

AL-KASHI E KAZI-ZADE AR-RUMI: DESVENDANDO A RELAÇÃO ENTRE ELES ATRAVÉS DE DUAS CARTAS

AL-KASHI AND QADI-ZADEH AR-RUMI: UNLOCKING THE RELATIONSHIP BETWEEN THEM BY TWO LETTERS

Kaline França Andrade¹

IFRN

Ana Paula Pereira do Nascimento Silva²

IFCE

Resumo

No século XV, Ulugh Beg (1394-1449), neto de Tamerlão (Timur), cria, em Samarcanda, um enorme observatório astronômico e, juntamente com ele, um centro de estudos surge e garante, por alguns anos, a atividade científica na capital do Califado Abássida. Ghiyath al-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi, astrônomo e matemático, foi o primeiro diretor desse centro, sendo seu sucessor o também astrônomo e matemático Kazi-Zade ar-Runi. Nossa intenção é, portanto, apresentar à comunidade acadêmica um período da história que ainda carece de publicações acadêmicas: a matemática islâmica medieval. Quiçá despertar o interesse pela pesquisa nesta área. Por se tratar de um período longo, nossos esforços se concentram na Madraça de Samarcanda e seus ilustres estudiosos aqui já mencionados. Pretendemos com este artigo apresentar um pouco das atividades desenvolvidas no centro de estudos de Samarcanda, além de estabelecer a relação entre os astrônomos supracitados. Para isso, tomamos por base as duas cartas de al-Kashi endereçadas a seu pai que chegaram a nosso tempo. Kennedy (1960) e Saili (1960) publicaram e traduziram (o primeiro em inglês e o segundo em turco), de maneira independente, a primeira carta que foi achada; a segunda carta recentemente descoberta no Irã foi publicada e traduzida para o Inglês por Bagheri (1997). É importante destacar que nosso trabalho faz parte de um projeto maior (o estudo da matemática medieval), que está em desenvolvimento e que, por este motivo, os resultados aqui expostos são parciais. Uma conclusão imediata que foi obtida com esses estudos é a de que o período das trevas - como comumente é conhecida a Idade Média, nos levando a pensar em uma época de não produção de saberes, isto é, séculos de estagnação científica - foi uma época de grandes realizações nas mais diversas áreas da cultura e dos saberes científicos, além da grande expansão territórial do império islã, que garantiu a preservação dos saberes antigos e sua disseminação (a posteriori) por meio de suas traduções.

Palavras-chave: História da Matemática Medieval Islâmica; al-Kashi; Kazi-Zade ar-Rumi.

¹ <u>kaline.andrade@ifrn.edu.br</u>

² <u>paula.pereira@ifce.edu.br</u>



Abstract

In the 15th century, Ulugh Beg (1394-1449), grandson of Tamerlan (Timur), created, in Samarkand, a huge astronomical observatory and a study center emerged and guaranteed, for some years, scientific activity in the capital of the Abbasid Caliphate. Ghiyath al-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi, astronomer and mathematician, was the first director of this center, his successor being also astronomer and mathematician Kazi-Zade ar-Runi. Our intention is, therefore, to present to the academic community a period of history that still lacks academic publications: medieval Islamic mathematics. Perhaps arousing interest in research in this area. Since this is a long period, our efforts are concentrated on Madrasa de Samarkand and its distinguished scholars mentioned above. With this article, we intend to present a little of the activities developed in the Samarkand study center in addition to establishing the relationship between the aforementioned astronomers. For this, we take as a basis the two letters from al-Kashi addressed to his father that arrived in our time. Kennedy (1960) and Saili (1960) published and translated (the first in English and the second in Turkish), autonomously, the first letter that was found; the second letter recently discovered in Iran, was published and translated into English by Bagheri (1997). It is important to note that the work presented here is part of a larger project (the study of medieval mathematics), which is under development and, for this reason, the results shown here are partial. An immediate conclusion that was obtained with these studies: the dark period – as the Middle Ages is commonly known and to which we are usually induced to think of a time of non-production of knowledge, that is, centuries of scientific stagnation – is a time of great achievements in the most diverse areas of culture and scientific knowledge, in addition to the great territorial expansion of the Islamic empire that ensured the preservation of ancient knowledge and the (a posteriori) dissemination of it through its translations.

Keywords: History of Islamic Medieval Mathematics; al-Kashi; Qadi-Zadeh ar-Rumi.

Introdução

O presente trabalho é parte de um estudo em andamento cuja temática é Astronomia e Matemática na Ásia Central nos séculos XIV e XV. Durante o longo florescer do islã, as guerras e outros tantos fatores faziam com que os centros de cultura e saber surgissem, migrassem, desaparecessem numa dinâmica própria dos feitos humanos em época de turbulência. Para citar apenas o mais conhecido dentre eles, falemos de Bagdá. Sendo a capital do Califado Abássida desde meados do século VIII, Bagdá com sua Casa da Sabedoria foi o primeiro centro de saber, onde estudiosos vindos e trazidos de diversas regiões e financiados com a riqueza do califa, estudavam obras fundamentais oriundas da Grécia, da Índia e de outras regiões, comentavam estas mesmas obras, traduziam-nas e produziam novos saberes a partir delas. A casa da Sabedoria brilhou por cerca de duzentos anos e depois seu brilho foi esmaecendo e, em 1258, quando



Bagdá foi conquistada pelos mongóis, outros centros de saber no mundo islâmico já haviam se estabelecido.

Outro importante centro de saber surgiu no século XV, em Samarcanda, no período timurida. De ascendência mongol, o governante de Samarcanda Ulugh Beg era neto de Timur (ou Tamerlão). Sendo ele mesmo um astrônomo, Ulugh Beg mandou construir, dentre outras coisas, um observatório astronômico, convidando a trabalhar nele estudiosos de várias regiões. Desta maneira, formou-se rapidamente em Samarcanda um centro de cultura e saber que tinha como núcleo as atividades astronômicas de seu observatório.

Ulugh Beg era neto de Timur (ou Tamerlão), grande conquistador mongol que teve por objetivo restabelecer em extensão e glória o grande Império Mongol erguido anteriormente por Ghengis Khan, do qual afirmava ser descendente. No entanto, Ulugh Beg não tinha pretensões imperialistas como seu avô, dedicando-se muito mais ao conhecimento e à cultura. Em 1409, com apenas 16 anos, foi nomeado governante da cidade de Samarcanda, capital do império Timurida, transformando-a também num centro científico e cultural; Samarcanda já era um notável centro econômico por ser uma das cidades mais importantes da Rota da Seda (antiga rota de comércio que ligava o ocidente e o oriente, Europa, China, Índia, etc.).

Nosso projeto de pesquisa maior versa sobre obras de duas figuras de destaque que atuaram no observatório de Samarcanda, a saber: al-Kashi e Kazi-Zade. No presente artigo, nosso objetivo é discorrer sobre a relação entre estes dois estudiosos e suas contribuições à matemática. Faremos isso a partir da consulta ralizada às duas cartas de al-Kashi a seu pai que chegaram ao nosso tempo.

Parte 1: Contexto geral das cartas

As cartas sobre as quais iremos discorrer neste artigo são de Ghiyath al-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi. Ele foi um matemático e astrônomo de grande destaque no mundo medieval islâmico; nasceu na cidade de Kashan (atual Irã), no ano de 1380 e faleceu na cidade de Samarcanda (atual Uzbequistão) em 1429.

Em 1421, al-Kashipartiu de Kashanpara Samarcanda a convite do governante Ulugh Beg, com o objetivo de participar das atividades científicas lá desenvolvidas, e sendo por ele patrocinado. No entanto, mesmo envolvido em diversos estudos, al-Kashi correspondeu-se com seu pai, que continuou vivendo em Kashan, por meio de diversas



cartas escritas em persa, demonstrando seu apreço ao seu pai. Infelizmente, somente duas dessas cartas foram encontradas até o momento. Kennedy (1960) e Saili (1960) publicaram e traduziram (o primeiro em inglês e o segundo em turco), de maneira independente, a primeira carta que foi achada; a segunda carta recentemente descoberta no Irã foi publicada e traduzida para o Inglês por Bagheri (1997). Ambas trazem importantes informações a respeito de como era o governante Ulugh Beg (que também era astrônomo), do círculo científico existente em Samarcanda naquele tempo, dos triunfos pessoais de al-Kashi e do processo de construção do Observatório de Samarcanda. O conteúdo técnico-científico das cartas nos leva a crer que o pai de al-Kashi tinha conhecimentos sobre matemática e astronomia.

Bagheri encontrou a carta em 1994, na Biblioteca de Majlis, no Teerã (atual Irã), sob o número de registro 5138/142. Por ter mais informações e esclarecer pontos obscuros da carta publicada por Kennedy e por Saili, Bagheri considera que a carta encontrada por ele antecede a publicada por aqueles pesquisadores. Inclusive, na carta publicada em 1960 al-Kashi afirma ter enviado uma carta anterior com alguns conteúdos semelhantes. Desta forma, ele considera a carta publicada por ele a primeira carta e a publicada por Kennedy e por Saili a segunda. Neste trabalho, adotamos o mesmo raciocínio. Assim, concluímos que tanto Bagheri (1997) quanto Kennedy (1960) e Saili (1960) são valiosos trabalhos que fornecem importantes fontes de informações sobre a vida científica em Samarcanda no tempo de UlughBeg.

O acesso a Bagueri (1997) e Kennedy (1960) foi conseguido sem grandes dificuldades por meio do sítio Mactutor³, estes em inglês e Sayili (1960) em turco. Logo, devido à barreira linguística, decidimos não utilizar esta última referência. Destacamos também que os manuscritos originais estão em persa, portanto, Bagueri (1997) e Kennedy (1960) são nossas únicas fontes.

De acordo com as informações contidas nas cartas e, portanto, sob a perspectiva de al-Kashi, dentre os cerca de sessenta sábios da madraça, os que mais se destacavam nas atividades científicas de Samarcanda eram o próprio al-Kashie Kazi-Zade ar-Rumi. Neste trabalho, buscamos desvendar a relação entre al-Kashie Kazi-Zade por meio das traduções de Bagueri e Kennedy, e as contribuições dessa parceria para o conhecimento científico em Samarcanda.

IV SCHM

Parte 2: A Primeira Carta

comentários, está em Bagueri (1996).

De acordo com Bagueri (1997), a primeira carta de al-Kashi contém oitenta linhas, porém Bagueri suprimiu no seu trabalho as linhas 64 a 79 devido a dificuldades na tradução e algumas palavras na linha 62. Algumas vezes ele acrescenta palavras ao texto original de acordo com o contexto das frases, mas ele toma o cuidado de indicar que esta adição é dele. Bagueri também suprimiu boa parte do preâmbulo da carta devido à sua prolixidade e, em virtude da dificuldade em entender certas frases, traduziu da forma que considerou mais coerente. Acredita-se que a carta não foi escrita de próprio punho por al-Kashi, mas foi feita por um escrivão. A carta completa em persa, juntamente com

De acordo com a linha 34 da carta primeira carta de al-Kashi, que está em Bagueri (1997), ela foi escrita por volta de 1423, dois anos depois de sua chegada a Samarcanda. Vejamos um trecho dessa linha que cita uma fala de Ulugh Beg:

Maulana ⁴Ghiyath al-Din está aqui há dois anos. Demos-lhe todas as maneiras de consideração e solicitude; conversamos com ele todos os dias e muitas vezes expressamos nossa admiração por ele.

Al-Kashi inicia sua carta indentificando-se como o remetente e dizendo para quem a está enviando, no caso, seu pai, que vivia em Kashan; em seguida, como era de costume nos escritos da época, ele faz uma saudação envolvendo agradecimentos a Alá.

Na sequência, ele assegura ao seu pai que seguiu o seu conselho de não se envolver com atividades alheias às observações astronômicas. Relata que ao chegar a Samarcanda as outras pessoas tinham curiosidade em saber a extensão do seu conhecimento, se ele era inferior, igual ou superior a elas.

A carta segue principalmente com relatos das atividades desenvolvidas na madraça e no observatório de Samarcanda, suas descrições e as descrições da convivência com outros sábios, destacando-se Kazi-Zade.

Assim que chegou a Samarcanda, al-Kashi relata que havia problemas com os quais os demais sábios tinham sido confrontados na presença de Ulugh Beg há um mês ou dois ou mesmo há um ano, mas não haviam encontrado solução. No mesmo dia em

⁴Maulana, que significa nosso senhor e/ou mestre, é um título que precede o nome de líderes religiosos mulçumanos respeitados e, particularmente, graduados de instituições religiosas, por exemplo, de uma

Madrassa ou um darululoom.



que chegou, mesmo antes de sua bagagem chegar, sem nenhum livro ou *zij* (coletânea de tabelas astronômicas), ele resolveu esses problemas e muitos outros semelhantes. Por exemplo, temos:

[suponhamos] que alguém esteja parado em um solo perfeitamente circular ou na superfície do mar, e o raio visual que emana dos seus olhos é tangente, para isso, e [então] atinge a esfera da eclíptica [falak al-buriij, ou seja, a esfera mais externa do universo]. Agora, em que distância [esse raio] cruzará o verdadeiro horizonte e, onde ele atinja a esfera da eclíptica, quanto será deprimido do verdadeiro horizonte?⁵ (BAGHERI, 1997, p. 244, tradução nossa).

Na linha onze da carta, al-Kashi faz um relato sobre um problema envolvendo o gnomon (relógio de sol) que ele resolveu a pedido de Ulugh Beg, que fazia visitas constantes à madraça e participava das discussões; faz aí a primeira menção a Kazi-Zade ar-Rumi, afirmando que ele era o mais conhecido dentre todos os especialistas na arte da astronomia que foram ver o relógio de sol que ele havia construído. Ainda nesta carta, relata que Kazi-Zade tentou, em vão, resolver o mesmo problema anteriormente, mas sem sucesso. Kazi-Zade pergunta a al-Kashi como ele resolveu tal problema, examina o relógio de sol e admite que ele estava certo na frente de todos, o que al-Kashi considera uma vitória, na medida em que, com base na leitura das cartas e nos nossos estudos acerca da cultura da época, percebemos que os estudiosos islâmicos eram resistentes a elogiar ou admitir a superioridade intelectual de algum colega.

Em outro problema, relacionado ao al-Qanun al-Mas'udi, escrito por al-Biruni, baseado no *Almagesto* de Ptolomeu, al-Kashi afirma tê-lo resolvido imediatamente depois de Ulugh Beg lhe passar a questão, o que Kazi-Zade tentou por três dias sem sucesso. Segundo os relatos de al-Kashi, ninguém resolvia melhor ou mais rapidamente os problemas propostos na madraça do que ele.

Al-Kashi afirma que sempre estava na companhia de Sua majestade, Ulugh Beg, que participava das aulas de vez em quando e propunha desafios inéditos aos mestres e estudantes. Afirma ter dado dicas a respeito da construção do Observatório de Samarcanda idealizado por Ulugh Beg, que queria construí-lo segundo o método de Ptlomeu; al-Kashi informou Sua Majestade de que o método em questão estava

depressed from the true horizon?

⁵ [Let us suppose] somebody is standing on a perfectly circular ground or on the sea surface, and the visual ray issuing from his eyes is tangent (10) to that, and [then] reaches the sphere of the ecliptic [falak al-buriij, i.e. the outermost sphere of the universe]. Now, at which distance will [that ray] intersect the true horizon, and, where it reaches the sphere of the ecliptic, how much will it be



desatualizado e que outros estudiosos haviam realizado melhorias. O Observatório de Samarcanda foi construído de forma semelhante ao de Maragha, mas com algumas inovações segundo as sugestões de al-Kashi. Vejamos as linhas 26 e 27 da primeira carta:

(26) e um observatório como o de Maragha foi fundado como eu sugeri. No entanto, uma inovação foi feita na posição do sextante Fakhri: o prédio foi projetado em forma circular com um perímetro de 200 côvados de Kashan; Ele fica em cima de uma rocha, em que parte do sextante foi esculpida, de modo que o edifício não seja muito alto, porque, os tijolos não são suficientemente firmes aqui, (27) a altura excessiva de um edifício pode causar fratura. Em Maragha, o sextante está posicionado mais alto [mas] os outros [compartimentos do observatório] não são tão altos, [o que é] uma configuração ruim. Aqui, a superfície do telhado também será plana, de modo que outros instrumentos astronômicos possam ser colocados sobre ela (BAGHERI, 1997, p. 246).

Al-Kashi também faz relatos sobre o quadro de professores da madraça, a incrível memória de Ulugh Beg, o quanto Sua Majestade o prezava, além de mencionar um trabalho sobre antídotos contra veneno de cobras, um trabalho sobre escala musical, dentre outros desafios que ele conseguiu resolver. Ele finaliza a carta ao seu pai dizendo que tem cinco ou seis obras por terminar, mas que lhe falta tempo, pois sempre está ocupado em suas atividades na madraça e no observatório. Por fim, encerra com uma saudação a Alá.

Parte 2: A segunda carta

Como mencionado acima, decidimos usar como fonte para este artigo, em relação à segunda carta, Kennedy (1960). Esta foi feita a partir de uma publicação do periódico iraniano *Amuzeshva Parvaresh*, volume 10, n. 3, p. 9-16, 59-62.

A segunda carta possui dezessete páginas e seu conteúdo é muito parecido com o da primeira, portanto, vamos ressaltar alguns pontos que se destacaram diante da primeira, dentro do objetivo deste trabalho. Para al-Kashi, o conhecimento do *Almagesto* era obrigatório para ser reconhecido como conhecedor da ciência teórica (a matemática) (linhas 6 a 9):

Além disso, foi perguntado (pelo pai de Kashi) se o trabalho do observatório foi confiado a esse humilde servo, ou ele temum associado. É maravilhoso que o senhor (pai) esteja pedindo informações depois (aprendendo) de tal fama. O fato é que, embora essas pessoas sejam numerosas envolvidas com a matemática, nenhuma delas é tal que ele tenha alguma posição real na ciência



(teórica) e na ciência das observações, pois nenhuma delas conhece o Almagesto⁶ (KENNEDY, 1960, p. 203, tradução nossa).

Além dele mesmo, o único sábio da madraça versado no *Almagesto* era Kazi-Zade, que, porém, não era bom o suficiente nas atividades relacionadas à sua aplicação. E quem regulava as principais reuniões, trazendo questionamentos de profundidade, era Ulugh Beg (linhas 9 a 13):

Há (apenas) um, Kazi-Zade, que conhece a ciência do Almagesto, mas ele não é um homem prático, e não fez nada relacionado às aplicações, e (ainda) é o mais aprendido deles. E nos assuntos científicos nos quais ele também entrou, em todas as discussões que surgem esse humilde servo de Sua Majestade, a cabeça e o pé da discussão. Assim como foi explicado anteriormente no caso do Cânone Masúdico e coisas como isso, e nas operações ele tem (ou seja, eu tenho) domínio completo. As operações são divisíveis em práticas e teóricas (operações)⁷ (KENNEDY, 1960, p. 203, tradução nossa).

Ulugh Beg também se envolvia nos projetos e execução das construções, sugerindo e ordenando modificações, sempre agindo com elegância e cortesia, inclusive na do observatório que estava sendo erguido. Era sagaz em seus questionamentos na madraça, inclusive acrescentando erros às argumentações para testar os conhecimentos de seus ouvintes.

Apesar de al-Kashi fazer críticas sobre a limitação dos conhecimentos de Kazi-Zade, dentro do seu ponto de vista, neste e noutros trechos, al-Kashi toma o cuidado de deixar claro para seu pai que não há inimizades entre eles, mas ele apenas está dizendo a verdade do ponto de vista técnico dentro das atividades na madraça (linhas 31 a 34):

Entre este humilde servo e ele, existe perfeita união e completa amizade, e ele confia nesse humilde servo, e ele não é desse tipo, que deve ser altivo e injusto; o que esse humilde servo lhe atribuiu é dito antes de tudo, e o que ele sabe que diz e o que não sabe é reconhecido sem afastá-lo que ele não sabe. A parte do trabalho observacional que foi realizado neste tempo foi o que esse humilde servo disse⁸ (KENNEDY, 1960, p. 203, tradução nossa).

⁶(6) Moreover, it was asked (by Kashi's father) if the work of the observatory has been entrusted to this humble servant, or does he have an associate. It is marvellous (7) that lord (father) is asking information after (learning of) such fame. The fact is that although these people are numerous (8) who are involved with mathematics, nevertheless not one is such that he has any real standing in (theorical) science and the (9) science of observations, for none of them know the Almagest.

⁷ There is (just) one, Qadizadeh, who knows the science of (10) the Almagest, but he is not a practical man, and he has done nothing connected with applications, and (yet) he is the most learned of them. And in scientific matters (11) into which he has also entered, in every discussion which arises this humble servant finds from His Majesty the (12) head and the foot of the discussion. Just as was explained before in the case of the Masudic Canon and things like (13) that, and in the operations he has (i. e. I have) complete mastery. Operations are divisible into practical and theoretical (operations).

⁸ (31) Between this humble servant and him there is perfect union and complete friendship, and he relies on this humble servant, and in (32) that he is not of that type, that he should be haughty and unfair; that

Na leitura inicial das duas cartas, podemos perceber que os assuntos principais são os problemas discutidos na madraça, a construção do observatório de Samarcanda, a inteligência de UlughBeg, a rapidez com que al-Kashi resolvia os problemas propostos na comparação com seus pares e o fato de ele reconhecer Kazi-Zade como o mais capacitado depois dele, o que não abalava sua relação. Por fim, destacamos também que estas cartas são fontes preciosas para trabalhos sobre problemas astronômicos que poderão ser explorados no futuro, para mostrar em profundidade as atividades matemáticas e astronômicas durante o período medieval islâmico.

Até aqui já apresentamos al-Kashi e o conteúdo das duas cartas que nos permitem o entendimento sobre o funcionamento da escola de Samarcanda, mas ainda não mostramos a relação entre os estudiosos que destacamos, tampouco apresentamos o Kazi-Zade.

Kazi-Zade ar-Rumi

Kazi-Zade ar-Rumi, como ficou conhecido nosso astrônomo, significa filho de juiz (Kazi-Zade), vindo de Rum (ar-Rumi). Seu verdadeiro nome era Salah al-Din Musa Pasha. Nasceu em 1364 na cidade de Brussa, na Turquia; viveu 72 anos e morreu em Samarkanda, no Uzbequistão, onde concluiu seus estudos, desenvolveu seus tratados e trabalhou por vários anos na Madraça de Ulugh Beg.

Depois de concluir sua educação básica em sua cidade natal, Kazi-Zade foi instruído pelo enciclopedista e teólogo islâmico Mulla Shams al-Din Muhammad ibn Hamzah al-Farani (1350-1431), que lhe ensinou geometria e astronomia – a ciência em destaque na época. Percebendo a grande habilidade de seu aluno em matemática e astronomia, al-Farani o aconselhou a visitar os centros culturais do império, Khorasanou Transoxania, para continuar sua formação em geometria e astronomia, além de entrar em contato com os principais sábios da sua região em seu tempo.

Diferentemente de al-Kashi, que produziu vários tratados originais, ao sábio Kazi-Zade um único tratado lhe é atribuído: *Tratado sobre a determinação do seno de um grau*. Ficou claro, a partir das cartas anteriormente descritas, que ambos os estudiosos são colaboradores de uma mesma casa de sabedoria, mas a autoria desse Tratado ainda divide a opinião dos estudiosos. Acreditamos que o tratado é, de fato, de ar-Rumi, pois

which this humble servant has attributed to him (33) is said before all, and what he knows he says and what he does not know it is acknowledged without keeping it away (34) that he does not know. That part of the observational work which has been accomplished in this time was what this humble servant said.



observamos: "Farei a exposição o mais próximo possível às suas palavras, mantendo sua ordem de apresentação e procurando esclarecer tudo o que ele desejava" (p. 540). Além disso, o método utilizado para a resolução da equação cúbica é declaradamente o método de al-Kashi – este método é o que hoje conhecemos por método iterativo de ponto fixo.

Do breve exposto até aqui, podemos concluir, que além de colaboradores do observatório de Samarcanda, al-Kashi e Kazi-Zade mantinham uma relação recíproca de respeito e admiração. Também podemos concluir que estudavam e conversavam sobre temas comuns de astronomia e matemática, a ponto de Kazi-Zade conseguir terminar (após a morte de al-Kashi) um trabalho que foi objeto de estudo de al-Kashi.

Referências

BAGHERI. M. A new found letter of Al-Kashi on Scientific Life in Samarkand. **Historia Mathematica**. n. 24, p. 241-256, 1997.

BAGHERI, M. Az Samarqand be Kashan; Namaha-ye Ghiyath al-Din Jamshid Kashani be pedarash (From Samarkand to Kashan: Letters of al-Kashi to his father). Tehran: Scientific and Cultural Publications, 1996.

BERGGREN, J. L. **Episodes in the mathematics of medieval islam.** New York: Springer-Verlag Inc., 2003.

KENNEDY, E. S. A Letter of Jamshid al-Kashi to His Father: Scientific Research and Personalities at a Fifteenth Century Court. **Orientalia**, n. 29, p. 191-213, 1960.