

## ESTUDO DA ÁLGEBRA: O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA FORMALIZAÇÃO SIMBÓLICA

### ALGEBRA STUDY: THE HISTORICAL DEVELOPMENT OF SYMBOLIC FORMALIZATION

*Tamara Sued Pinheiro de Oliveira*<sup>1</sup>

*Universidade Estadual do Ceará - UECE*

*Ana Cristina de Souza Lima*<sup>2</sup>

*Universidade Estadual da Paraíba - UEPB*

*Elieudo Nogueira Silva*<sup>3</sup>

*Universidade Estadual do Ceará - UECE*

#### **Resumo**

A álgebra vem se desenvolvendo ao longo dos anos, e hoje é considerada um importante ramo da matemática, sendo abordada no ensino fundamental, médio e superior. Ela trabalha a generalização, a abstração e a manipulação formal de equações, representando quantidades através de símbolos. O ensino de Álgebra tem se restringido a questões técnicas e operacionais, deixando de lado, muitas vezes, o desenvolvimento de conceitos e do pensamento algébrico. Deste modo, o corrente trabalho apresentará os conceitos que foram relevantes para o desenvolvimento da álgebra, ao longo dos séculos, tendo como objetivo, investigar o desenvolvimento histórico da formalização simbólica da álgebra, partindo dos conhecimentos de diferentes civilizações que por sua vez nos leva conhecer a trajetória de evolução da álgebra e as contribuições de grandes matemáticos até os dias atuais. A experimentação foi feita, por meio de pesquisa bibliográfica, através de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas, em Eves (2004), Boyer (1993), Fiorentini; Miorim; Miguel (1996), Baumgart (1996), e também em artigos acadêmicos de história da matemática, com finalidade de reunir subsídios suficientes para construir o desenvolvimento da álgebra mostrando a importância dos estudos realizados pelos grandes matemáticos da época. Como resultados, a pesquisa exterioriza a trajetória dos matemáticos em diversas civilizações na formalização da linguagem algébrica e seus estágios (retórica, sincopada e simbólica). Expressando a relevância do entendimento histórico da álgebra para compreensão e formalização da linguagem algébrica e as bases em que a álgebra se sustenta. Por fim, a pesquisa mostra a padronização da linguagem simbólica da álgebra.

**Palavras-chave:** Álgebra; Formalização simbólica; Linguagem algébrica.

---

<sup>1</sup> [tamarasued@gmail.com](mailto:tamarasued@gmail.com)

<sup>2</sup> [cris.acsl@hotmail.com](mailto:cris.acsl@hotmail.com)

<sup>3</sup> [elieudosilva@hotmail.com](mailto:elieudosilva@hotmail.com)

**Abstract**

Algebra has been developing over the years, and today is considered an important branch of mathematics, being addressed in elementary, middle and higher education. It works on generalization, abstraction and formal manipulation of equations, representing quantities through symbols. Algebra teaching has been restricted to technical and operational issues, often neglecting the development of concepts and algebraic thinking. Thus, the present work will present the concepts that were relevant to the development of algebra, over the centuries, aiming to investigate the historical development of the symbolic formalization of algebra, starting from the knowledge of different civilizations that in turn leads us to know the trajectory. evolution of algebra and the contributions of great mathematicians to the present day. The experimentation was done through bibliographic research through published theoretical references, analyzing and discussing the various scientific contributions, in Eves (2004), Boyer (1993), Fiorentini; Myiorim; Miguel (1996), Baumgart (1996), and also in academic articles of mathematical history with the purpose of gathering enough subsidies to build the development of algebra showing the importance of the studies carried out by the great mathematicians of the time. As a result, the research externalizes the trajectory of mathematicians in various civilizations in the formalization of algebraic language and its stages (rhetoric, syncopated and symbolic). Expressing the relevance of the historical understanding of algebra for understanding and formalizing algebraic language and the basis on which algebra is sustained. Finally, research shows the standardization of the symbolic language of algebra.

**Keywords:** Algebra; Symbolic formalization; Algebraic language.

**Introdução**

As necessidades do dia a dia sempre impulsionaram os avanços das ciências. E com a álgebra não foi diferente uma vez que a mesma surgiu das necessidades do homem em resolver problemas do cotidiano, no qual o uso da aritmética não era suficiente para encontrar a solução.

A álgebra é fruto das contribuições de grandes civilizações, como confirma Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Contudo, o estudo dessas contribuições não permite situar um período histórico do surgimento da álgebra, porém, tal análise é fundamental, pois com base na investigação dessas sociedades podemos conhecer a processo de evolução da álgebra e as contribuições de grandes matemáticos até os dias atuais.

Os egípcios eram precisos em contar e medir. Em seus escritos eram usados a notação hieroglífica, (ver Figura 1), que foi facilmente decifrada por Chapollion na França e Thomas Young na Inglaterra. Tais escritos eram considerados sagrados. Segundo Boyer (1996), a numeração hieroglífica usava um sistema de numeração

decimal com símbolos diferentes para primeira meia dúzia de potências de dez: um traço em uma pedra significa uma unidade; para indicar 10 era usado um osso de calcanhar invertido; o 100 era uma corda enrolada, com formato semelhante a letra C maiúscula; 1000 era uma flor de lótus; 10.000 um dedo dobrado; 100.000 um girino e uma figura de um homem ajoelhado para representar 1.000.000 e os demais números eram escritos por repetição dos símbolos citados.

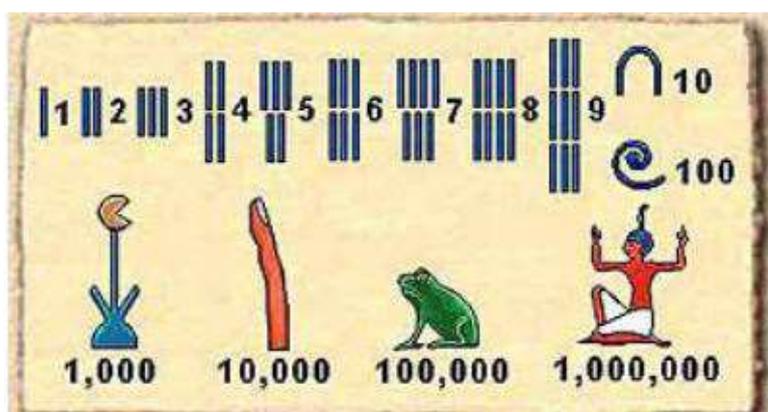


Figura 1 – Números Egípcios.

Um dos mais importantes documentos egípcios para a álgebra são os papiros, sendo eles os Papiro de Rhind ou Papiro Ahmes e o Papiro de Moscou que juntos possuem cerca de 110 problemas matemáticos, onde já se trabalhavam com resolução de equação do 1º grau com uma incógnita.

Foi graças a esses papiros que os cientistas conseguiram compreender a matemática do Egito. Devido ao seu sistema de numeração primitivo não houve avanço na solução de problemas algébricos ou no surgimento de novas equações, sendo a álgebra egípcia considerada retórica.

Segundo Eves (2004), as civilizações da antiga Mesopotâmia são, constantemente, chamadas de babilônicas, devido a convenção que sancionou o uso informal da palavra “babilônica” para a região entre os rios Tigres e Eufrates. Os escritos babilônios e os egípcios não possuem vestígios do que hoje chamamos de demonstração, ao invés de argumentos para resolução dos problemas, tinha-se instruções como se fossem receitas “faça assim e assim”. Os babilônios usavam o sistema de numeração sexagesimal e escrita cuneiforme, onde a escrita era realizada em tábuas de argilas mole que eram cozidas em fornos ou no calor do sol.

A álgebra babilônica é retórica, porém, os babilônicos possuíam maior conhecimento algébrico do que os egípcios, pois nos registros babilônicos encontramos além das equações lineares as equações quadráticas e cúbicas. A tábua matemática babilônica mais notável é conhecida como Plimpton 322. Ela foi escrita aproximadamente entre 1900 e 1600 a.C.

Os gregos usavam um alfabeto composto por vinte e sete letras para representar os números que eram conhecidos como sistema de numeração jônio, usado provavelmente por volta do século V a.C. A álgebra grega conhecida como álgebra geométrica, foi formulada pela escola pitagórica liderada por Pitágoras de Samos (c. 570 – 495 a.C.) e por Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.). Euclides era um grande geômetra, então a álgebra geométrica ocupou o espaço da antiga álgebra aritmética. Dessa forma, passou a se usar de figuras geométricas para solucionar problemas algébricos. A maior obra de Euclides foi o livro “Elementos”, com 13 volumes, sendo o volume II e o V dedicados a álgebra. Em seus livros, Euclides reuniu as obras de Pitágoras e outros matemáticos gregos e egípcios que o precederam.

Aproximadamente por volta do século III da nossa era, Diofanto de Alexandria introduziu uma nova forma de representar equações que ficou conhecida como a álgebra sincopada. A obra mais importante de Diofanto na álgebra é o livro Aritmética, trazendo a resolução de 130 problemas envolvendo equações de primeiro e segundo grau, equações cúbicas, equações determinadas com uma incógnita, equações de segundo grau indeterminadas e às vezes com mais de duas incógnitas.

A álgebra da Índia era direcionada ao estudo de equações indeterminadas e fazia uso de uma álgebra sincopada. Brahmagupta (c.628) e Bhaskara (c. 1114-1185) são considerados os maiores algebristas hindu.

Brahmagupta tem várias contribuições na álgebra, como a solução geral para equações quadráticas. Resolvia tais equações pelo método de completar quadrados, tinha conhecimento dos números negativos e raízes irracionais e que uma equação quadrática de raízes reais possui duas raízes. Foi o primeiro matemático a dar a solução geral da equação linear diofantina  $ax + by = c$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são inteiros. Posteriormente, Brahmagupta fez outras contribuições para álgebra juntamente com o matemático mais importante do século XII, Bhaskara (c. 1114-1185).

A civilização árabe também conhecida como islâmica, era mais próxima da álgebra do que da trigonometria e geometria e foi através dos árabes que a álgebra

chegou a Europa. Os principais matemáticos árabes foram al-Khowarizmi (c. 825) e Omar khayyam (c.1050-1122). Al-Khowarizmi (c. 825) é considerado o maior escritor no campo da matemática árabe, sua obra mais conhecida é *Hisab al-jabr w'al muqabalah*, ou seja, livro sobre as operações al-jabr e qabalah.

Omar khayyam (c.1050-1122) foi um grande matemático do mundo árabe e fez uma importante contribuição a álgebra ao usar a intersecção de cônicas para obter uma solução geométrica para certos tipos de equações cúbicas. Álgebra arábica usava a regra da falsa posição e de dupla falsa posição e explicava a regra de três que atualmente chamamos de proporção.

A álgebra europeia fundamentou-se, diretamente, na álgebra arábica e teve seu início por volta de 1200 e seu desenvolvimento foi bastante lento até o século XIX. A partir do século XIX, as descobertas se multiplicaram, uma após a outra. Grande parte da álgebra europeia se desenvolveu na Itália, onde por muito tempo os algebristas italianos não publicavam suas descobertas matemáticas, preferiam guardar essas descobertas para usarem em competições públicas.

Leonardo Fibonacci (c.1175 – 1250), ou também conhecido como Leonardo de Pisa, contribuiu para popularização dos números indo-arábico com a publicação de seu livro *Liber abaci* (livro do ábaco) de álgebra e aritmética. Scipione del Ferro (1465-1526) em 1515 descobriu o método de resolução da equação cúbica  $x^3 + bx = c$ , mas não divulgou seu trabalho. Niccolo Tartaglia (a.1500 – 1557) por volta de 1535 resolveu a equação cúbica  $x^3 + ax^2 = c$  e depois a cúbica  $x^3 + bx = c$ , usou seus conhecimentos superando seus desafiantes nas competições. Girolamo Cardano (1501-1575) conseguiu que Tartaglia lhe forneça sua solução, e depois de aperfeiçoá-la, publicou em seu livro *Ars Magna* a solução completa de todas as variedades de equações cúbicas exceto o caso irreduzível envolvendo “imaginários”.

O discípulo de Cardano, Ludovico Ferrari (1522 – 1565) responsável pela resolução da equação quártica geral, que também foi publicada em seu livro *Ars Magna*. O matemático francês René Descartes foi um dos maiores matemáticos do seu século. Autor de vários trabalhos, sua principal contribuição foi o estudo sobre Geometria Analítica Plana, na álgebra foi responsável por aprimorar o simbolismo e introduzir o sistema de expoentes inteiros, positivos. Carl Fredrich Gauss (1777-1855) em 1799 teve sua tese de mestrado publicada e nela continha a primeira demonstração rigorosa do

teorema fundamental da álgebra, e mais tarde publicou outras três demonstrações do mesmo teorema.

### Formalização da linguagem Algébrica

A linguagem algébrica é dividida em três estágios conhecidos como álgebra retórica, onde as expressões eram escritas por extenso, somente com o uso de palavras, “esta teria sido a álgebra dos egípcios, dos babilônios e dos gregos pré-diofantinos.” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.80), a álgebra sincopada, onde as expressões eram escritas com uso de palavras e algumas abreviações, e por último, a álgebra simbólica onde as expressões são expressas totalmente através de símbolos como conhecemos atualmente.

$$\begin{aligned} \text{Bombelli (1572): } & \overset{6}{1} \cdot \overset{3}{p} \cdot 8 \cdot \text{Egual a } 20. \\ & x^6 + 8x^3 = 20 \\ \text{Viète (1591): } & 1 \text{ QC} - 15 \text{ QQ} + 85 \text{ C} - 225 \text{ Q} + 274 \text{ N} \\ & \text{aequatatur } 120. \\ & x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120 \\ \text{Harriot (1631): } & \text{aaa} - 3\text{bba} + 2 \cdot \text{ccc}. \\ & x^3 - 3b^2x = 2c^3 \\ \text{Descartes (1637): } & x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0. \\ \text{Wallis (1693): } & x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0. \end{aligned}$$

Figura 2 – Desenvolvimento da notação simbólica.

Diofanto de Alexandria (a. 200 - 284) foi o primeiro matemático a fazer uso de abreviações nos problemas e equações. Segundo Guilli (1999), usando o sistema de numeração decimal e o nosso alfabeto. Com o surgimento de outros símbolos, Diofanto utilizava o símbolo xx para representar a incógnita no caso em que ela viesse acompanhada de um número diferente de 1. Para as potências, de acordo com Guilli (1999), Diofanto utilizava os seguintes símbolos:

- Q (de quadrado), para  $x^2$
- C (de cubo), para  $x^3$
- QQ (de quadrado e quadrado), para  $x^4$
- QC (de quadrado e cubo), para  $x^5$  (GUILLI, 1999, p.24).

Diofanto é o responsável pela transição da álgebra retórica para a álgebra sincopada. A descoberta de um sinal para soma, de um símbolo para expressão “é igual

a”, não foi tão imediata quanto esperado, devido à queda do Império Romano, ocorrido na metade do século V, pois o clima de guerra e destruição impossibilitaram o avanço do conhecimento. Diofanto não conseguiu desenvolver sua simbologia, permanecendo no estágio inicial.

O matemático árabe al-Khowarizmi resolvia as equações de maneira semelhante a que usamos atualmente, a única diferença é que as equações eram expressas por palavras ao invés de números, ele utilizava de três elementos: raízes, quadrados e números. Ao usar o elemento raízes, ele se refere a um valor desconhecido que pode ser representado por uma incógnita, de maneira usual pela letra  $x$ . O elemento quadrados se refere a essa incógnita elevada ao quadrado, isto é  $x^2$  e o elemento número refere se aos algarismos 1,2,3,4,5,6,7, 8 e 9.

Al-Khowarizizmi, em seus trabalhos, fazia uso de álgebra retórica e suas equações eram expressas através de palavras. Por exemplo, para representar a equação  $12x = 36$  escrevia da seguinte forma "como doze raízes valem o mesmo que trinta e seis unidades"(GUILLI, 1999). Apesar das suas contribuições para álgebra, Al-Khowarizizmi não conseguiu expressar as equações totalmente em símbolos, mais de 700 anos depois entre os séculos XV e XVI, com a transição da Idade Média para Idade Moderna, foi que veio a ocorrer um grande desenvolvimento na escrita algébrica.

François Viète (1540-1603) é responsável pela introdução de vários símbolos na matemática e aos poucos foi substituindo as palavras nas equações, sendo por esse motivo conhecido, por muitos, como o Pai da Álgebra. Usou as vogais para representar as incógnitas, substituiu as palavras mais e menos por  $p$  e  $m$  respectivamente, escrevendo o traço sobre essas letras significando que elas estão sendo usadas como símbolos matemáticos. Posteriormente, Viète começou a substituir as letras  $p$  e  $m$  por  $+$  e  $-$  respectivamente, porém, as equações não estavam totalmente expressas por símbolos, ele ainda utilizava as palavras: **área** ao se referir ao “quadrado”, **culo** ao se referir a “terceira potência” e **é igual a**. Para multiplicação fazia uso da palavra **in**, para divisão usava se a barra de fração e um dos seus maiores feitos foi o conceito de parâmetros.

Na mesma época, outros matemáticos fizeram grandes contribuições para álgebra: em 1557 Robert Recorde (c. 1510-1558) introduziu o sinal de igual, que é representado por duas retas paralelas, por acreditar que não havia algo tão idêntico quanto duas retas paralelas; Christoff Rudolff (1499 - 1545) em seu livro *Die coss*

(1525) introduziu o símbolo de raiz quadrada "p"; Thomas Harriot(1560-1621) conseguiu eliminar as últimas palavras presentes nas equações, substituiu a palavra área por AA e cubo por AAA, também foi responsável por introduzir os símbolos  $>$  e  $<$ , em 1631. O símbolo X para multiplicação foi introduzido pelo matemático inglês William Oughtred (1574 – 1660). Em 1659, na obra de Johann Heinrich Rahn (1622-1676) o símbolo para divisão foi impresso pela primeira vez.

René Descartes (1596-1650) foi o responsável por concluir a transição da álgebra sincopada para a álgebra simbólica em sua obra *La Géométrie*. Então, a partir de todo o desenvolvimento da escrita algébrica, o surgimento de uma álgebra simbólica, onde os problemas algébricos são escritos com uso de símbolos, as equações ganham destaque e ficam conhecida como o idioma da álgebra.

### **Metodologia**

Este artigo de caráter bibliográfico discute a abordagem histórica da formalização da linguagem simbólica da álgebra. Tomando como base Eves (2004), Boyer (1993), Fiorentini; Miorim; Miguele (1996) e Baumgart (1996) autores de livros e artigos acadêmicos de história da matemática, nos quais os autores abordavam o desenvolvimento da Álgebra, foi realizada um embasamento teórico consistindo no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento das informações relacionadas ao tema da pesquisa.

A escolha pela pesquisa bibliográfica tem como finalidade fazer com que o pesquisador entre em contato direto com os diversos materiais escrito sobre o tema em estudo, auxiliando-o a fundamentar teoricamente o objeto de estudo. “A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (Gil, 2002, p. 44).

Ressaltamos ainda que o levantamento bibliográfico desta pesquisa tomou como base também artigos acadêmicos que abordam e discutem sobre a temática em questão selecionados de acordo com os preceitos de expressividade e clareza condizentes com a linha de raciocínio desta pesquisa, levando em consideração a importância da instituição divulgadora desses trabalhos.

Após as leituras, foram realizados momentos de discussão com relação aos trabalhos selecionados, tornando evidente todos os aspectos mais importantes para a

realização deste artigo. O estudo foi desenvolvido no período de setembro a dezembro de 2019.

### **Resultados e Discussão**

Percebeu-se que, ao longo dos séculos, a álgebra é tema de vários estudos que buscam compreender seu desenvolvimento histórico e a relação entre o pensamento e a linguagem algébrica. O desenvolvimento da história da Álgebra aqui citado evidencia a necessidade e a importância do entendimento de como as ideias se desenvolveram ao longo dos tempos sendo essencial para se perceber quais são as bases teóricas em que ela se sustenta.

Grandes matemáticos apresentaram contribuições importantes para o desenvolvimento histórico da álgebra, desde a introdução das incógnitas (letras) por Diofanto de Alexandria, em meados do século III, até Carl Fredrich Gauss que apresentou de forma rigorosa a primeira demonstração aprimorando o simbolismo algébrico.

Para tanto, faz-se necessário compreender toda a abordagem histórica sobre o desenvolvimento da formação simbólica da álgebra, para salientar a importância dos muitos estudos apresentados por grandes matemáticos da época, como aponta Baumgart (1992). Que para conhecer o inventor de um determinado símbolo é necessário um estudo minucioso da história, e que muitas vezes o resultado obtido não é uma conclusão segura.

### **Considerações Finais**

Através de uma pesquisa bibliográfica foi possível fazer uma retrospectiva do processo de evolução da notação simbólica da álgebra, observando que tal processo ocorreu progressivamente até a padronização da linguagem simbólica da álgebra que utilizamos atualmente.

Em diferentes épocas, diversas civilizações sentiram necessidade em formular sua linguagem algébrica. Também se deve considerar que cada novo conceito abre espaço para um novo simbolismo. Na Antiguidade, as palavras expressavam a álgebra retórica, quando os símbolos ainda não haviam sido criados; com a álgebra sincopada apareciam as abreviaturas; e posteriormente surge a álgebra simbólica.

Verifica-se a importância dos antigos matemáticos que mesmo sem uma notação mais específica, foram capazes de produzir regras e aplicá-las nas resoluções de cálculos e problemas.

Por fim, embasados nas obras que fundamentaram esta pesquisa corroboramos com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), de que a linguagem algébrica é de suma importância para a formação do pensamento matemático pois, o simbolismo e pensamento algébricos caminham juntos.

### **Referências**

BAUMGART, J. **Tópico de História da Matemática para Uso em Sala de Aula.**

Tradução: Hygino H. Domingues. v. 4: história da álgebra. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Editora Blücher, 1996.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: UNICAMP, 2004.

FIorentINI, D.; Miorim, M.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. **Pró-Posições**, v. 1[10], n. 4, p. 78–91, 1993. Disponível em: <[https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid\\_etal.pdf](https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf)>. Acesso em: 20 de novembro de 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUILLI, O. **Contando a História da Matemática.** 11 ed. São Paulo: Ática, 1999.