CARL FRIEDRICH GAUSS: CONTRIBUIÇÕES MATEMÁTICAS

CARL FRIEDRICH GAUSS: MATHEMATICAL CONTRIBUTIONS

Rannyelly Rodrigues de Oliveira[1]

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Maria Helena de Andrade[2]

Rede Municipal de Ensino de Fortaleza – SME

Resumo

O presente trabalho tem o objetivo de relatar as principais contribuições matemáticas desenvolvidas pelo matemático e astrônomo alemão Carl Friedrich Gauss. Para isso, foi realizada uma descrição biográfica de Gauss baseada no dicionário de biografias científicas (2007) e na obra *A Source Book in Mathematics* (1929). Em complementaridade, foi feita uma revisão bibliográfica nos trabalhos de Giovanni e Bonjorno (2001), Hamilton (1844), Roque (2012), Souza e Garcia (2016). Destarte, a pesquisa bibliográfica foi adotada como metodologia de pesquisa assumindo um caráter descritivo. *A priori*, foi descrito o contexto histórico que influenciou a formação das concepções filosóficas, políticas e religiosas de Gauss que, de certa maneira, refletiram no seu padrão heurístico de pesquisador. O matemático vivenciou um período histórico marcado por movimentos revolucionários emergentes da Revolução Francesa, da Era Napoleônica e das revoluções democráticas na Alemanha. Todavia, ele manteve o conservadorismo observado, principalmente, em suas práticas de pesquisa, tal que não gostava de expor seus pensamentos e resultados obtidos que contrariavam a Matemática que, até então, era considerada como verdade absoluta, como é o caso da Geometria não-euclidiana. Posteriormente, foram relatadas as principais pesquisas matemáticas que Gauss desenvolveu relacionadas a cálculos de distâncias planetárias, à discussão algébrica do Teorema Binomial com expoentes racionais, da Média Aritmético-Geométrica, Teoria dos Números, Probabilidade e Teoria dos Erros. Foi destacado, também, a sua dedicação às investigações geodésicas referentes à triangulação de Hanôver, o que teve muita relevância para o desenvolvimento da ciência matemática. E, ficou reservada uma seção para abordar a Matemática Abstrata no que diz respeito à complexificação do conceito de número, onde foi apresentada a noção de números imaginários e negativos e sua compreensão como uma relação de quantidade. Nesse sentido, foram apresentados os conceitos de números complexos e hipercomplexos. Este último demarca os estudos de Gauss sobre a Álgebra não-comutativa através de seus cálculos quaterniônicos. Por fim, pode-se concluir que a História da Matemática pode ser escrita sob diferentes perspectivas teóricas geradas a partir dos diversos contextos históricos (épocas e culturas) designando, assim, a História da Matemática como inacabada. Nesse viés, conjectura-se que este trabalho sirva de fundamentação epistemológica para o desenvolvimento de uma historiografia em que evidencia o contexto de aplicabilidade matemática na ciência, como por exemplo, a algebrização de conceitos físicos. Ademais, espera-se oportunizar ao leitor o entendimento de que as

[1] ranny.math.06@gmail.com
[2] helenaeducadoramat@gmail.com

DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2844

ideologias políticas e filosóficas podem influenciar na formação do perfil de um pesquisador, assim como as diferentes concepções dos conceitos matemáticos podem contribuir para elaboração de outras matemáticas, como a Geometria não-euclidiana e Álgebra não-comutativa. Essas diferentes perspectivas são fundamentais para a constituição da Matemática Pura e Aplicada como um corpo teórico que proporciona o desenvolvimento de outras áreas da ciência, além de ter implicações significativas nas vivências sociais.

Palavras-chave: História da Matemática; Carl Friedrich Gauss; Aplicabilidade Matemática; Conceituação de Número; Complexificação.

Abstract
This work aims to report the main mathematical contributions developed by the German mathematician and astronomer Carl Friedrich Gauss. For this, a biographical description of Gauss was made based on the dictionary of scientific biographies (2007) and the work A Source Book in Mathematics (1929). In addition, a bibliographic review was carried out in the works of Giovanni and Bonjorno (2001), Hamilton (1844), Roque (2012), Souza and Garcia (2016). Thus, bibliographic research was adopted as a research methodology assuming a descriptive character. A priori, the historical context that influenced the formation of Gauss' philosophical, political and religious conceptions was described, which, in a way, reflected in his heuristic researcher pattern. The mathematician experienced a historic period marked by revolutionary movements emerging from the French Revolution, the Napoleonic Era and the democratic revolutions in Germany. However, he maintained the conservatism observed, mainly, in his research practices, such that he did not like to expose his thoughts and results obtained that contradicted Mathematics, which, until then, was considered as absolute truth, as is the case of non- Euclidean. Subsequently, the main mathematical researches that Gauss developed related to calculations of planetary distances, the algebraic discussion of the Binomial Theorem with rational exponents, the Arithmetic-Geometric Mean, Theory of Numbers, Probability and Theory of Errors were reported. Also highlighted was his dedication to geodesic investigations related to the Hanover triangulation, which was very relevant for the development of mathematical science. And, a section was reserved to approach Abstract Mathematics with regard to the complexification of the concept of number, where the notion of imaginary and negative numbers and their understanding as a quantity relation was presented. In this sense, the concepts of complex and hypercomplex numbers were presented. The latter demarcates Gauss' studies on noncommutative algebra through his quaternionic calculations. Finally, it can be concluded that the History of Mathematics can be written under different theoretical perspectives generated from the different historical contexts (times and cultures), thus designating the History of Mathematics as unfinished. In this bias, it is conjectured that this work serves as an epistemological foundation for the development of a historiography in which it highlights the context of mathematical applicability in science, such as the algebraization of physical concepts. Furthermore, it is hoped to provide the reader with an opportunity to understand that political and philosophical ideologies can influence the formation of a researcher's profile, as well as the different conceptions of mathematical concepts can contribute to the development of other mathematics, such as non-Euclidean geometry and Non-commutative algebra. These different perspectives are fundamental for the constitution of Pure and Applied Mathematics as a theoretical body that provides the development of other areas of science, in addition to having significant implications for social experiences.

Keywords: History of Mathematics; Carl Friedrich Gauss; Mathematical Applicability; Conceptualization of Number; Complexification.

Introdução

Carl Friedrich Gauss foi um matemático e astrônomo alemão que ficou conhecido como cientista matemático, isto é, como matemático puro e aplicado, pois desenvolvia pesquisas analíticas na própria estrutura algébrica dos objetos matemáticos e, também, concentrava-se em algebrizar os conceitos físicos. Nesse sentido, pode-se organizar as pesquisas gaussianas em duas linhas: uma na área da Matemática; onde tratava tópicos referentes à Teoria dos Números, Geometria Diferencial e Estatística; e outra na área da Física, em que abordava temas inerentes à Astronomia, Mecânica, Topografia, Geodesia, Geomagnetismo, Eletromagnetismo e Óptica.

Isto posto, este trabalho tem o objetivo de relatar as principais contribuições matemáticas desenvolvidas por Gauss. Para isso, foi realizada uma descrição biográfica de Gauss baseada no dicionário de biografias científicas (2007) e na obra *A Source Book in Mathematics* (1929). Em complementaridade, foi feita uma revisão bibliográfica nos trabalhos de Giovanni e Bonjorno (2001), Hamilton (1844), Roque (2012), Souza e Garcia (2016). Metodologicamente, adotou-se a pesquisa bibliográfica. Assim sendo, Mascarenhas (2012) explica que a pesquisa bibliográfica é estudo teórico de obras referentes a uma temática que se pretende investigar. E, Cervo, Bervian e Silva (2007) salientam que a pesquisa bibliográfica compreende um recorte descritivo de um levantamento teórico.

À vista disso, buscou-se descrever, primeiramente, o contexto histórico que influenciou a formação das concepções filosóficas, políticas e religiosas de Gauss que, de certo modo, refletiram no seu padrão heurístico de pesquisador. Apesar do matemático ter vivenciado um período histórico marcado por manifestações revolucionárias, ele manteve o conservadorismo em suas práticas investigativas. Agia com respeito e cautela em julgar e criticar os conceitos e as relações matemáticas que eram consideradas como verdades absolutas na época, como é o caso da Geometria não-euclidiana.

Posteriormente, foram relatadas as principais pesquisas matemáticas que Gauss desenvolveu. A maioria de seus estudos estava relacionada a cálculos de distâncias planetárias, à discussão algébrica do Teorema Binomial com expoentes racionais, da Média Aritmético-Geométrica, Teoria dos Números, Probabilidade e Teoria dos Erros.

Passou boa parte de sua vida se dedicando às investigações geodésicas atinentes à triangulação de Hanôver, o que tiveram muita relevância para o desenvolvimento da ciência matemática.

Além do mais, ficou reservada uma seção para abordar a Matemática Abstrata no que diz respeito à complexificação do conceito de número. Nesse caso, foi apresentada a noção significativa da natureza de número e sua compreensão como uma relação de quantidade, evidenciando os números negativos e imaginários. Nesse viés, foram apresentados os conceitos de números complexos e hipercomplexos. Este último denota os estudos de Gauss sobre a Álgebra não-comutativa através de seus cálculos quaterniônicos. A seguir, tem-se uma descrição da contextualização histórica.

Contextualização Histórica

Este tópico será descrito o contexto histórico que influenciou as concepções filosóficas, políticas e religiosas de Gauss refletindo, assim, na sua performance de pesquisador. Contudo, vale enfatizar que esta seção e a seção seguinte foram feitas baseando-se na leitura e estudo do dicionário de biografias científicas datado de 2007. Doravante, na Figura 1, tem-se um retrato de Carl Friedrich Gauss, uma litografia que foi publicada na *Astronomische Nachrichten* em 1828.

Gauss nasceu em Braunschweing, na Alemanha, em 30 de abril de 1777. Precocemente, demonstrou habilidades cognitivas marcantes que logo ficaram conhecidas pelo duque de Braunschweing, garantindo, assim, a sua educação. Enquanto estudante em Göttingen, em 1795 a 1798, fez muitas descobertas importantes na Matemática. Desde 1807 até sua morte em 1855, ocupou o cargo de professor de Astronomia em Göttingen, o que lhe permitiu dedicar-se exclusivamente à pesquisa científica. Fez contribuições fundamentais, não apenas na Matemática Pura, mas também na Astronomia, Geodésia, Eletricidade e Magnetismo. É perceptível que nenhum outro matemático do século XIX tenha exercido uma influência tão relevante no desenvolvimento da ciência quanto Gauss. (SMITH, 1929).

Figura 1 – Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855).
Fonte: Mol (2013, p.126).

Gauss nasceu em uma família de trabalhadores urbanos e muitos esforçados que buscavam transitar da categoria de camponeses para a classe social média baixa. Gauss era filho de uma semianalfabeta e de um jardineiro, que também atuava como capataz, assistente comerciário, tesoureiro, dentre outras atividades. O astrônomo vivenciou muitas situações conturbadoras, de modo que a convulsão política e insegurança financeira advindas da Revolução Francesa, da Era Napoleônica e das revoluções democráticas na Alemanha repercutiram bastante em sua vida pessoal e profissional. Dessa maneira, Gauss não encontrou colaboradores matemáticos e, por isso, boa parte de sua vida pesquisou solitariamente. Quanto as suas concepções políticas e filosóficas, ele acreditava que Napoleão era a personificação das consequências catastróficas que a revolução poderia acarretar.

O astrônomo Gauss admirava o duque de Brunswick, pois lhe era grato a liberdade concedida, que representava a meritocracia de uma monarquia esclarecida. A morte do duque durante o comando dos exércitos prussianos contra Napoleão em 1806 proporcionou o fortalecimento das acepções conservadoras de Gauss, o qual presenciou diversos movimentos que lutavam pela democracia e unificação nacional da Alemanha, fazendo com que ele se mantivesse nacionalista e monarquista obstinado. Prova disso, o astrônomo publicava seus trabalhos em latim, não por vontade própria, mas por exigência dos editores. Sabia francês, porém, se negava a escrever suas obras nesse idioma, portanto, fingia desconhecê-la quando tinha contato com franceses desconhecidos.

Por outro lado, as concepções religiosas e filosóficas do astrônomo voltavam-se para seus inimigos políticos, pois demonstrava inflexibilidade quanto à prioridade do empirismo na Ciência. Assim, não defendia as ideias de Kant, Hegel e outros filósofos idealistas da época. Não era religioso a ponto de frequentar igrejas e não gostava de expor suas concepções religiosas. A sua seriedade moral e o seu desenvolvimento no conhecimento científico eram seus princípios declarados. Os anos mais desgastantes da vida de Gauss compreendem o intervalo de 1830–1831, em que o país era palco de manifestações revolucionárias, as quais o astrônomo reprovava radicalmente. Apesar desse cenário, Gauss continuava pesquisando sobre resíduos biquadráticos e desenvolvendo cálculos geodésicos, dentre outras temáticas. Em 1831, poucos dias após a morte de sua esposa, seu colega de pesquisa Weber chegou na cidade.

A parceria com Weber foi, repentinamente, atrapalhada em 1837, pondo fim na pesquisa experimental de Gauss. Nesse sentido, houve um evento comemorativo do centenário da universidade local, em que Gauss apresentou para Humboldt os seus projetos de magnetômetro bifilar. Nessa solenidade, foi especulado que o Rei de Hanôver, Ernesto Augusto I, revogaria a Constituição de 1833, exigindo que todos servidores públicos fizesse um juramento de fidelidade pessoal. De fato, isso aconteceu e alguns docentes de Göttingen, como Weber e Von Ewald (genro de Gauss), encaminharam um documento ao gabinete, confirmando compromisso com esse juramento constitucional. Com isso, sete professores foram exonerados, sendo três deles mandados para exílio e os demais (como Weber e Ewald) foram permitidos a continuar na cidade.

Após esse ato demissional, Ewald mudou-se para Tübingen e Weber foi mantido por colegas durante certo tempo, porém, depois conseguiu um emprego em Leipzig. Dessa forma, a parceria entre Gauss e Weber se desfez, levando o astrônomo a abandonar algumas de suas pesquisas, principalmente, na área da Física. Em 1848, Weber recuperou seu emprego em Göttingen, contudo, não conseguiu firmar novamente a parceria com Gauss, assim sendo, seguiu sua carreira de pesquisador sozinho. Vale saber que na revolução de 1848, a derrota dos monarquistas permitiu a volta de Weber e Ewald, levando Gauss a simpatizar com os monarquistas. Ademais, o astrônomo não se sentia seguro no estado democrático, assim, almejava resguardo na aristocracia governante.

Isto posto, o objetivo de adquirir estabilidade financeira foi complementado por uma outra aspiração de Gauss: a realização de grandes descobertas que o atribuiriam uma fama eterna na ciência. Apesar de Gauss ter conseguido esse reconhecimento, acredita-se que se o astrônomo tivesse se comunicado e se engajado mais com outros pesquisadores da época, possivelmente, teria avançado muito mais no que se refere ao desenvolvimento da Matemática. Destarte, o conservadorismo de Gauss evidenciava seu pensamento que defendia, diante do século XVIII, a contemplação de monarcas esclarecidos, tal que os aristocratas científicos eram mantidos nas academias, sendo dispensados da prática docente. Gauss pretendia descobrir novas verdades que não contestassem as concepções já estabelecidas. O nacionalismo gaussiano impulsionou o astrônomo para a investigação sobre a geodesia e para outras pesquisas que ele avaliava como uteis para o estado.

As pesquisas matemáticas gaussianas

Neste tópico, serão relatados estudos e pesquisas matemáticas mais relevantes que Gauss desenvolveu durante o contexto histórico descrito anteriormente. Assim sendo, antes de completar 25 anos, Gauss já era matemático e astrônomo. Aos 30 anos, assumiu o cargo de diretor do Observatório de Göttingen, onde trabalhou durante 47 anos. Ausentava-se da cidade apenas por motivos de eventos acadêmicos. Sua afinidade pelos números e cálculos lhe permitiu desenvolver-se na Teoria dos Números, Álgebra, Análise, Geometria, Probabilidade e Teoria dos Erros. Concomitantemente, realizou diversas pesquisas empíricas e teóricas na área da Ciência, em que se destacam trabalhos sobre: Astronomia Observacional, Mecânica Celeste, Topografia, Geodesia, Capilaridade, Geomagnetismo, Eletromagnetismo, Mecânica, Óptica, Ciência Atuarial e construção de instrumentos científicos.

O matemático desenvolveu sozinho a habilidade de calcular antes da fala e aprendeu a ler também sozinho. Com três anos de idade, chegou a conferir um erro de cálculo no salário de seu pai. Espontaneamente, Gauss realizava atividades de experimentação aritmética. Dessa forma, com oito anos, em uma aula de Matemática, surpreendeu o seu professor ao resolver o seguinte problema: calcular a soma dos primeiros cem números inteiros. Essa atividade havia sido proposta pelo docente com o intuito de manter a turma ocupada, porém, Gauss a resolveu imediatamente. Contudo, o pai de Gauss não pensou em explorar as habilidades matemáticas de seu filho no comércio, enquanto, o seu professor tomou a iniciativa de lhe dar livros que o auxiliasse a desenvolver-se intelectualmente.

Em 1792, Gauss ingressou no *Collegium Carolinum* de Braunschweing. Nessa época, ele já demonstrava uma formação científica muito sólida e robusta comparada aos demais alunos de sua idade. Pois, já dominava conteúdos pertinentes à Geometria Elementar, Álgebra e Análise. E possuía um amplo repertório de conhecimento aritmético e uma facilidade em refletir teoricamente sobre os números. Desde muito cedo, Gauss apresentou um perfil heurístico de pesquisa empírica, que o designava a formulação de conjecturas e hipóteses em busca de novas descobertas, através de experimentos e observações. De modo autônomo e independente, descobriu a lei das distâncias planetárias, o Teorema Binomial com expoentes racionais e a Média Aritmético-Geométrica.

Em 1795, Gauss encontrou sozinho a lei da reciprocidade quadrática (proposta por Lagrange em 1785), relacionou a Média Aritmético-Geométrica com a extensão das séries infinitas, conjecturou o Teorema dos Números Primos (provado por Hadamard em 1896) e chegou a alguns resultados válidos somente na Geometria não-euclidiana. Gauss estudou as obras "*Os Principia*" de Newton e "*Ars Conjectandi*" de Jakob Bernoulli. Sua admiração era voltada para Arquimedes e Newton. O astrônomo seguia o rigor matemático grego, de maneira que em seus trabalhos ficavam evidentes a elaboração de uma definição, hipótese e demonstração completa da relação matemática pesquisada. Ele tinha como exemplo o raciocínio numérico e algébrico de Euler. Como não costumava escrever sob a forma geométrica tradicional, ele representava os resultados euclidianos por meio da Análise. Além disso, na Matemática Pura, inspirou Dirichlet, Riemann, dentre outros.

Uma das contribuições mais relevantes de Gauss foi seu estudo sobre o Teorema Fundamental da Álgebra. Ele escreveu quatro demonstrações sobre esse teorema, dentre essas, a primeira lhe concedeu o título de doutor pela Universidade de Helmstedt em 1799. Sua pesquisa doutoral foi orientada por Pfaff. Em 1801, escreveu a obra *Disquisitiones Arithmeticae* que abordava sobre a Aritmética. Nesse trabalho, Gauss inseriu a noção de congruência entre os números inteiros referentes a um módulo denotado por $a \equiv b (\bmod c)$ quando $c \mid (a-b)$; o que se tornou o primeiro exemplo algébrico do conceito de relação de equivalência; demonstrou a lei de reciprocidade

DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2844

quadrática, elaborou a teoria da composição de representações quadráticas e analisou a equação ciclotômica.

Após entrar em Göttingen, o matemático Gauss desenvolveu e aprofundou seu conhecimento sobre a Geometria não-euclidiana. Havia testado quais seriam os possíveis resultados de negar o postulado das paralelas, pois, o incomodava as suspeitas da falta de veracidade das demonstrações desse postulado. Após a superação de muitas resistências, ficou compreendido e aceito a possibilidade da existência de uma geometria diferente da euclidiana. Gauss havia descoberto diversos resultados não-euclidianos, porém, nunca quis expor essas suas descobertas, retido pelo seu conservadorismo, por isso, sempre tratava esse assunto com sigilo e cautela com demais matemáticos da época.

Em 1817, Gauss estava disposto em ir para geodesia, onde pretendia concentrar suas pesquisas durante os próximos oito anos. Dessa maneira, em parceria com Schumacher, o astrônomo avaliou a possibilidade de expandir à Hanôver o levantamento topográfico feito na Dinamarca, referente a sua triangulação, a qual só foi oficialmente aprovada em 1820, contudo, desde 1818, que Gauss realizava no verão levantamentos no campo, em seguida, fazia uma sistematização dos dados no inverno. A triangulação de Hanôver foi concluída em 1847. Um dos principais subprodutos gerados a partir desse trabalho de campo foi a concepção e construção do heliotrópio, que é um instrumento utilizado para refletir os raios solares em uma direção medida e definida. O heliotrópio ofereceu maior precisão, pois usava os espelhos juntamente com um telescópio.

As questões de levantamento topográfico instigaram Gauss a desenvolver estudos sobre os mínimos quadrados perfeitos e temáticas relacionadas à estatística matemática. Nesse sentido, em 1828, o matemático escreveu o livro *Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas,* a qual discutia assuntos mais genéricos sobre as superfícies curvas. Essa obra foi concebida durante as reflexões geodésicas realizadas durante aproximadamente três décadas e que proporcionou por mais de um século o desenvolvimento de estudos e pesquisas na Geometria Diferencial. Além disso, esse estudo trouxe algumas implicações para a área da capilaridade, quanto ao cálculo das variações, pois apresentava soluções para um problema variacional que abrangia integrais duplas, condições de contorno e limites variáveis. Ademais, em 1840, Gauss escreveu sobre o eletromagnetismo terrestre, em que expunha questões inerentes à

DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2844

instrumentação, às descrições observacionais de unidades horizontais e verticais da força magnética e ao esforço de explicar essas observações através da matematização.

Gauss e a complexificação do conceito de número

É bastante perceptível o impacto que as pesquisas gaussianas tiveram na área da Matemática Pura e Aplicada. O rigor matemático e a seriedade dos trabalhos de Gauss consituíram como base para a consolidação da Teoria dos Números, Geometria Diferencial e Estatística. Diante disso, o matemático Gauss contribuiu para o desenvolvimento de duas concepções matemáticas bastante revolucionárias do século XIX: a Geometria não-euclidiana e a Álgebra não-comutativa. Devido ao seu conservadorismo, como já foi descrito, Gauss omitiu e ignorou suas pesquisas relativas à Geometria não-euclidiana. Por outro lado, a Álgebra não-comutativa pode ser observada em seus estudos através de cálculos de números quaterniônicos registrados em um caderno de anotações datadas de 1819.

À vista disso, este tópico reservou-se em discutir a complexificação do conceito de número sob a óptica de Gauss. Desse modo, a partir de seus trabalhos sobre o Teorema Fundamental da Álgebra, o qual foi editado em 1799, Gauss foi o primeiro matemático a defender as representações e quantidades imaginárias. Em 1831, quando o astrônomo publicou sobre a teoria dos resíduos biquadráticos, ele já se referia as essas noções como sendo uma metafísica de grandezas imaginárias. Na concepção de Gauss, os números negativos e complexos deveriam ser estudados na Aritmética e Álgebra, de modo que fosse possível realizar operações fechadas e consistentes com eles.

Isso foi muito discutido na Alemanha durante a constituição da Matemática Pura. Os números negativos e complexos também foram estudados na França durante os séculos XVIII e XIX, neste caso, apenas os números absolutos eram admitidos como objetos matemáticos. Essa ideia foi um resultado das pesquisas de Cauchy, quem assumia um conceito de número fundamentado na distinção entre essa noção de número e a de quantidade. Segundo Ampère, os números negativos não são, de fato, números (com significados próprios) e sim quantidades, portanto, ele explicava que quando se associa um sinal a um número absoluto, ele deve ser visto como uma quantidade, tal que as duas quantidades são iguais quando possuem valores numéricos e sinais iguais. Por outro lado, quando possuem mesmo valor numérico e sinais diferentes, devem ser considerados como quantidades opostas. (ROQUE, 2012).

No início do século XIX na Alemanha, a algebrização era uma tendência dominante na História da Matemática, pois, nessa época, alguns matemáticos defendiam que o conceito de número podia ser categorizado em dois aspectos: um associado à natureza de número e outro relacionado à noção de quantidade. Ademais, Gauss, em suas pesquisas em 1800, defendia um conceito mais independente de número. Destarte, a concepção gaussiana de números negativos e complexos foi fundamentada nos trabalhos do professor Förstemann, o qual baseava-se nas ideias propostas de Kant de 1763. Gauss acreditava que os números negativos só podiam ser entendidos quando se considerava que as coisas contadas podem ser opostas. Segundo o astrônomo, os números não devem ser compreendidos somente pela sua natureza, mas sim pelo fato de estarem relacionados a outros objetos. (ROQUE, 2012).

Para Gauss, os números complexos devem ser considerados como uma relação entre objetos. Dessa maneira, ele explicitou as semelhanças entre as simbologias relativas e comparativas $+1$ a -1 e $+i$ a $-i$. Vale saber que símbolo i foi introduzido por Gauss. Foi inspirado na concepção da média proporcional elaborada por Argand; em que se deve considerar as quantidades imaginárias como objetos existentes na Aritmética; que designou, assim, um entendimento de que $+i$ e $-i$ podem ser compreendidos como médias proporcionais entre $+1$ e -1. (ROQUE, 2012). Essas relações podem ser intuitivas quando se recorre a representações no plano cartesiano para os números inteiros (números opostos) e no plano de Argand-Gauss para a localização geométrica dos números complexos, pois, pode-se observar que os números complexos atuam como uma extensão dos números reais, sendo composto por uma parte real e outra imaginária. O estabelecimento do eixo real e do eixo imaginário ocorre de modo arbitrário, ou seja, não possuem uma natureza existencial definida dentro de uma perspectiva ontológica e, por isso, esses tipos de números devem ser considerados como uma relação.

Além do mais, o conjunto dos números complexos $\mathbb{C}$ abrange como elementos os pares ordenados (a, b) de números reais escritos na seguinte forma algébrica: $z = a + bi$, onde a é a parte real e b é a parte imaginária denotados, respectivamente, por $\text{Re}(z) := a$ e $\text{Im}(z) := b$. E, i é a unidade imaginária, tal que satisfaz à igualdade $\sqrt{-1} = i$. (SOUZA & GARCIA, 2016). Dessa forma, essa estrutura algébrica complexa admite as definições de igualdade e operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) entre números complexos. Esses números podem ser classificados em duas tipologias: complexo imaginário puro quando $\mathrm{Re}(z)=0$ e $\mathrm{Im}(z)\neq 0$ ou complexo real quando $\mathrm{Re}(z)\in \mathbb{R}$ e $\mathrm{Im}(z)=0$. Nas operações, as partes reais são operadas entre si, semelhantemente ao que acontece com as partes imaginárias. Isto é, são aplicadas as regras da Álgebra para o conjunto numérico Real. (GIOVANNI & BONJORNO, 2001).

Todavia, vale ressaltar que Gauss chegou a estudar, antes de Hamilton, numa perspectiva teórica da Álgebra não-comutativa, destacada pela exploração dos Quaternions, os quais foram concebidos pelo Astrônomo Hamilton em 1844. Nesse contexto, os Quaternions representavam uma extensão do número complexo em quatro dimensões sendo, por isso, conhecidos como hipercomplexos. Hamilton assumia que os conceitos de números negativo e imaginário estavam intrinsecamente relacionados com a ciência de ordem (no tempo e no espaço) e não de magnitude (quantidade). Um Quaternion apresenta a seguinte forma algébrica $q= q_0.1+q_1.i+q_2.j+q_3.k$ (i, j, k são as componentes imaginárias), a qual pode ser também organizada em duas partes: real ($\mathrm{Re}(q)=q_0$) e imaginária ($\mathrm{Im}(q)=q_1 i+q_2 j+q_3 k$), porém, essa estrutura algébrica fechada não satisfaz à propriedade da comutatividade na operação de multiplicação, oportunizando, assim, a concepção de uma outra Álgebra: Quaterniônica. (SMITH, 1929).

Considerações finais

Pode-se concluir que a História da Matemática pode ser escrita sob diferentes perspectivas teóricas. O que justifica a existência de diferentes histórias matemáticas geradas a partir dos diversos contextos históricos (épocas e culturas) designando, assim, a História da Matemática como inacabada. Nesse viés, vislumbra-se que este trabalho sirva como fundamentação epistemológica para o desenvolvimento de uma historiografia em que evidencia o contexto de aplicabilidade matemática, como é o caso da algebrização de conceitos físicos.

Por fim, espera-se levar o leitor a entender que a ideologias políticas e filosóficas podem influenciar na formação do perfil heurístico de um pesquisador, assim como as diferentes concepções de conceitos matemáticos podem gerar outras matemáticas, como o caso da Geometria não-euclidiana e Álgebra não-comutativa. Essas diferentes abordagens são fundamentais para a constituição da Matemática Pura e Aplicada como um corpo teórico. Ademais, pode-se compreender que o desenvolvimento da Matemática em si proporciona o desenvolvimento de outras áreas da ciência, que tem implicações significativas nas vivências sociais.

Referências

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A.; SILVA, R. **Metodologia Cientifica.**6ª ed. São Paulo: Pearson. 2007.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. **Matemática: uma nova abordagem.** Vol. 3. São Paulo: FTD, 2001, 415p.

HAMILTON, W. R. On the Connexion of Quaternions with Continued Fractions and Quadratic Equations. **Proceedings of the Royal Irish Academy** (1836-1869), v. 5, p. 219-222, (1850 – 1853).

MASCARENHAS, S. A. **Metodologia Cientifica**. São Paulo: Pearson, 2012. p. 128.

MOL, R. S. **Introdução à História da Matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013, 140p.

PEREIRA, C. A.; et al. **Dicionário de Biografias Científicas. Volume II**. Org.: GILLISPIE, C. C.. Tradução: PEREIRA, C. A.; et al. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

ROQUE, T. **História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012, 509p.

SMITH, D. E. **A Source Book in Mathematics.** New York: Dover Publications, Inc., 1929.

SOUZA, J.; GARCIA, J. **#Contato Matemática: 3º ano**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2016, 320p.