

ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE AULA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA ELABORADA NO CONTEXTO DO PROJETO DE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA

MATHEMATICS EXPLORATORY TEACHING: A CLASS PROPOSAL FOR BASIC EDUCATION, DRAWN UP IN THE CONTEXT OF THE PEDAGOGICAL RESIDENCE PROJECT

Maria Solange da Silva Lima¹, Tyciane Araújo Braga², Alessandra Senes Marins³

RESUMO

O presente artigo apresenta uma proposta de aula que aborda o conteúdo de razão e proporção, a qual foi desenvolvida no contexto do Programa de Residência Pedagógica (RP) da CAPES, a partir de uma relação entre as perspectivas do Ensino Exploratório de Matemática e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Essa proposta foi realizada mediante a uma prática colaborativa entre participantes da RP, baseando-se em estudos e discussões sobre aspectos teóricos dessas perspectivas e levando em consideração o que é proposto em documentos curriculares nacionais para o ensino desse conteúdo. Assim, foi elaborado um plano de aula para o desenvolvimento dessa proposta, no qual foram antecipadas possíveis resoluções da tarefa escolhida para aplicação e descrito algumas ações para a gestão da aula e a promoção das aprendizagens matemáticas dos alunos. Nesse sentido, esse trabalho teve como objetivo elaborar uma proposta de aula com base na perspectiva de Ensino Exploratório de Matemática e aliada às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação para o ensino e a aprendizagem do conteúdo de razão e proporção em uma turma da 1ª série do Ensino Médio. Com base nesse estudo, observamos que uma aula desenvolvida sob a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática aliando-a com recursos tecnológicos, pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem matemática com significados, visto que, o ensino acontece por meio da aplicação de uma tarefa matemática interessante e desafiadora, a partir da interação entre alunos e professor, o que possibilita o desenvolvimento de capacidades matemáticas, como a comunicação, resolução de problemas e o raciocínio matemático.

¹ Licencianda em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Bolsista do Programa Residência Pedagógica (UVA), Sobral, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Doutor Guarany, 317, Campus CIDAO, Betânia. CEP: 62010-305. E-mail: solangelima238@gmail.com.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-9289-7091>.

² Licencianda em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). Bolsista do Programa Residência Pedagógica (UVA), Sobral, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Doutor Guarany, 317, Campus CIDAO, Betânia. CEP: 62010-305. E-mail: tycianearaujo0209@gmail.com.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1100-4843>.

³ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), Sobral, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Doutor Guarany, 317, Campus CIDAO, Betânia. CEP: 62010-305. Sobral, CE. E-mail: alessandra_senes@uvanet.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2274-7386>.



Palavras-chave: Ensino Exploratório de Matemática; Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação; Programa de Residência Pedagógica; Razão e Proporção; Educação Básica.

ABSTRACT

This article presents a class proposal that addresses the content of reason and proportion, which was developed in the context of the CAPES Pedagogical Residency Program (RP), based on a relationship between the perspectives of Exploratory Teaching of Mathematics and Information and Communication Technology. This proposal was carried out through a collaborative practice among PR participants, based on studies and discussions on theoretical aspects of these perspectives and taking into account what is proposed in national curricular documents for teaching this content. Thus, a lesson plan was developed for the development of this proposal, in which possible resolutions of the task chosen for application were anticipated and described some actions for class management and the promotion of students' mathematical learning. In this sense, this work aimed to elaborate a class proposal based on the perspective of exploratory teaching of mathematics and combined with Information and Communication Technology for teaching and learning the content of reason and proportion in a class of the 1st grade of high school. Based on this study, we observed that a class developed from the perspective of exploratory teaching of mathematics, allying it with technological resources can provide students with mathematical learning with meanings, since teaching happens through the application of an interesting mathematical task and challenging, based on the interaction between students and teacher, which enables the development of mathematical skills, such as communication, problem solving and mathematical reasoning.

Keywords: Mathematics Exploratory Teaching; Information and Communication Technology; Pedagogical Residency Program; Reason and Proportion; Basic education.



Introdução

O presente artigo apresenta uma proposta de aula que envolve o conteúdo de Razão e Proporção, e que foi elaborada a partir de estudos sobre aspectos teóricos do Ensino Exploratório de Matemática (EEM) e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), para ser desenvolvida na prática de regência de duas residentes do Programa de Residência Pedagógica (RP). Essa aula foi planejada para ocorrer de forma remota, em razão da pandemia do COVID-19, mas é possível aplicá-la de forma presencial, visto que foi preciso adaptar recursos para esse momento.

O ensino de matemática na Educação Básica, em geral, acontece de modo expositivo, iniciando-se com apresentação de conceitos, resolução de exemplos e aplicação de exercícios de fixação, limitando-se à memorização de regras e algoritmos (BRASIL, 1998). Entretanto, é observado que esse cenário ao longo dos anos vem se modificando, visto que, diferentes abordagens para o ensino e a aprendizagem de matemática estão sendo utilizadas cada vez mais no contexto escolar. Dentre essas abordagens, temos as perspectivas de Ensino Exploratório de Matemática e de Tecnologias Digitais da Comunicação e Informação.

Uma aula realizada sob o EEM acontece a partir da aplicação de tarefas desafiadoras e com uma alta demanda cognitiva. Nesta, o professor tem um papel fundamental em sua condução, o de direcionar os alunos por meio do diálogo a desenvolver estratégias, procedimentos e representações a fim de possibilitar uma aprendizagem matemática com significado.

O desenvolvimento de uma aula sob essa perspectiva é considerada uma atividade difícil por muitos professores (CANAVARRO, 2011), pois exige do docente um plano de aula detalhado, com ações e intenções a serem realizadas antes e durante a aula, para que a partir da seleção de uma tarefa rica e valiosa o "[...] professor equacione como explorar as suas potencialidades junto dos alunos e se prepare para lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula" (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 256).

As TDIC estão cada vez mais presentes em nossas vidas, e estão sendo essenciais nesse período de pandemia, em que as aulas estão ocorrendo por meio de recursos digitais. Seu uso proporciona grande potencial colaborativo e participativo, fazendo com que os alunos sejam mais autônomos em sua aprendizagem (BRASIL, 2018).



Nesse sentido, para o desenvolvimento de uma aula sob a perspectiva do EEM (CANAVARRO; 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; STEIN *et al.*, 2008) aliada a recursos das TDIC, foi elaborado um plano de aula que contempla um *framework*⁴(CYRINO E TEIXEIRA, 2016), em que é destacado algumas ações que o professor pode realizar antes e durante a aula, e um quadro com possíveis resoluções da tarefa que envolve o conteúdo de razão e proporção.

Diante disso, buscando possibilitar aos alunos construir conhecimentos matemáticos com base no desenvolvimento de tarefas valiosas, o presente estudo teve como objetivo elaborar uma proposta de aula com base na perspectiva de Ensino Exploratório de Matemática e aliada às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação para o ensino e a aprendizagem do conteúdo de razão e proporção em uma turma da 1ª série do Ensino Médio.

Ensino Exploratório de Matemática- EEM

Documentos oficiais nacionais que orientam o ensino básico no Brasil, como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCN (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) têm apresentado novas possibilidades ao ensino como alternativa em relação à prática tradicional, na qual o professor assume um papel de detentor e transmissor do conhecimento para o aluno, que, desse modo, esse último passa a ser um mero receptor de informações prontas. Nesse sentido, os PCN destacam que "essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos" (BRASIL, 1998, p. 37).

Diante disso, surge o Ensino Exploratório de Matemática, uma abordagem centrada no estudante que tem o intuito de promover uma aprendizagem com significado, permitindo ao aluno o desenvolvimento de capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (CANAVARRO, 2011). Assim, nessa perspectiva o aluno assume um papel ativo em sala de aula, em que a aprendizagem acontece "[...] a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas

⁴Quadro de referência que permite ao professor organizar e conduzir ações para o desenvolvimento de uma aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática.



que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (CANAVARRO, 2011, p. 11).

No EEM, o professor desempenha um papel fundamental na aprendizagem dos alunos. De acordo com Canavarro (2011), sua ação começa com a escolha criteriosa de uma tarefa e o delineamento de sua exploração matemática, visando cumprir o propósito matemático envolvido em sua resolução. A tarefa deve apresentar um potencial a ser explorado, a fim de “[...] proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos” (CANAVARRO, 2011, p. 16).

Ao planejar uma aula a ser realizada por meio do Ensino Exploratório de Matemática, o professor deve ter em mente os objetivos que deseja alcançar, baseando-se no tempo disponível, nos materiais a serem utilizados e nos alunos que compõem a turma (CYRINO; TEIXEIRA, 2016). Além disso, no desenvolvimento da aula, apoiado em seu planejamento, no qual contém ações e intenções para o desenvolvimento da aula sob essa perspectiva, o professor conduzirá o trabalho dos alunos, interpretando e direcionando suas resoluções, a fim de promover a aprendizagem matemática a partir das ideias desenvolvidas na aula.

Ainda no planejamento, a prática de antecipar possíveis resoluções, permite ao docente fazer diferentes interpretações do enunciado da tarefa, identificar diversas estratégias que podem ser utilizadas pelos alunos durante sua resolução e buscar relacionar essas possíveis estratégias com os conceitos tratados na aula. Para Oliveira e Carvalho (2014, p. 467), o sucesso para a condução de uma aula realizada no Ensino Exploratório de Matemática depende

[...] da seleção de tarefas com potencial para desencadear uma atividade matemática rica, assim como de antecipar as situações com que o professor se pode confrontar e de como poderá atuar com o objetivo de não fazer diminuir o nível de exigência cognitiva das tarefas (STEIN *et al.*, 2008). Esta prática de ensino requer, pois, uma planificação cuidadosa por parte do professor.

Segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) uma aula realizada por meio do Ensino Exploratório de Matemática divide-se em quatro fases, são elas: 1) Introdução da tarefa; 2) Desenvolvimento da tarefa; 3) Discussão da tarefa, e 4) Sistematização das aprendizagens matemáticas.



A primeira fase trata-se da preparação da turma para a realização da tarefa. Nessa, o professor esclarecerá aos alunos a dinâmica da aula, organizando-os no modo como deseja trabalhar, em grupo ou individualmente, esclarecendo as fases da aula, estabelecendo o tempo de cada uma e entre outras ações. Esse momento é fundamental para os alunos, visto que terão o primeiro contato com a tarefa, farão a leitura e interpretarão o seu enunciado, podendo ou não compreender o que está sendo pedido. Por isso, é muito importante que o professor esteja atento, pois a tarefa nessa perspectiva é desafiadora, e ele precisa garantir a compreensão da mesma pelos alunos. Além disso, os alunos precisam se sentir motivados e desafiados a resolvê-la.

A segunda fase consiste no desenvolvimento da tarefa, é nesse momento que o professor faz monitoramento do progresso autônomo dos alunos. Uma preocupação do professor nessa fase é a não validação das estratégias utilizadas pelos alunos, tanto em resoluções erradas ou como em resoluções certas, pois é necessário manter o nível de exigência cognitiva da tarefa, para posteriormente propiciar uma discussão matemática significativa e desafiadora. Um meio que o professor pode adotar para contornar a não validação das resoluções, é estar levantando perguntas direcionadas às resoluções. É importante que o docente garanta que os alunos organizem suas resoluções para apresentar à turma, na fase da discussão da tarefa. Enquanto isso terá que selecionar e sequenciar as resoluções relevantes para discutir coletivamente.

Na terceira fase, a turma discute coletivamente as resoluções que foram selecionadas. Nesta fase, o professor terá que orquestrar as apresentações, proporcionando uma qualidade matemática das discussões, além de orientar a turma no respeito às diferentes ideias apresentadas. Cabe ao professor estimular os alunos a se envolverem na discussão, de modo que perguntem e manifestem suas dúvidas. É relevante que o docente questione os alunos acerca das estratégias que utilizaram na resolução da tarefa. Ficam evidentes as diversas ações do professor assumindo “[...] um papel crucial na orientação dos alunos para o apurar das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 256).

A última fase trata-se da sistematização das aprendizagens matemáticas, na qual o professor estabelece conexões entre as resoluções apresentadas e procedimentos vistos anteriormente com novos conceitos, conforme o objetivo proposto para a aula. É essencial



manter a atenção dos alunos nesse momento e garantir que eles registrem os conhecimentos sistematizados.

Tecnologias Digitais na Educação

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação podem ser utilizadas na escola para ampliar as opções de ação didática, com o objetivo de criar ambientes de ensino e de aprendizagem que utilizem de novas formas de se comunicar e de construir conhecimentos. Quando se trata do ensino de matemática, as TDIC contribuem significativamente para se repensar esse processo proporcionando a realização de cálculos de modos diferentes, estratégias diversificadas, maior envolvimento dos alunos e uma visão completa acerca do que está sendo estudado (BRASIL, 1998).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta em suas competências gerais pontos relevantes em relação à inovação e a tecnologia. No que diz respeito ao ensino de matemática ela propõe aos alunos

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Desse modo, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação podem proporcionar novas formas de aprendizagem, segundo Bonfin *et al.* (2017, p. 3), “[...] com as potencialidades das tecnologias digitais, o professor poderá desenvolver metodologias que favoreçam o processo de construção do conhecimento a partir do suporte dos recursos tecnológicos”.

Nesse sentido, Borba e Penteadó (2007, p. 64) afirmam que “[...] à medida que a tecnologia digital se desenvolve, nos deparamos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada”. Assim, ao utilizar um recurso para dar uma aula remota, como o *google meet*, “[...] um professor de matemática pode se deparar com a necessidade de expandir muitas de suas ideias matemáticas e também buscar outras opções de trabalho com os alunos”, como utilizar



um aplicativo que permite a escrita como em um quadro negro, ou que possibilite dividir a classe em grupos, entre outros.

Conforme Nascimento e Ferreira (2015, p. 4) atestam que “A escola não pode estar à parte desse mundo, pois ela só será capaz de alcançar seus objetivos educacionais, através de uma inserção na realidade dos jovens, realidade essa que está fortemente voltada para a utilização dos meios tecnológicos e virtuais [...]”. Logo, é perceptível a importância da escola - dentro de suas possibilidades - estar utilizando as TDIC, visto que, os alunos estão inseridos em um mundo tecnológico que apresenta novas possibilidades para o ensino e para a aprendizagem.

Além disso, a inserção das TDIC no ambiente escolar, associada à utilização de uma abordagem de ensino, pode possibilitar aos professores e alunos uma aliada na construção de uma aprendizagem matemática com significado. Nesse sentido, nos tópicos que seguem descrevemos a proposta de uma aula desenvolvida sob aspectos do Ensino Exploratório de Matemática e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

Procedimentos Metodológicos

O presente artigo é de natureza qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e foi elaborado com base em aspectos teóricos da abordagem de Ensino Exploratório de Matemática (CANAVARRO, 2011; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; TEIXEIRA, 2016; STEIN *et al.*, 2008) aliada a recursos das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

Diante disso, foi elaborado um plano de aula para ser aplicado na prática de regência de duas residentes do subprojeto de Matemática do Programa de Residência Pedagógica da CAPES⁵, que acontece com licenciandos do curso de Matemática de uma Universidade Pública do estado do Ceará. Esse plano foi construído de forma colaborativa a partir de estudos e discussões realizadas nos encontros do subprojeto de Matemática da RP, sobre as perspectivas de EEM e TDIC, juntamente com os residentes, preceptores⁶ e a coordenadora do subprojeto na instituição de ensino superior. Esse subprojeto possui 17 residentes (Licenciandos de Matemática), sendo 16 bolsistas e 1 voluntário, 2

⁵Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

⁶ Bolsista do Projeto de Residência Pedagógica e professor efetivo da rede pública de ensino do estado do Ceará, que tem o papel de direcionar os residentes em sua atuação nas escolas.



preceptores (professores da Educação Básica) e uma coordenadora de área (professora da Instituição de Ensino Superior).

O conteúdo “Razão e proporção”, abordado nessa proposta foi escolhido a partir de cinco conceitos indicados pelo preceptor, o qual orienta o trabalho de um grupo de oito residentes. Os temas sugeridos constam na Matriz de Conhecimentos Básicos como tópicos diagnósticos ou pré-requisitos para os conteúdos a serem ensinados em turmas de 1º anos do Ensino Médio, que foi elaborada pela Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC), com intuito em atender ao período de ensino remoto nas escolas de educação básica. Além disso, esse conteúdo está incluso no Descritor 18 da matriz de referência para avaliação em Matemática dos 1º anos no Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE). No próximo tópico, apresentamos uma descrição e análise sobre algumas ações realizadas para a elaboração dessa proposta de aula conforme aspectos teóricos do EEM e TDIC.

A proposta de aula

Em posse do conteúdo a ser aplicado, iniciou-se a elaboração do plano de aula. Em um primeiro momento, tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) foram delineados os objetivos da aula. Após esse momento, foi realizada a escolha da tarefa - que é um dos elementos que compõem a prática de antecipar (CYRINO; TEIXEIRA, 2016) - na qual as residentes, de forma autônoma, pesquisaram tarefas que poderiam ser utilizadas na aplicação da aula. Após a escolha de algumas possíveis tarefas, foi realizada uma reunião com o preceptor com o intuito de determinar a que melhor abordaria o conteúdo selecionado. A seguir, apresentamos a tarefa escolhida (Quadro 1).

Quadro 1 - A tarefa.

Em um estacionamento há carros e motos, onde se pode contar 140 rodas. Sabendo que a razão entre o número de carros e o número de motos é $\frac{2}{3}$, determine o número de carros e de motos desse estacionamento.

Fonte: Lima, 2020.

Em relação à prática de antecipar, resolvemos a tarefa de cinco maneiras diferentes, para que durante a aula seja possível explorar [...] o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e tomar decisões acerca de como estruturar as



apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem Matemática" (CANAVARRO, 2011, p. 13). Apresentamos a seguir as resoluções antecipadas.

Quadro 2 - As resoluções.

Resolução 1:

A partir do enunciado temos que o número de rodas que há em um estacionamento é de 140. Sabemos que um carro (C) possui quatro rodas e uma moto (M) possui duas rodas, logo temos: $4C + 2M = 140$. Sabendo que a razão entre o número de carros e o número de motos é de $\frac{2}{3}$, podemos montar uma tabela com número de carros e motos utilizando a “estratégia da tentativa e erro” até encontrarmos o número de rodas igual a 140.

Nº de carros	Nº de motos	Nº de rodas
02	03	14
04	06	28
06	09	42
08	12	56
10	15	70
12	18	84
14	21	98
16	24	112
18	27	126
20	30	140

Portanto, nesse estacionamento há 20 carros e 30 motos.

Resolução 2:

Transformando em linguagem algébrica, representaremos a quantidade de carros por C e a quantidade de motos por M . Sabendo que um carro possui 4 rodas e uma moto 2 rodas e, que ao todo temos 140 rodas, logo podemos formar a seguinte equação:

$$4C + 2M = 140$$

Sabe-se que a razão entre o número de carros e o número de motos é $\frac{2}{3}$, assim temos a seguinte proporção: $\frac{C}{M} = \frac{2}{3}$. Perceba que podemos utilizar a multiplicação cruzada, em que obtemos $2M = 3C$. Diante disso, podemos montar o sistema de duas equações a seguir:

$$\begin{cases} 4C + 2M = 140 \\ 2M = 3C \end{cases}$$

Assim, utilizando o método da substituição para substituir o valor $2M$ por $3C$ na primeira equação, temos:

$$\begin{aligned} 4C + 3C &= 140 \\ 7C &= 140 \\ C &= 20 \end{aligned}$$

Assim, substituindo na expressão $2M = 3C$, obtemos

$$\begin{aligned} 2M &= 3 \cdot 20 \\ 2M &= 60 \\ M &= 30 \end{aligned}$$

Logo, nesse estacionamento há 20 carros e 30 motos.

Resolução 3:

Considere a quantidade de carros como C e a quantidade de motos igual a M . Sabemos que um carro possui 4 rodas, uma moto possui 2 rodas e ao todo temos 140 rodas, logo, podemos montar a seguinte expressão:

$$4C + 2M = 140$$

Conhecemos a razão entre o número de carros e o número de motos que é de $\frac{2}{3}$, assim temos:



$$\frac{C}{M} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2M = 3C$$

A partir disso, podemos montar o sistema de duas equações a seguir:

$$\begin{cases} 4C + 2M = 140 \\ 2M = 3C \end{cases}$$

E utilizando o método da adição, subtraímos a segunda equação da primeira:

$$4C + 2M - 2M = 140 - 3C$$

$$4C + 3C = 140$$

$$C = 20$$

E substituindo o valor de C na primeira equação temos:

$$4C + 2M = 140$$

$$4 \cdot 20 + 2M = 140$$

$$80 + 2M = 140$$

$$2M = 140 - 80$$

$$M = 30$$

Logo, há 20 carros e 30 motos nesse estacionamento.

Resolução 4:

Considere a quantidade de carros como sendo C e a quantidade de motos como sendo M . Sabemos que um carro possui 4 rodas, uma moto possui 2 rodas e ao todo temos 140 rodas, logo podemos montar a seguinte expressão:

$$4C + 2M = 140$$

Sabe-se que a razão entre o número de carros e o número de motos é $\frac{2}{3}$, assim montamos a seguinte proporção: $\frac{C}{M} = \frac{2}{3}$, multiplicando os meios pelos extremos temos $2M = 3C$. Dessa forma, utilizando o método da substituição podemos isolar uma das variáveis resultando em $M = \frac{3C}{2}$. De posse do valor de M , substituiremos-o na expressão inicial:

$$4C + 2M = 140$$

$$4C + 2 \cdot \frac{3C}{2} = 140$$

$$4C + 3C = 140$$

$$7C = 140$$

$$C = 20$$

Conhecendo o valor de C , podemos substituí-lo na expressão inicial e desse modo encontrar valor de M , vejamos:

$$4C + 2M = 140$$

$$4 \cdot 20 + 2M = 140$$

$$80 + 2M = 140$$

$$2M = 140 - 80$$

$$M = 30$$

Desse modo, concluímos que o estacionamento possui 20 carros e 30 motos.

Resolução 5:

Considere a quantidade de carros como C e a quantidade de motos como M . Sabemos que um carro possui 4 rodas, uma moto tem 2 rodas e ao todo temos 140 rodas, assim sendo formamos a seguinte expressão:

$$4C + 2M = 140$$

Conhecendo o valor da razão entre o número de carros e o número de motos que é de $\frac{2}{3}$, pode-se escrever da seguinte forma:

carros: 2 e motos: 3, que indica que para cada 2 carros existem 3 motos, para 4 carros existem 6 motos e assim sucessivamente. Por essa estratégia, podemos multiplicar a razão pela quantidade de partes (P), observe a seguir:

$$\text{carros: } 2 \cdot P$$

$$\text{motos: } 3 \cdot P$$

Dessa forma, analisando a expressão $4C + 2M = 140$, como C representa a quantidade de carros substituiremos-o por $2P$, como M representa a quantidade de motos substituiremos-o por $3P$. Assim, temos:

$$4 \cdot 2P + 2 \cdot 3P = 140$$

$$8P + 6P = 140$$



$$14P = 140$$

$$P = 10$$

Assim, encontramos o valor do fator de proporcionalidade. Aplicando-o na representação que tínhamos do número de carros e motos, encontraremos a quantidade de cada veículo nesse estacionamento. Vejamos:

$$\text{carros: } 2 \cdot P = 2 \cdot 10 = 20$$

$$\text{motos: } 3 \cdot P = 3 \cdot 10 = 30$$

Portanto, há 20 carros e 30 motos.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A prática de antecipar nos possibilitou um olhar para diferentes estratégias, procedimentos, representações que podem surgir na realização da tarefa, além de proporcionar uma busca por tecnologias digitais que possam contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos.

Nesse sentido, observamos que a utilização de recursos digitais pode contribuir para aprendizagem matemática dos alunos. Por exemplo, o programa *Excel* pode ser utilizado para possibilitar uma organização das informações da tarefa em uma tabela, como na resolução 1 (Quadro 2), oportunizando uma visualização da regularidade entre o número de carros, motos e de rodas, além de permitir o uso de fórmulas, próprias do programa, para completar cada linha da tabela.

Outra possibilidade é o uso do *software GeoGebra*, o qual permite uma visualização do gráfico. Na resolução da tarefa proposta pode ser utilizado inserindo as equações $4x + 2y = 140$ e $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, que representam a quantidade total de rodas e a razão entre o número de carros e motos, respectivamente, e a partir da ferramenta "intersecção entre dois objetos" é possível obter o valor de 20 carros e 30 motos.

Além disso, essa prática possibilitou prever diferentes representações que podem ser utilizadas na realização da tarefa, como a linguagem natural, tabular, algébrica, gráfica, oportunizando ao professor relacionar as estratégias antecipadas aos "[...] conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam" (CANAVARRO, 2011, P. 13).

Após realizar a prática de antecipar, baseando-se nas possíveis resoluções da tarefa, no potencial matemático que ela apresenta, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), elaboramos o objetivo da aula a ser realizada com o uso da perspectiva de TDIC, a saber: conduzir os alunos ao conhecimento do conceito de razão e proporção a partir da aplicação de uma



tarefa que possibilite utilizar diferentes estratégias, procedimentos e representações em sua resolução.

Os recursos digitais escolhidos para o desenvolvimento da aula foram: *Google Meet* para a realização da aula, *Power Point* para a apresentação do *slide*, o aplicativo de mensagens *WhatsApp* para que os alunos enviem fotos de suas resoluções, o *software GeoGebra* para visualizar os gráficos das equações e por meio de seus recursos encontrar a intersecção entre as equações, o *Excel* para organizar as informações em uma tabela e encontrar a regularidade entre o número de carros e motos, *Smartphone* ou Computador para acompanhar a aula e tirar as fotos. Para o desenvolvimento da primeira fase, o professor deverá propor a tarefa, esclarecer como será a dinâmica utilizada, fazer uma leitura da tarefa e verificar se os alunos compreenderam o enunciado. Além disso, precisará ressaltar que poderão surgir diferentes resoluções para a tarefa proposta e estabelecer metas a serem alcançadas.

Na segunda fase, é o momento de monitorar a resolução da tarefa, no qual o professor poderá fazer questionamentos para direcionar os alunos a refletirem sobre o desenvolvimento da tarefa e para interagirem com seus colegas. Outra ação a ser considerada para essa fase, é que o docente precisará ficar atento para não validar, de imediato, as respostas dos alunos, a fim de manter o desafio cognitivo da tarefa. Ao final dessa fase, será preciso orientá-los para que organizem suas resoluções para a discussão da tarefa.

E ainda, o professor terá que selecionar algumas resoluções para serem apresentadas à turma e criar uma sequência das resoluções a serem discutidas baseando-se em alguns critérios, como por exemplo: partir das resoluções mais comuns, resoluções realizadas por meio de estratégias diferentes, erros mais recorrentes, nível de dificuldade, podendo iniciar com a estratégia mais simples até chegar a uma mais elaborada, entre outras.

Na terceira fase, o professor conduzirá a discussão da tarefa a partir da seleção e do sequenciamento estabelecido anteriormente. Nesse momento será preciso levantar perguntas para a reflexão da turma referentes às estratégias, procedimentos, e representações utilizadas, além de incentiva-los a participar da discussão com ideias e dúvidas.



E por fim, temos a sistematização das aprendizagens, em que o professor estabelecerá conexões entre as ideias presentes nas resoluções discutidas com conceitos estudados anteriormente, com o intuito de proporcionar novas aprendizagens matemáticas.

Diante disso, com base nas fases do Ensino Exploratório de Matemática (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012), nas práticas (STEIN, *et al.*, 2008) e no *framework* (CYRINO; TEIXEIRA, 2016), apresentamos um *framework* o qual sintetiza algumas ações e os elementos que as compõe para o desenvolvimento da aula.

Quadro 3 - framework.

Etapas		Ações	Elementos que compõem as ações	
Durante a aula	1ª fase	Propor a tarefa	- Esclarecer a dinâmica da aula; - Apresentar a tarefa para os alunos; - Realizar a leitura da tarefa; - Verificar se os alunos compreenderam a tarefa; - Estabelecer metas a se alcançar; - Salientar que a tarefa poderá ter diferentes resoluções; - Estimular a participação no processo de resolução.	
			Monitorar a resolução da tarefa	- Monitorar o progresso dos alunos; - Levantar perguntas motivacionais para o direcionamento da resolução; - Instigar os alunos a interagirem com os colegas; - Manter o desafio cognitivo exigido pela tarefa e a autonomia dos alunos; - Não validar, de imediato, as estratégias utilizadas; - Orientar os alunos na organização de suas resoluções; - Ordenar as apresentações.
				Selecionar e Sequenciar as resoluções para discussão
Antes da aula	Antecipar	Objetivos da aula: Geral: conduzir os alunos ao conhecimento do conceito de razão e proporção a partir da aplicação de uma tarefa que possibilite utilizar diferentes estratégias, procedimentos e representações em sua resolução. Específicos: trabalhar com operações com frações; identificar a natureza das grandezas, compreendendo a relação e a variação entre elas; e compreender a existência do fator de proporcionalidade. Materiais utilizados: Aula remota: Power Point, Google Meet, Excel, GeoGebra, WhatsApp, Celular/Computador para acompanhar a aula. Aula presencial: Atividade impressa, lousa, pincéis, apagador, Datashow, Excel, GeoGebra. Estratégia de sequenciamento: As resoluções escolhidas na segunda fase serão apresentadas na terceira fase seguindo uma ordem de dificuldade, partindo da resolução mais simples até uma mais elaborada.		



3ª fase	Discutir as resoluções	<ul style="list-style-type: none">- Convidar um dos membros de cada equipe para apresentar as resoluções para à turma;- Questionar os alunos acerca das estratégias utilizadas;- Incentivar os alunos a questionarem e expor dúvidas;- Estimular os alunos a se envolverem na discussão;- Respeitar as diferentes ideias apresentadas;- Identificar e discutir os erros mais apresentados.
4ª fase	Sistematizar as aprendizagens	<ul style="list-style-type: none">- Estabelecer conexões entre as resoluções e procedimentos vistos anteriormente;- Explicitar os conceitos e significados matemáticos presentes em cada uma das resoluções;- Manter a atenção dos alunos no processo de sistematização;- Organizar os conhecimentos matemáticos apresentados;- Garantir que o aluno registre os conhecimentos sistematizados.

Fonte: Adaptado de Cyrino e Teixeira (2016).

Considerações Finais

Tendo em vista os aspectos apresentados nesse estudo, é possível concluir que o Ensino Exploratório de Matemática é uma prática pedagógica que se revela importante na gestão da aula e na promoção da aprendizagem dos alunos, uma vez que possibilita o desenvolvimento do conhecimento matemático a partir de tarefas desafiadoras e de práticas realizadas pelo professor antes e depois da aula. Além disso, essa abordagem pode ser realizada individualmente ou em grupos, e tem capacidade de explorar e comunicar conceitos matemáticos, que são sistematizados pelo professor em discussão coletiva.

Vale ressaltar que o professor desempenha um papel importante na escolha da tarefa, que acontece de maneira criteriosa, bem como o delineamento de sua exploração Matemática. Conforme o exposto, destaca-se a importância do professor planejar sua aula detalhadamente, construindo objetivos bem definidos relacionados com o propósito matemático que ele deseja alcançar. Para isso, é preciso antecipar possíveis resoluções da tarefa, dificuldades e erros dos alunos, utilizando de diversas estratégias de resolução que a tarefa pode apresentar e, desse modo, estando preparado para possíveis imprevistos no decorrer da aula.

Em relação às fases de aula do Ensino Exploratório de Matemática (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012), inicialmente, na primeira fase, o professor deve organizar sua aula de modo que possibilite aos alunos a compreensão da tarefa e da dinâmica da aula. Na realização da tarefa, é preciso fazer o monitoramento do trabalho dos alunos, observando as potencialidades matemáticas das resoluções, tomando



cuidado em não validar suas respostas. Na terceira fase, acontecem às apresentações das resoluções a turma, nesse momento é preciso orquestrar as explicações proporcionando qualidade matemática nas discussões e estimulando o engajamento de todos, assim proporcionando um ambiente saudável para os alunos manifestarem suas ideias e dúvidas. Na última fase, é preciso sistematizar as ideias matemáticas apresentadas na fase anterior, estabelecendo conexão entre as resoluções e o propósito matemático que ele planejou.

Percebe-se que com todas as discussões apresentadas, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, denotam um papel relevante no processo de ensino e de aprendizagem, no qual produz novas possibilidades de construção do conhecimento, tornando-se uma importante ferramenta de apoio ao trabalho realizado pelo professor. Analisando as diretrizes nacionais curriculares e autores que tratam do assunto de tecnologias digitais, é possível inferir que as TDIC ampliam as ações pedagógicas do professor, proporcionando novas formas de comunicação e de construção das aprendizagens. Revela-se também que, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação juntamente com abordagens de ensino podem ser aliadas, contribuindo para a prática do professor, como para a aprendizagem dos alunos, pois elas propiciam um olhar mais investigativo e reflexivo.

Por meio desses estudos, foi possível identificar pontos positivos e importantes para o nosso processo de formação inicial. A RP nos oportuniza conhecer diferentes abordagens de ensino, como a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática e das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, nas quais podemos utilizar em sala de aula na realização das regências. Além disso, possibilita vivenciar muitas experiências no contexto escolar que contribuem para nossa formação como futuros professores, promovendo a realização de projetos que são capazes de fortalecer nossas práticas pedagógicas. Outro ponto bastante importante é a interação com os alunos e o ambiente escolar, uma vez que nos possibilita conhecer a realidade escolar. Ademais, a relação com o preceptor (professor da educação básica), também é fundamental para a nossa atuação como residente, pois, trata-se de um profissional com bastante experiência na área e assim, enriquece-nos com todo seu conhecimento e experiência.

Por fim, o estudo dessas abordagens possibilitou conhecer um modo de conduzir as aulas que se difere do ensino tradicional, e que colabora para que o aluno seja o protagonista da sua aprendizagem. Além disso, fortaleceu o entendimento da importância



de realizar um planejamento de aula detalhado, o que contribui para a gestão da aula e para a aprendizagem matemática dos alunos.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BONFIM, L. M. *et al.* EDUCAÇÃO DIGITAL: uma análise bibliográfica a partir do uso das tecnologias digitais inseridas nas práticas pedagógicas. **Revista Científica Semana Acadêmica**. Fortaleza, v.01, n.000112, set. 2017/19/09/2017. Disponível em:<<https://semanaacademica.com.br/system/files/artigos/artigo3.pdf>>. Acesso em: 18 fev. 2021.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e a Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, 2018. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Capa de Matemática. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CANAVARRO, A. P. (2011). **Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios**. Educação e Matemática, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, Ana Paula; OLIVEIRA, Hélia; MENEZES, Luís. PRÁTICA DE ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA: O CASO DE CÉLIA. **Práticas de Ensino da Matemática**, [S. I.], 2012.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**. Londrina: Eduel, 2016. p.81-99.

LIMA, I. Aulão de Matemática para Concursos Ao Vivo | Razão e Proporção. YouTube. Disponível em:<<https://www.youtube.com/watch?v=xQoMKE81YQ&t=2s>>. Acesso em: 28 dez. 2020.

NASCIMENTO, Jonatha Lisboa Galvão Do *et al.* **A utilização da rede social 'facebook' como auxílio ao docente em sala de aula**. Anais II CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2015. Disponível em:<<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/15348>>. Acesso em: de 18 fev. 2021.



OLIVEIRA, H; CARVALHO, R. Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: PONTE, J. P. **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 465-487.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

Recebido em: 26 / 02 / 2021

Aprovado em: 17 / 04 / 2021