due to a pandemic of the new Coronavirus (COVID-19), an Exploratory Mathematics Teaching perspective was combined with some resources from Digital Technologies of Information and Communication for a possible realization of this proposal remotely. Therefore, it is observed that elaborating a class proposal to be developed under the Exploratory Teaching of Mathematics with the support of resources from Digital Technologies of Information and Communication, can contribute to the formation of the teacher who teaches mathematics, as it requires detailed planning, which to think about different concepts, representations, mathematical procedures accomplished in the task, and about actions to be carried out in the planning and in each phase of class, in order to contribute to the management of the class and to the mathematical learning of the students. It was also noticed that this teaching practice provides the student with the possibility to participate in the class actively, using their previous knowledge, in addition to greater freedom to expose mathematical ideas.

**Keywords:** Exploratory Teaching of Mathematics; Remote teaching; Class plan; Reason and Proportion.



## Introdução

Diante da pandemia do novo Coronavírus (COVID-19), a educação brasileira tem sofrido fortes mudanças, os educadores tiveram que reinventar-se ao adaptar o ensino a esse momento atípico vivido por todos. A principal maneira de interação com os estudantes tem sido através das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, sendo estas consideradas mediadoras da aprendizagem (KENSKI, 2003).

Dentre as práticas de ensino utilizadas pelos professores, destaca-se o Ensino Exploratório de Matemática, o qual será abordado durante o presente trabalho. Essa prática de ensino exige do professor uma preparação de aula mais cuidadosa e detalhada, que pode ser organizada por meio de um *framework*<sup>4</sup> (CYRINO; TEIXEIRA, 2016).

Desse modo, o presente artigo descreve a experiência de um grupo de estudos pertencente a uma universidade pública do norte do Ceará ao elaborar uma aula, e tem como objetivo apresentar uma proposta de aula baseada na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática para aplicação do conteúdo de Razão e Proporção em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Para a construção dessa proposta, realizamos análises interpretativas de textos selecionados pela coordenadora<sup>5</sup> do grupo de estudos Alessandra Marins, debatendo as principais ideias contidas nos textos, devido a pandemia, os encontros ocorreram via *Google Meet*.

## Ensino Exploratório de Matemática

De acordo com Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), em Portugal - assim como em outros países - as orientações curriculares para o ensino de matemática apresentam metas desafiadoras para a aprendizagem dos estudantes, exigindo do professor muito mais do que em um tipo de ensino tradicional, em que muitas vezes é visto como um reprodutor de conteúdos e o aluno como mero receptor. Essas orientações, instigam o docente a utilizar diferentes abordagens de ensino que possibilitem aos estudantes entender de maneira significativa a matemática, tanto em relação aos significados matemáticos - conceitos, definições, notações - quanto suas aplicações.

---

<sup>4</sup> O *framework* é um quadro de referência que pode auxiliar o professor na construção do seu planejamento, para que tenha um ensino significativo no desenvolvimento de uma aula sob a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática.

<sup>5</sup> Docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú.



Diante disso, surge uma possibilidade de ensino centrada no aluno, em que ele aprende o conteúdo a partir da resolução de tarefas com "[...] elevado nível de demanda cognitiva, pois elas fornecem oportunidades para os estudantes desenvolverem a capacidade de pensar e de raciocinar, e contribuem para que o aluno desenvolva a [sua] autonomia" (JESUS, 2011, p.55, *apud* CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 89) e que são escolhidas criteriosamente pelo professor durante o planejamento da aula, que é o Ensino Exploratório de Matemática. De acordo com Canavarro (2011, p.11), nessa perspectiva “[...] é crucial o papel e a ação do professor, que começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delineamento da respectiva exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático [...]”, visando assim alcançar os objetivos necessários para que o aluno possa aprender de maneira significativa e entender os conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, é importante que o professor escolha uma tarefa de grande potencial matemático, que permita aos alunos utilizarem seus conhecimentos prévios em sua resolução, não sendo tão complexa a ponto de desistirem de resolvê-la e que não seja tão fácil ao ponto de não proporcionar um desafio cognitivo aos alunos (CANAVARRO, 2011).

O planejamento de uma aula a ser realizada por meio do Ensino Exploratório de Matemática é imprescindível, pois é nesse momento que o professor estabelece os objetivos que almeja alcançar, tendo em vista os conhecimentos sobre os alunos, o material e o tempo disponível (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Ao planejar, o docente antecipa alguns elementos visando obter uma melhor gestão da aula. De acordo com Canavarro (2011), na prática de antecipar possíveis resoluções da tarefa o professor tem a oportunidade de prever diferentes estratégias a serem utilizadas pelos alunos, como eles irão interpretar o enunciado e de que modo irão se envolver em sua realização, assim, terá explorado as aprendizagens que poderão surgir a partir da realização da tarefa e estará mais preparado para mediar as discussões durante a aula. Além disso, o professor também pode antecipar algumas dúvidas e erros que poderão surgir e como conectar os procedimentos utilizados com o conteúdo matemático pretendido.

Conforme Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), o Ensino Exploratório de Matemática é estruturado em quatro fases: 1) Introdução da tarefa; 2) Realização da tarefa; 3) Discussão da tarefa, e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas. Além



disso, Stein *et al.* (2008) apresentam cinco práticas que podem ser desenvolvidas no decorrer de uma aula realizada sob a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, que são: antecipar<sup>6</sup>, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar.

Na primeira fase é realizado um contato inicial da turma com a tarefa, é o momento de explicar a dinâmica da aula, de determinar se os alunos irão trabalhar em grupos ou individualmente, de estabelecer o tempo para a realização de cada fase, entre outros aspectos. É também nesta etapa que o professor conduz os alunos a uma leitura inicial e posteriormente a uma interpretação do que está sendo proposto, para garantir que tenham compreendido a tarefa e que se sintam impulsionados a resolvê-la.

Na segunda fase, os alunos iniciarão as resoluções, desenvolvendo um trabalho mais autônomo. Nessa etapa, também é desenvolvida a prática de monitorar, em que o professor observa quais são as resoluções que estão desenvolvendo, para avaliar o potencial de cada uma, auxiliando os alunos quando necessário e, tomando o cuidado para não validar suas respostas a fim de não limitar as estratégias de resolução.

A terceira fase é a da discussão da tarefa. Esta é considerada um grande desafio, pois o professor necessita orquestrar as discussões, selecionando as resoluções que são importantes para compartilhar com a classe, proporcionando assim uma apresentação da diversidade de ideias que foram utilizadas na realização da tarefa. A prática de sequenciar deve ocorrer de forma simultânea com a de selecionar, o professor deve tomar a decisão sobre qual a ordem de apresentação das resoluções, de forma a potencializar o aprendizado adquirido (CANAVARRO, 2011).

A última fase é da sistematização das aprendizagens matemáticas, que conforme Cyrino e Teixeira (2016), é realizada no final da aula, sistematizando os conceitos trabalhados junto com a colaboração dos alunos. Este é o momento da prática de conectar as diferentes ideias discutidas no desenvolvimento da aula, comparando, relacionando e confrontando diferentes resoluções (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012). Para essa fase, o professor pode utilizar representações formais e introduzir conceitos matemáticos previstos para aquela aula, é importante que o aluno tenha o registro do conhecimento sistematizado para tirar dúvidas em outras situações.

---

<sup>6</sup> Essa prática acontece antes da aula, no planejamento, conforme descrito anteriormente.



### **Procedimentos Metodológicos**

O presente trabalho foi desenvolvido a partir das discussões realizadas no Grupo de Estudos em Ensino Exploratório de Matemática e o Desenvolvimento Profissional Docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú localizada na cidade de Sobral, Ceará, o qual é centrado na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática. Esse grupo é composto por licenciandos e uma professora do curso. A partir das discussões de textos que discorrem sobre essa perspectiva, surgiu a ideia de elaborar uma proposta de aula para uma futura aplicação e análise.

A escolha dos textos foi realizada pela professora orientadora, os encontros do grupo de estudos ocorreram quinzenalmente pelo *Google Meet*, de maio de 2020 a fevereiro de 2021. Nesses encontros eram realizadas discussões/reflexões sobre textos relativos ao Ensino Exploratório de Matemática e sobre o desenvolvimento de tarefas matemáticas nesta perspectiva. Diante disso realizou-se uma análise interpretativa de acordo com Creswell (2010, p. 209), "[...] em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem" sobre aspectos teóricos do Ensino Exploratório de Matemática (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; TEIXEIRA, 2016; OLIVEIRA; CARVALHO, 2014; STEIN *et al.*, 2008), posteriormente iniciamos a construção da proposta, a qual delinearemos no próximo tópico.

### **Uma proposta de aula**

Nesta seção, apresentamos as etapas de construção do plano de aula conforme as fases do Ensino Exploratório de Matemática (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012) e as cinco práticas para facilitar as discussões matemáticas em torno de tarefas exigentes cognitivamente (STEIN *et al.*, 2008).

Diante disso, o primeiro passo para a elaboração do plano de aula foi a “escolha da tarefa”, de modo que cada um dos integrantes deveria pesquisar ou criar uma tarefa. Das tarefas escolhidas, apenas uma seria trabalhada pelo grupo, aquela que exigia um maior esforço cognitivo dos alunos em sua resolução e, também, que pudesse ser resolvida de maneiras diferentes. A tarefa escolhida pelo grupo faz parte do banco de



questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP, 2019), cujo enunciado apresenta-se no Quadro 1

#### Quadro 1 - A tarefa

Os estudantes de uma escola foram divididos em equipes contendo 8 meninas e 5 meninos cada uma. Se nessa escola há 60 meninas a mais do que meninos, quantos meninos e quantas meninas estudam nessa escola?

Fonte: OBMEP, 2019, adaptada.

Escolhida a tarefa, os participantes do grupo passaram a “antecipar” possíveis resoluções (Quadro 2) para posterior discussão e construção do planejamento. Conforme Canavarro (2011), a prática de antecipar, permite ao professor adquirir confiança para explorar os potenciais da tarefa com os alunos, e decidir como será organizada a “seleção” e o “sequenciamento” das apresentações na fase da “discussão da tarefa”. É um momento de preparação para o professor, em que o mesmo considera possíveis acertos ou erros na resolução da tarefa, além de ser capaz de antecipar eventuais dúvidas dos alunos.

Por meio do Quadro 2, podem ser observadas diferentes resoluções da tarefa, desenvolvidas pelos integrantes do grupo, num primeiro momento de forma individual e posteriormente discutidas em um encontro.

#### Quadro 2- Resoluções

##### Resolução 1:

No enunciado temos que cada equipe é composta por 13 alunos, sendo 8 meninas e 5 meninos. No total essa escola possui 60 meninas a mais que meninos.

Então, para descobrir a quantidade de meninas e de meninos que estudam nessa instituição, devemos montar uma tabela com o número de participantes por equipe de cada sexo e, assim, vamos acrescentando números nas equipes utilizando o “método da tentativa e erro”, até encontrarmos um valor que tenha 60 meninas a mais que meninos, e, dessa forma descobrimos a quantidade de estudantes por sexo.

Nº de equipes	Meninas	Meninos	Total
01	8	5	13
02	16	10	26
03	24	15	39
04	32	20	52
05	40	25	65
06	48	30	78
07	56	35	91
08	64	40	104
09	72	45	117
10	80	50	130
11	88	55	143
12	96	60	156



13	104	65	169
14	112	70	182
15	120	75	195
16	128	80	208
17	136	85	221
18	144	90	234
19	152	95	247
20	160	100	260

Nesse sentido, quando chegamos a 20 equipes, temos o total de 160 meninas e 100 meninos, assim percebemos que temos uma diferença de 60 meninas a mais que meninos, atendendo a condição dada no enunciado da tarefa. E ainda, a última coluna é referente à quantidade total de alunos, sendo assim, na última linha obtemos 260 que corresponde ao número total de estudantes dessa escola.

Resolução 2:

Ao ler o enunciado da tarefa percebemos que há uma quantidade maior de meninas nas equipes, temos 8 meninas e 5 meninos em cada uma, ou seja, temos 3 meninas a mais em cada equipe. O enunciado também nos diz que na escola tem 60 meninas a mais do que meninos. Para saber a quantidade de equipes que foram formadas, vamos dividir 60 por 3,  $\frac{60}{3} = 20$ , assim foram formadas 20 equipes e cada uma delas com 3 meninas a mais. Como sabemos que cada uma dessas equipes tem 8 meninas e 5 meninos, então multiplicaremos o número de equipes pela quantidade de meninas e somaremos com o produto da quantidade de meninos pelo número de equipes, ou seja,

$$20 \cdot 8 + 20 \cdot 5 = 160 + 100 = 260$$

Logo, temos 160 meninas e 100 meninos na escola, totalizando 260 estudantes.

Resolução 03:

A partir do enunciado temos que o número de meninas por equipe é 8 e o de meninos 5. Subtraindo  $8 - 5 = 3$ , que é o número de meninas a mais que meninos em cada equipe. Para encontrar o total de estudantes dessa escola, multiplica-se o total de componentes de uma equipe pelo número de meninas a mais que meninos dessa escola, ou seja,  $13 \cdot 60 = 780$ . Por fim, divide-se esse resultado por 3, visto que temos 3 meninas a mais por equipe,  $780 \div 3 = 260$ , que é o total de alunos dessa escola. Logo, para obter o total de alunos e de alunas, basta subtrair o número de meninas a mais na escola pelo total de estudantes, obtendo,  $260 - 60 = 200$ . Assim, ao dividir esse resultado para ambos os sexos, temos,  $200 \div 2 = 100$ . Portanto, temos 160 meninas e 100 meninos.

Resolução 04:

Como no enunciado não foi dado o número de equipes e o total de alunos, generalizamos o número de equipes como  $n$ , o total de alunos como  $t$  e o número de meninas a mais que meninos para  $a$ .

Uma equipe é composta por 8 meninas e 5 meninos, logo temos 13 pessoas por equipe. Subtraindo o número de meninas por equipe pelo o de meninos obtemos 3, ou seja, em cada equipe temos 3 meninas a mais do que meninos.

Em seguida, multiplicamos o número total de pessoas ( $t$ ) e o número de meninas a mais ( $a$ ) por equipe,  $n$  vezes, assim encontramos  $13n = t$  e  $3n = a$ . Observando o enunciado, notamos que nessa escola há 60 meninas a mais que meninos, logo  $a = 60$ . Substituindo o valor de  $a$  em  $3n = a$ , obtemos  $n = 20$ . E substituindo o valor de  $n$  em  $13n = t$ , temos  $t = 260$ . Conclui-se que essa escola possui 260 alunos.

Resolução 5:

Como não sabemos a quantidade de equipes vamos chamá-la de  $n$ ,  $n =$  Quantidade de equipes.

Para sabermos a quantidade de meninas e meninos, faremos:  $8n =$  Quantidade de meninas; e  $5n =$  Quantidade de meninos.



Para sabermos a quantidade total de estudantes, somamos a quantidade de meninas com a quantidade de meninos, ou seja, o total de estudantes será igual a  $8n+5n= 13n$

Como o enunciado diz que na escola tem mais meninas do que meninos, então a quantidade de meninas será igual a quantidade de meninos mais 60, assim temos:

$$8n = 5n + 60$$

$$8n - 5n = 60$$

$$3n = 60$$

$$n = 20$$

Assim descobrimos que a quantidade de equipes é 20, então o total de alunos na escola será:

$$13n = 13 \cdot 20 = 260$$

Substituindo o número de equipes na quantidade de meninas, teremos:

$$8n = 8 \cdot 20 = 160$$

E na de meninos, será de:

$$5n = 5 \cdot 20 = 100.$$

#### Resolução 6:

Em cada equipe temos um total de 13 alunos, ou seja, 8 meninas e mais 5 meninos. Sendo assim, vamos escrever o número de meninas e de meninos de cada equipe como uma razão:

$$\text{meninas} = \frac{8}{13}, \text{meninos} = \frac{5}{13}$$

O enunciado nos diz que existem 3 meninas a mais em cada equipe, e sabemos também que no total são 60 meninas a mais, logo para descobrir a quantidade de equipes é preciso fazer a seguinte divisão:

$$\frac{60}{3} = 20$$

Vamos multiplicar nossas razões pela quantidade total de equipes:

$$\text{meninas: } \frac{8}{13} \cdot \frac{20}{20} = \frac{160}{260}$$

$$\text{meninos: } \frac{5}{13} \cdot \frac{20}{20} = \frac{100}{260}$$

Com isso concluímos que a quantidade total de alunos é de 260, sendo 160 meninas e 100 meninos.

#### Resolução 7:

A partir do enunciado temos que cada equipe é composta por 13 estudantes, sendo 8 meninas e 5 meninos, concluímos assim que cada equipe possui 3 meninas a mais. Sabemos também, que nessa escola há 60 meninas a mais que meninos e nomearemos de X o número total de alunos. Para descobrir o total de estudantes, agrupamos os dados em uma tabela, onde as grandezas pertencentes a uma categoria ficaram na mesma coluna.

Quantidade de alunos	Quantidade de meninas a mais
13	3
X	60

Em seguida, verificamos que essas grandezas são diretamente proporcionais, pois se a cada 13 pessoas temos 3 meninas a mais, tendo 60 meninas a mais, teremos também uma quantidade maior de alunos. Logo depois, montamos a proporção:

$$\frac{13}{x} = \frac{3}{60}$$

Multiplicado os meios pelos extremos, obtemos:

$$3x = 13 \cdot 60$$

$$3x = 780$$

$$x = \frac{780}{3}$$

$$x = 260$$

Portanto, essa escola possui um total de 260 alunos.

#### Resolução 8:



Conforme o enunciado, em cada equipe a cada 5 meninos temos 8 meninas, assim podemos escrever em forma de razão,

$$\frac{5}{8}$$

Como não sabemos a quantidade total de meninos na escola, então a chamaremos de  $x$ , e a de meninas de  $x + 60$ , pois temos 60 meninas a mais. Sendo assim, podemos escrever a seguinte proporção

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{x + 60}$$

Resolvendo-a obtemos,

$$8x = 5x + 300$$

$$8x - 5x = 300$$

$$3x = 300$$

$$x = 100$$

Agora que descobrimos o valor da incógnita  $x$ , que é correspondente a quantidade de meninos, podemos substituí-la para encontrar a quantidade de meninas,

$$x + 60 = 100 + 60 \\ = 160.$$

Logo, o valor total de estudantes será a soma da quantidade de meninas mais a de meninos,

$$100 + 160 = 260.$$

#### Resolução 9:

Cada equipe é composta por 13 integrantes, sendo 8 meninas e 5 meninos. Assim, chamaremos de  $x$  a quantidade de meninas e de  $y$  a de meninos. Dessa forma, vamos montar as seguintes razões para encontrar o número de meninas e o de meninos, respectivamente,  $\frac{x}{8}$  e  $\frac{y}{5}$ .

Sabemos que a escola possui 60 meninas a mais que meninos, representaremos pela expressão:

$$x = y + 60$$

Substituindo o valor de  $x$  na proporção, obtemos:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{5}$$

$$\frac{y + 60}{8} = \frac{y}{5}$$

$$8y = 5y + 300$$

$$8y - 5y = 300$$

$$3y = 300$$

$$y = 100$$

Desse modo, temos 100 meninos. Para encontrar o número de meninas devemos substituir o valor encontrado na expressão:

$$x = y + 60$$

$$x = 100 + 60$$

$$x = 160$$

Logo, para encontrar o total de alunos  $T$ , somaremos a quantidade de meninos mais a de meninas:

$$T = x + y$$

$$T = 160 + 100$$

$$T = 260$$

Portanto, o total de alunos da escola é de 260.

#### Resolução 10:

Ao lermos a tarefa, notamos que cada equipe é composta por 8 meninas e 5 meninos, ou seja, cada uma tem um total de 13 integrantes. Percebemos ainda, que em cada há 3 meninas a mais do que meninos, assim podemos representar a quantidade de meninas da forma:  $5+3$ . A tarefa nos diz também, que existem no total 60 meninas a mais que meninos.

Assim, como em cada equipe tem 3 meninas a mais e no todo existem 60 meninas a mais, para sabermos a quantidade de equipes basta dividir o número 60 pelo número 3, como em uma proporção.

$$60 \div 3 = 20$$



Totalizando assim 20 equipes. Como sabemos que cada equipe possui um total de 13 pessoas, para determinarmos a quantidade de estudantes da escola, basta multiplicarmos o número de equipe que é 20 pela quantidade de alunos presente em cada uma, que é 13.

$$20 \cdot 13 = 260$$

Logo, o total de pessoas será 260.

Para descobrirmos o número de meninas e o número de meninos fazemos o seguinte procedimento:

Como sabemos que o número total de estudantes é 260, e que no total existem 60 meninas a mais do que meninos, podemos montar um sistema de duas equações, do tipo:

$$\begin{cases} x + y = 260 \\ x = y + 60 \end{cases}$$

No qual,  $x$  = número de meninas e  $y$  = número de meninos. Na primeira equação, temos que o número de meninas somado com o número de meninos, totalizam em 260. E na segunda equação, sabemos que existem 60 meninas a mais do que meninos, ou seja, o número de meninas “ $x$ ” é igual ao número de meninos “ $y$ ” adicionado de 60.

Para resolvermos o sistema, iniciamos subtraindo o “ $y$ ” da segunda equação:

$$\begin{cases} x + y = 260 \\ x - y = y + 60 - y \end{cases}$$

Obtendo o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 260 \\ x - y = 60 \end{cases}$$

Agora, somando as equações do sistema, obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} 2x &= 320 \\ x &= 160 \end{aligned}$$

Ou seja, existem 160 meninas no total, e como o número de meninos é 60 a menos do que o número de meninas, subtraindo 60 de 160, logo o número de meninos será igual a 100. Ou podemos utilizar a segunda equação do sistema e substituir o valor de  $x$ .

$$\begin{aligned} x - y &= 60 \\ 160 - y &= 60 \\ y &= 100 \end{aligned}$$

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2020).

Após a realização da prática de antecipar, partimos para a elaboração do *framework* (CYRINO; TEIXEIRA, 2016), que consiste num quadro de referência que pode auxiliar o professor na construção do seu planejamento (Quadro 3), para que tenha um ensino significativo no desenvolvimento de uma aula sob a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática. Esse quadro refere-se a uma série de ações e estratégias para promover a aprendizagem dos alunos na realização de uma tarefa que tem uma demanda cognitiva mais elevada, e deve ser utilizado antes e durante a aula. Sendo assim, alguns elementos são necessários para a construção desse quadro, como o objetivo da aula, resolução da tarefa de diferentes formas, entre outros.

**Quadro 3:** O *framework*

Etapas	Ações	Elementos que compõem as ações
Antes da aula	Antecipar	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Objetivo geral: compreender a construção e a aplicação dos conceitos de Razão e Proporção;</li><li>▪ Objetivos específicos: Identificar a natureza de duas grandezas diretamente proporcionais; expressar a relação existente entre as</li></ul>



		<p>grandezas de forma tabular e algébrica; proporcionar o uso de diferentes estratégias de resolução para a tarefa;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Recursos: <i>PowerPoint</i>, <i>Google Meet</i>; <i>Whiteboard</i>; celular/tablet/computador para acompanhar a aula;</li> <li>▪ Estratégia de sequenciamento: Iniciar a terceira fase com as resoluções selecionadas, da mais simples até a mais elaborada, que traz elementos para a sua formalização.</li> </ul>
Durante a aula	1ª fase	<p><b>Propor a tarefa</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Leitura da tarefa, realizada por um aluno e, se preciso, posteriormente pela professora;</li> <li>▪ Utilizar o compartilhamento de tela via <i>Google Meet</i> para apresentação da tarefa e a extensão <i>Breakout Rooms</i> para a divisão em grupos (5 salas);</li> <li>▪ Esclarecer a dinâmica da aula e também o tempo de cada fase (1ª – 15', 2ª – 35', 3ª – 30', 4ª - 20');</li> <li>▪ Certificar-se de que os alunos compreenderam a tarefa;</li> <li>▪ Evidenciar que a tarefa poderá ter mais de uma resolução;</li> <li>▪ Explicar que deverão justificar suas resoluções;</li> <li>▪ Incentivar a participação dos estudantes.</li> </ul>
	2ª fase	<p><b>Monitorar a resolução da tarefa</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Questionar e direcionar caminhos para resolução da tarefa;</li> <li>▪ Não validar as resoluções, para não diminuir o nível de dificuldade da tarefa;</li> <li>▪ Incentivar o uso dos conhecimentos prévios, para que os alunos possam criar suas estratégias para resolução da tarefa;</li> <li>▪ Apoiar e motivar diferentes resoluções com objetivo de que os alunos interajam com a tarefa.</li> </ul>
		<p><b>Selecionar e Sequenciar as resoluções para discussão</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Selecionar algumas resoluções, conforme a estratégia de sequenciamento, para a discussão com a turma;</li> <li>▪ A discussão ocorrerá após todas apresentações;</li> <li>▪ Pedir aos grupos para se organizarem quanto suas resoluções e escolherem um membro para apresentá-la à turma;</li> </ul>
	3ª fase	<p><b>Discutir as resoluções</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Convidar os representantes dos grupos para apresentarem suas resoluções para os colegas;</li> <li>▪ Incentivar os alunos a participarem, expondo suas opiniões em relação às próprias resoluções e a dos colegas;</li> <li>▪ Apontar os erros mais recorrentes e também identificar o porquê do ocorrido;</li> <li>▪ Mostrar aos alunos que existem diferentes formas de resolver a tarefa;</li> <li>▪ Se necessário, apresentar uma resolução que não foi desenvolvida pelos alunos, para atingir o objetivo da aula.</li> </ul>
4ª fase	<p><b>Sistematizar as aprendizagens</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Estabelecer conexões entre as ideias matemáticas presentes nas resoluções com os conhecimentos prévios dos alunos, visando à sistematização da aprendizagem matemática;</li> <li>▪ Incentivar os alunos a manterem o foco durante a sistematização coletiva;</li> <li>▪ Proporcionar o aperfeiçoamento de ideias matemáticas desenvolvidas a partir da tarefa realizada;</li> <li>▪ Apresentar os conhecimentos matemáticos de forma organizada;</li> <li>▪ Garantir que os alunos registrem as ideias resultantes da sistematização.</li> </ul>	

Fonte: Adaptado de Cyrino e Teixeira (2016).

Os objetivos da aula foram construídos conforme as exigências da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), no que diz respeito ao conteúdo de Razão



e Proporção trabalhado no 8º ano do Ensino Fundamental. Em relação aos recursos utilizados durante a aula, foram pensados levando em consideração o período de pandemia da COVID-19, no qual as aulas estão acontecendo de maneira remota, por meio de plataformas virtuais. Pensou-se também na estratégia de sequenciamento, em que a partir das resoluções dos alunos seriam apresentadas primeiramente aquelas que fossem de fácil entendimento, e por último aquelas que exigissem maior compreensão.

Na primeira fase de aula, da “introdução a tarefa”, será realizada uma leitura da tarefa por um aluno voluntário. Como a proposta pode ser realizada de forma remota, o professor poderá utilizar o compartilhamento de tela da plataforma *Google Meet*, para apresentar a tarefa, e sua extensão *Breakout Rooms*, para a divisão da turma em grupos, utilizando outras salas.

Ainda nessa fase, a dinâmica da aula será esclarecida para os alunos. Para cada fase determinamos um tempo, pois conforme Canavarro (2011), o professor deve estar atento a gestão do tempo, controlando-o para que no fim da aula consiga alcançar os objetivos que foram traçados. Para introdução da tarefa, reservamos os 15 minutos iniciais, para sua resolução mais 35 minutos, para a terceira fase destinamos 30 minutos, para que a turma possa apresentar suas resoluções e seja realizada uma discussão sobre as ideias matemáticas presentes na aula, e por fim, para a última fase da sistematização das aprendizagens matemáticas, determinamos 20 minutos .

Esclarecida a dinâmica da aula, devemos nos certificar que os alunos tenham compreendido a tarefa, evidenciaremos que não existe apenas uma única forma de resolução, e que podem resolver de diferentes formas utilizando seus conhecimentos prévios. Além disso, pediremos para justificar suas escolhas, e no decorrer da aula o professor irá incentivar a participação de todos.

Durante “a realização da tarefa” com a prática de “monitorar”, o professor não vai apenas observar, mas também levantar questionamentos quando necessário, de forma que possa direcionar os alunos a desenvolverem suas resoluções, com cuidado para não validar suas respostas, pois de acordo com Cyrino e Teixeira (2016, p.93):

[...] o importante é questioná-los quanto à resolução apresentada. Colocar o aluno para explicar o que fez (estando certo ou errado) permite que o professor obtenha informações a respeito dos conhecimentos matemáticos mobilizados por ele e de sua compreensão a respeito desses conhecimentos.



Posteriormente o professor, vai “selecionar e sequenciar” as resoluções para a próxima fase, seguindo a estratégia de sequenciamento estabelecida, iniciando com a resolução mais simples até chegar na mais elaborada, pedindo que os grupos escolham um membro para explicar as ideias discutidas e sua resolução para a turma.

Durante a “discussão das resoluções”, convida-se os representantes dos grupos para apresentarem suas resoluções, explicando a forma como resolveram a tarefa. Nesta fase devemos incentivar os demais colegas de sala a participarem da discussão, para que o conhecimento matemático seja construído em conjunto.

E por fim, na “sistematização das aprendizagens”, é importante que o professor proceda levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos e o que foi apresentado na fase anterior, quando necessário apresentando resoluções diferentes, a fim de atingir o objetivo da aula, “conectando” as ideias apresentadas com a formalização do objeto matemático em questão. É fundamental manter o foco dos alunos durante esse processo, incentivando-os a participarem junto da formalização, apresentando os conhecimentos matemáticos de forma organizada.

### **Considerações Finais**

Diante do objetivo de apresentar uma proposta de aula baseada na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática para aplicação do conteúdo de Razão e Proporção em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, percebemos que elaborar essa proposta foi um trabalho bastante desafiador, e durante o processo ficou evidente que o trabalho do professor não é restrito apenas para à prática letiva, mas que antes da aula é necessário planejar-se, buscando um bom desenvolvimento de forma a contribuir para o ensino e a aprendizagem dos alunos.

Destacamos os aspectos teóricos estudados como fundamentais para atingir o nosso objetivo. Notamos a importância do gerenciamento da aula, o quanto o professor precisa estar em constante sintonia com os alunos, respondendo cuidadosamente as suas perguntas, para que não valide suas respostas, mas que os impulse a raciocinar utilizando seus conhecimentos prévios para resolver a tarefa, e assim promovendo a aprendizagem matemática dos estudantes.



Tendo em vista os fatos apresentados e que esta proposta foi elaborada por integrantes de um grupo de estudos, licenciandos em Matemática, orientados por uma docente do curso em qual estão inseridos, concluímos que o conjunto de ações desenvolvidas contribuiu para nossa formação inicial, possibilitando uma maior preparação para o desenvolvimento de aulas práticas, visto que essa prática de ensino exige do professor um planejamento mais detalhado, o qual conduz a buscar e pensar sobre diferentes conceitos, representações, procedimentos matemáticos envolvidos na tarefa, e sobre ações a serem realizadas no planejamento e em cada fase de aula, a fim de contribuir para a gestão da aula e para a aprendizagem matemática dos alunos.

Com base nas informações mencionadas para o desenvolvimento de uma aula sob a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, apresenta-se uma possibilidade de abordagem de ensino, como alternativa ao ensino tradicional, proporcionando ao estudante a possibilidade de participar da aula de maneira ativa utilizando seus conhecimentos prévios, além de maior liberdade para expor ideias matemáticas, interligando os conteúdos utilizados com o cotidiano.

Mediante a tarefa desafiadora escolhida pelo grupo que exigisse maior esforço cognitivo dos alunos, foram apresentadas várias resoluções, visando a prática de antecipação, e permitindo definir a estratégia de sequenciamento. Para essa proposta pensamos em como apresentar a tarefa para a turma, no tempo necessário para cada fase, como deve ser feito o monitoramento e sequenciamento das resoluções a serem discutidas, e posteriormente sistematizadas de acordo com o conteúdo proposto.

Com o objetivo de organizar as ideias e oportunizar uma melhor compreensão para elaboração de um planejamento nessa perspectiva, adaptou-se um quadro de *framework*, cujo foco da aula é a aprendizagem do conteúdo de Razão e Proporção seguindo as fases e práticas que foram descritas de forma detalhada.

Portanto, fica evidente a necessidade do uso de diferentes abordagens de ensino, principalmente diante desse período atípico de ensino. O Ensino Exploratório de Matemática torna o aluno protagonista, deixando de ser apenas um mero receptor de conteúdos. Esperamos que a partir dessa proposta apresentada possamos contribuir para discussões e reflexões sobre o assunto.



## Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório de Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**. Lisboa, n.115, p.11-17, nov/dez 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: O Caso de Célia. In: **Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012**: Práticas de ensino da Matemática, p.255-266, 2012.

CRESWELL, J.W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um *framework* para os casos multimídia. In: CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade; TEIXEIRA, Bruno Rodrigo. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, p. 81-99, 2016.

KENSKI, V. M. Aprendizagem mediada pela tecnologia. **Diálogo educacional**. Curitiba, v.4, n.10, p. 47-56, set/dez 2003.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS - OBMEP. **Provas e Soluções**. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 06 jul. 2020.

OLIVEIRA, H.; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, João Pedro da. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p.465-487, 2014.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Helping Teachers learn to better incorporate student thinking. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n.4, p.313-340, 2008.

**Recebido em:** 27 / 02 / 2021

**Aprovado em:** 16 / 04 / 2021