

**TEOREMA DE PTOLOMEU: HISTÓRIA, DEMONSTRAÇÃO E VALIDAÇÃO
VIA GEOGEBRA****PTOLOMEU THEOREM: HISTORY, DEMONSTRATION AND VALIDATION
VIA GEOGEBRA**

*Giancarlo Secci de Souza Pereira*¹

Secretaria de Estado de Educação do Pará

*João Nazareno Pantoja Corrêa*²

Secretaria de Estado de Educação do Pará

*Cristiane Ruiz Gomes*³

Universidade Federal do Pará

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma validação do teorema de Ptolomeu, com a utilização do programa de geometria dinâmica Geogebra. Para se chegar aos resultados, utilizou-se como metodologia científica a pesquisa bibliográfica. Esta resultou num breve relato sobre as contribuições de Ptolomeu para as ciências, em especial à Matemática, através da apresentação (demonstração) deste teorema, com a utilização do Geogebra, em uma releitura dessa demonstração, gerando um passo a passo para elaboração e aplicação desta proposta em sala de aula. Foi utilizada uma base teórica, para isso, aliada a tecnologia digital, que fundamenta e potencializa a utilização da História da Matemática. Estas ferramentas são didáticas-metodológicas, elas contribuem para a motivação e a busca de melhores resultados no ensino e aprendizagem da Matemática. Esta comunicação científica está dividida em seis seções. Na *Introdução*, primeira seção, são tratadas as primeiras ideias associadas a utilização da Tecnologia Digital e da História da Matemática. Esta abordagem está voltada no ensino e aprendizagem desta última. Nas duas seções seguintes, justifica-se a utilização da História da Matemática, da Tecnologia Digital e do Geogebra, no desenvolvimento deste trabalho. A seção, *Ptolomeu de Alexandria e seu teorema*, discorre sobre um breve relato de Ptolomeu e suas principais contribuições no campo da matemática (a apresentação do teorema de Ptolomeu). Nesta seção também é feita uma demonstração desse teorema, por meio da semelhança de triângulos. A seção *Validação do teorema de Ptolomeu*, quarta seção, traz um roteiro de como utilizar o Geogebra na validação do teorema citado anteriormente. O fechamento desta comunicação científica ocorre com as *Considerações Finais* desses autores.

Palavras-chave: Matemática; História da Matemática; Teorema de Ptolomeu; Geogebra.

¹ gufpa@hotmail.com

² joaonpcorrea@hotmail.com

³ crisruiz@gmail.com

**Abstract**

The present work aims to present a validation of Ptolemy's theorem, using the Geogebra dynamic geometry program. To reach the results, bibliographic research was used as the scientific methodology. This resulted in a brief report on Ptolemy's contributions to the sciences, especially Mathematics, through the presentation (demonstration) of this theorem, using Geogebra, in a re-reading of this demonstration, generating a step by step for the elaboration and application of this classroom proposal. A theoretical basis was used for this, combined with digital technology, which underlies and enhances the use of the History of Mathematics. These tools are didactic-methodological, they contribute to motivation and the search for better results in teaching and learning mathematics. This scientific communication is divided into six sections. In the Introduction, first section, the first ideas associated with the use of Digital Technology and the History of Mathematics are discussed. This approach is focused on teaching and learning the latter. In the following two sections, the use of the History of Mathematics, Digital Technology and Geogebra is justified in the development of this work. The section, Ptolemy of Alexandria and his theorem, discusses a brief account of Ptolemy and his main contributions in the field of mathematics (the presentation of Ptolemy's theorem). This section also demonstrates this theorem, through the similarity of triangles. The section Validation of Ptolemy's theorem, fourth section, provides a roadmap on how to use Geogebra in the validation of the previously mentioned theorem. The closure of this scientific communication occurs with the Final Considerations of these authors.

Keywords: Mathematics; Mathematics History; Ptolemy's theorem; Geogebra.

Introdução

A frustração de muitos alunos brasileiros com o processo de aprendizagem da Matemática tem sido evidenciada nos resultados de avaliações nacionais e internacionais.

De acordo com o *Relatório Saeb de 2017*, a média nacional de proficiência em matemática, para alunos da 3ª série do Ensino Médio, foi de 269,74. Numa escala de dez níveis de proficiência, distribuídos em insuficiente (referência de 1 a 3), básico (referência de 4 a 6) e adequado (referência de sete a dez), 71,67% dos alunos têm nível insuficiente de aprendizagem em matemática. (INEP, 2019).

Considerando-se as três últimas décadas, o cenário educacional brasileiro pouco mudou. Essa realidade é mostrada no *Relatório Brasil no PISA* (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), de 2018, divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Este concluiu que o Brasil tem estado estagnado quando o assunto é aprendizagem matemática. Segundo dados INEP (2019a) 68,1% dos estudantes brasileiros, que participaram do PISA de 2018, se encontram no Nível 1 ou abaixo dele. Na tentativa de mudar essa realidade, esta comunicação científica propõe aliar a *Tecnologia Digital a História da Matemática*, pois para Chaquiam (2015,



p. 13) “a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática [...]”. Em acordo, Brugnera e Dynnikov (2018, p.2) acreditam que:

A utilização das TDIC's integrada à História da Matemática, como recurso pedagógico, possibilita ao professor apresentar aos alunos o percurso histórico da formação de um conceito matemático e refletir sobre o seu desenvolvimento nos dias atuais.

Pereira e Gomes (2019) levam ao décimo terceiro Seminário Nacional de História da Matemática o *Teorema de Carnot*, nesta mesma linha, bem como a demonstração deste e uma validação com geometria dinâmica. Este trabalho apresenta uma proposta metodológica, nesse sentido, para aplicação na sala de aula de matemática que alia a História da Matemática (a partir de uma demonstração do teorema de Ptolomeu) ao uso do Geogebra (como ferramenta tecnológica digital). Este último na validação deste teorema. As próximas duas seções são destinadas a fundamentação teórica, esta vem justificar a utilização desse método no processo de ensino e aprendizagem da ciência citada.

A História da Matemática em sala de aula

Brandemberg (2019) destaca alguns pontos fundamentais na aplicação da História da Matemática, em sala de aula, em sua introdução, como: a *funcionalidade* e a *aplicabilidade* de métodos históricos na resolução de problemas. No ensino da matemática, como forte componente pedagógico, o autor enfatiza a *História da Matemática*, ressaltando a multiplicidade de métodos de resolução de problemas. Estes, por sua vez, provenientes da busca de novos métodos ou do aperfeiçoamento das formas de resolução existentes. O autor mostra a preocupação com a estruturação e aplicação das atividades, com base na definição de seus objetivos. O ensino de matemática, através da História da Matemática, permite que o aluno tenha:

Uma oportunidade enriquecedora de se inserir, o máximo possível, no contexto matemático, no texto matemático escrito por ele, na comunidade em que este viveu, trabalhou e produziu tal matemática, em busca de estabelecer uma multiplicidade explicativa, para as noções matemáticas que precisar aprender. (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 12).

Pereira e Guedes (2016) ressaltam que a História da Matemática é evidenciada a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 2007, e, este

documento apresenta essa tendência “como uma das formas de fazer matemática, em sala de aula, acarretando assim, sua inserção como parte da formação dos alunos da Educação Básica” (PEREIRA; GUEDES, 2016, p. 2). Os autores citados destacam que a *História da Matemática*, enquanto metodologia de ensino, também permite o desenvolvimento de determinados assuntos. Estes, por sua vez, a partir de sua origem, possibilitando ao aluno um melhor entendimento sobre a questão citada. Esse conhecimento discente ocorrerá através de análises e observações, acerca das transformações ocorridas ao longo do tempo, agregando esses conteúdos históricos a prática escolar. Chaquiam (2015) aponta que a *História da Matemática* possibilita ao aluno compreender os motivos pelos quais se deve estudar determinados conteúdos, tornando as aulas mais dinâmicas e permitindo ao professor a construção de uma visão crítica sobre o assunto em questão.

A Tecnologia Digital e o Geogebra no Ensino de Matemática

O grande avanço tecnológico ocorrido nas últimas décadas, possibilitou a inserção das tecnologias digitais nas escolas. Tal inserção foi fortalecida no Brasil pelos documentos oficiais. Estes formam a base legal da Educação no país. Entre esses documentos, pode-se destacar o mais recente: *a Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). A BNCC é um documento normativo, que busca garantir o conjunto de aprendizagens entendidas como essenciais para o desenvolvimento integral dos estudantes, sendo um documento completo e contemporâneo. Ele corresponde às demandas do estudante desta época. 40% das Competências Gerais (CG) da BNCC, dessa maneira, trazem referências diretas ou indiretas a tecnologia digital. (PEREIRA, 2019).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM), das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, destacam que:

Há programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”. Ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. (BRASIL, 2006, p. 88 apud PEREIRA, 2019, p. 18).

Esta comunicação científica traz o *Geogebra* como um desses programas que provocam os alunos e permite que estes possam construir conceitos matemáticos. Estes conceitos são construídos de forma simples, interativa e dinâmica.

O Geogebra é um software livre, multiplataforma que permite estabelecer valorosa conexão entre álgebra e geometria, ele possibilita clareza em tópicos da matemática que necessitam do auxílio visual para a interpretação de problemas. (PEREIRA; GOMES, 2019, p. 5).

Para Silva (2014), além de tornar as aulas de matemática mais interativas, dinâmicas e participativas, a escolha do *Geogebra* é justificada neste trabalho pelo fato do teorema de Ptolomeu ser um dos tópicos da matemática que mais necessita de uma representação visual, na busca por uma melhor compreensão. É perceptível, a partir desta análise, que tanto a *História da Matemática* quanto a *Tecnologia digital* se apresentam como ferramentas potenciais ao ensino da Matemática.

Ptolomeu de Alexandria e seu teorema

Acredita-se que Claudio Ptolomeu, geógrafo, astrônomo e matemático, nasceu em Ptololemaida, no Egito, entre os séculos I e II depois de Cristo e morou boa parte de sua vida em Alexandria. (CORCETTI; VERASZTO, 2017).



Figura 1 – Ptolomeu de Alexandria

Apesar dos registros históricos não apresentarem de forma precisa a data e o local de nascimento de Ptolomeu, esses mesmos registros atribuem a ele um dos maiores escritos de sua época. Elegante e com grande capacidade científica, o tratado de Ptolomeu, composto por treze livros, teve como base os escritos de Hiparco de Nicéia. Ele é considerado a maior referência em astronomia de seu tempo. Por se destacar das outras obras de sua época, cujo título original é *Mathematike Syntaxis*, o tratado ganhou o status de *magiste* (o maior). Posteriormente, por influência dos árabes, recebeu o prefixo *al* resultando em sua nomenclatura mais popular: *Almagesto* (EVES, 2011).

Segundo Silva (2013, p. 24), “o trabalho de Ptolomeu não foi inédito, mas sua organização intelectual e seus argumentos matematicamente construídos tornaram sua obra original e fariam dela uma valiosa parte da história das ciências”. A autora acrescenta que Ptolomeu prestou contribuição a diferentes áreas das ciências, como: ótica, refração, reflexão da luz, geografia e cartografia. Dentre os vários resultados de Ptolomeu, tem-se o teorema que recebe seu nome. O teorema de Ptolomeu está presente no Livro I de seu tratado.

O Livro I contém, em meio a algum material astronômico preliminar, a tábua de cordas mencionada acima, acompanhada de uma explanação sucinta da maneira como ela foi obtida a partir da fértil proposição geométrica conhecida como teorema de Ptolomeu: *Num quadrilátero cíclico, o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos dois pares de lados opostos.* (EVES, 2011, p. 204).

Apresenta-se um fragmento retirado do Livro *Claudius Ptolemaeus, Almagestum*, na figura 2, uma tradução de *Almagesto* para o latim, datado de 1515. Nela, pode-se observar um quadrilátero cíclico, suas diagonais e um segmento suporte. Este seguimento é utilizado para a demonstração do teorema, por meio da semelhança de triângulos.

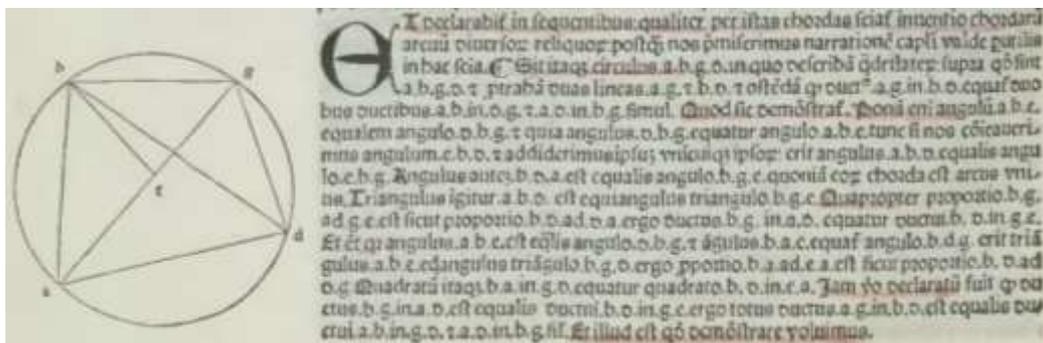


Figura 2 – Fragmento do Livro Claudius Ptolemaeus, Almagestum, 1515.

Para a demonstração do teorema de Ptolomeu e sua verificação dinâmica proposta neste trabalho, em geometria euclidiana plana, espera-se que os alunos tenham alguns conhecimentos prévios. Entre esses conhecimentos: ângulos inscritos, quadriláteros cíclicos, semelhança de triângulos e circunferências. É necessário, também, que os alunos estejam familiarizados com a área de trabalho do Geogebra.

Teorema (Ptolomeu): *Num quadrilátero cíclico, o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos dois pares de lados opostos.*

Demonstração

$\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AD} \cdot \overline{BC}$. Seja ABCD um quadrilátero cíclico [inscritível], na circunferência ρ , apresenta lados e diagonais. Os lados e diagonais são, respectivamente, AB, BC, CD, AD, BD e AD. Pretende-se mostrar que:

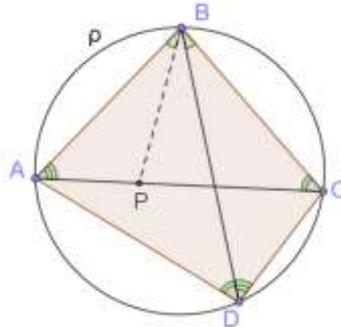


Figura 3 – Representação geométrica da demonstração de Ptolomeu.

Por construção, traça-se BP, com P em AC, tal que $\widehat{ABP} \equiv \widehat{DBC}$ e $\overline{AP} + \overline{PC} = \overline{AC}$. Como $\widehat{BAC} \equiv \widehat{BDC}$ (ângulos inscritos em ρ de mesmo arco \widehat{BC}) e $\widehat{ABD} \equiv \widehat{PBC}$, tem-se, pelo caso de semelhança AA, que $\triangle ABD \sim \triangle PBC$, assim:

$$\frac{\overline{PC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{PC} \cdot \overline{BD} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}. \quad (1)$$

De modo análogo, tem-se que $\triangle ABP \sim \triangle DBC$, implicando em:

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \overline{AP} \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD}. \quad (2)$$

Somando (1) e (2) segue-se que:

$$\begin{aligned} \overline{PC} \cdot \overline{BD} + \overline{AP} \cdot \overline{BD} &= \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} \Leftrightarrow (\overline{AP} + \overline{PC}) \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} \Leftrightarrow \\ &\overline{AC} \cdot \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AD} \cdot \overline{BC}. \end{aligned}$$

Validação do teorema de Ptolomeu

Esta seção é dedicada a uma validação do teorema de Ptolomeu, a partir de uma visão dinâmica, com a utilização do Geogebra.

Este procedimento consiste na construção dos elementos necessários para a demonstração do teorema e está estruturada em sete etapas descritas de (a) a (g). Cada etapa descreve, de forma objetiva, os procedimentos necessários para a construção da aplicação. Ao final destas etapas, esta aplicação poderá ser manipulada de maneira animada e lúdica. A seguir, é perceptível a observação das três primeiras etapas (a, b e c) da construção da validação do teorema de Ptolomeu.

- a) Na tela inicial do Geogebra, na barra de botões, seleciona-se a ferramenta *Círculo*, dados *Centro e um de seus Pontos*  e constrói-se a circunferência ρ . Esta etapa é realizada com apenas dois cliques, um para determinar o centro de ρ e outro para determinar a circunferência.
- b) Nesta etapa, seleciona-se a ferramenta *Polígono*  e constrói-se um quadrilátero ABCD qualquer. Os vértices deste quadrilátero intersectam o contorno de ρ . Para isso, basta clicar em quatro pontos distintos de ρ e finalizar clicando no ponto inicial, para fechar o polígono [ver Figura 3]. Para que os vértices do quadrilátero desenhado sejam A, B, C e D é necessário que, os dois pontos já pertencentes a ρ , sejam renomeados (para O e O', por exemplo). Isso, pois, por padrão eles serão A e B.
- c) Para a construção das diagonais \overline{BD} e \overline{AD} , seleciona-se a ferramenta *Segmento*  e clica-se nos pares de pontos A e C e posteriormente em B e D [ver Figura 3].

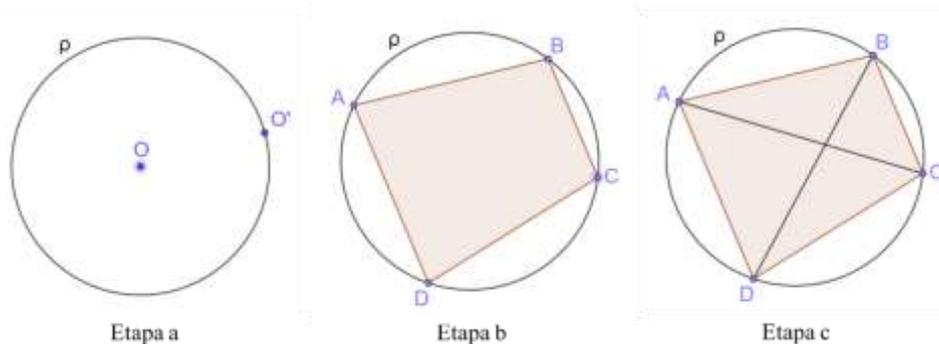


Figura 4 - Etapas (a), (b) e (c) da construção da validação no GeoGebra.

A maneira como o teorema será verificado no Geogebra dependerá do objetivo traçado no plano de aplicação da proposta. É importante ressaltar essa afirmação. Neste trabalho utiliza-se apenas os recursos internos do Geogebra, sem a necessidade da construção geométrica, resultante do desenvolvimento da demonstração analítica. Com a representação geométrica finalizada [Figura 4], procede-se da seguinte forma:

- d) Cria-se a variável **dig**, para armazenar o resultado do produto das medidas das diagonais de ABCD. Clica-se no campo *Entrada*, na parte inferior esquerda da tela de trabalho, do Geogebra, para isso, e digita-se o comando: **dig = f * g**. Na *Janela de Álgebra* pode-se identificar que $f = \text{segmento}(A, C)$ e $g = \text{segmento}(B, D)$.
- e) Cria-se a variável **lados**, para armazenar o resultado da soma dos produtos, das medidas dos lados opostos de ABCD. Para isso, clica-se no campo *Entrada* e digita-se o comando: **lados = a * c + b * d**. Na *Janela de Álgebra* é possível identificar que: $a = \text{segmento}(A, B)$, $b = \text{segmento}(B, C)$, $c = \text{segmento}(C, D)$ e $d = \text{segmento}(A, C)$.

- f) Elaborar-se a parte visual, após a criação das variáveis em (d) e (e), para que o aluno ou usuário da plataforma Geogebra [em caso de upload da aplicação] possa entender os resultados apresentados. Para isso, clique-se no botão *Controle Deslizante*  e selecione-se a ferramenta . Após um clique numa área em branco da tela de trabalho, do Geogebra, abrirá uma janela de opções. Nesta janela, digite o comando: **Produto \ das \ diagonais:\ AC*BD =**. Clique na opção *Avançado*, antes de finalizar, seguido do botão . Abrirá uma aba com vários rótulos, basta selecionar o rótulo **dig**, marcar a opção  e clicar no botão .
- g) Para finalizar, repita a etapa (f), mas digitando o comando: **Soma \ dos \ produtos \ dos \ lados \ opostos:\ AB*CD+BC*AD =**. Em seguida selecione o rótulo **lados**.

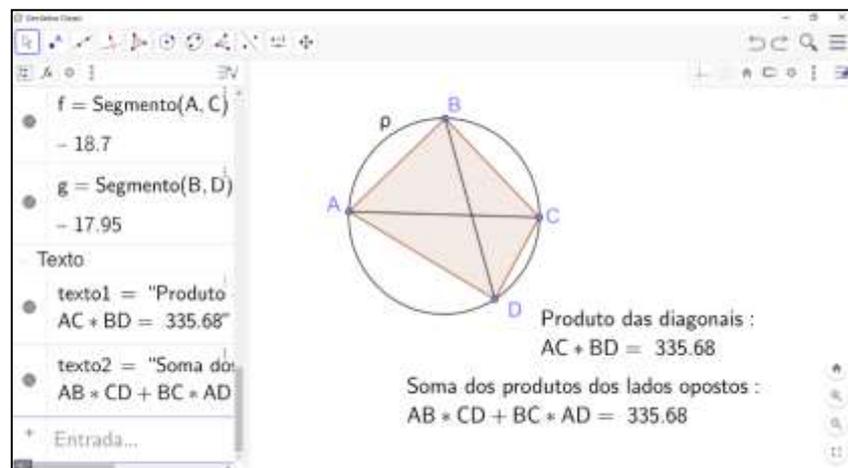


Figura 5 – Validação finalizada após (d), (e), (f) e (g).

A figura cinco mostra finalizada a validação do teorema de Ptolomeu, pois, como queríamos verificar, os valores registrados para o produto das diagonais e para a soma dos produtos dos lados opostos do quadrilátero ABCD coincidem [335,68 para ambos]. Esta aplicação pode ser compartilhada na internet, bastando apenas uma conta na plataforma Geogebra. O professor pode personalizar essa validação, além disso, de acordo com os objetivos traçados no seu plano de aplicação. Este, por sua vez, elaborado antes da realização da proposta.

Outra vantagem da utilização deste recurso tecnológico digital é a possibilidade de animação e manipulação da representação desenvolvida. O aluno pode, por exemplo, deformar o quadrilátero. O discente também pode verificar que a relação do teorema de Ptolomeu permanece inalterada, além de poder construir outro quadrilátero não inscritível, verificando que as relações apontadas no teorema não são válidas. As



possibilidades de utilização desta ferramenta são muitas e será limitada pela imaginação usuário.

Considerações Finais

Os estudos preliminares, para elaboração desta comunicação científica, evidenciaram o quanto é preciso melhorar a aprendizagem da Matemática no Brasil. As reflexões acerca da utilização da História da Matemática mostraram que a introdução de conteúdos, a partir de elementos históricos, no ensino e na sala de aula de Matemática, tornam as aulas mais dinâmicas. Elas permitem ao aluno um melhor entendimento sobre o tema, quando este é desenvolvido desde a sua origem.

O grande avanço da tecnologia digital, influenciou de forma direta, nas últimas décadas, os documentos oficiais brasileiros que norteiam a educação. Tais documentos têm sido cada vez mais enfáticos, ao propor uma formação integral aos alunos. Esta, por sua vez, principalmente, pautada na cultura digital. As análises a respeito da utilização das *Tecnologias Digitais*, como recurso metodológico, permitiram uma compreensão. A compreensão de que os alunos, desta época, estão a cada dia mais conectados ao mundo virtual e que os métodos de ensino tradicionais [quadro branco, pincel e livro didático] estão na contramão desse processo. Além disso, essas análises permitiram a consolidação da aliança entre *História da Matemática e Tecnologia Digital*, proposta neste trabalho, já que a primeira mostrou que é possível despertar maior interesse e apresentar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. A segunda, por outro lado, aumentou a interação entre alunos e professores.

As pesquisas bibliográficas, sobre Ptolomeu de Alexandria e suas contribuições para as ciências, produziram um breve relato sobre sua vida. Nesse contexto, com destaque para a mais notória de suas publicações: o *Almagesto*. Dentre os dados coletados, durante a investigação de registros fiéis, sobre o teorema de Ptolomeu e sua demonstração, encontrou-se o *Almagesto*. Este escrito em latim e datado de 1515, em formato PDF, disponibilizado na enciclopédia digital Wikipédia⁴. Esta comunicação científica apresentou uma proposta metodológica, como mencionado, relacionando a *História da Matemática a Tecnologia Digital*, através do Geogebra, com o objetivo de

⁴ Disponível em:

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0b/Claudius_Ptolemaeus%2C_Almagestum%2C_1515.djvu>. Acesso em 10.jan.2020.



motivar e envolver o aluno através do resgate de teoremas clássicos. Entre esses teoremas, o destacado foi o de Ptolomeu. O teorema de Ptolomeu revelou, em suas elegantes demonstrações algébrico-geométricas, tópicos básicos da Matemática. Estes tópicos podem ser abordados na sala de aula e efetivamente compreendidos pelo aluno.

Espera-se que a proposta desta comunicação científica possa auxiliar professores dos diferentes níveis de ensino e que estes consigam aplicá-la em sala de aula, explorando-a e investigando os benefícios que podem trazer ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, com o intuito de validá-la e fortalecê-la como encaminhamento metodológico.

Referências

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Métodos históricos: sua importância e aplicações ao ensino de matemática**. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2019. (Série história da matemática e da educação matemática para o ensino; v. 6).

BRASIL, MEC. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (**Orientações curriculares para o ensino médio**; volume 2). Verifique essa referência, geralmente a parte em negrito fica após o nome do autor.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF: MEC, 2016.

BRUGNERA, E. D.; DYNNIKOV, C. M. S. S. **Tecnologia e História da Matemática: uma parceria na construção do conhecimento**. In: Congresso Internacional de Educação e Tecnologia, 1., 2018. **Anais Ciet:enped**. São Carlos, SP.

CHAQUIAM, Miguel. **História da matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. – (Série história da matemática para o ensino; v.10). Verifique se essa parte em vermelho, você colocou corretamente.

CORCETTI, N. T.; VERASZTO, E. V. **Um estudo da contribuição de Ptolomeu para a evolução do modelo geocêntrico a partir de uma perspectiva histórica**. Anais do XXII Simpósio Nacional de Ensino de Física. São Carlo, SP: USP – SNEF, 2017.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Ed. 5. Campinas, SP. Editora da Unicamp, 2011.

INEP. **Relatório Brasil do PISA 2018 (versão preliminar)** [recurso eletrônico]. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019a.

_____. **Relatório SAEB** [recurso eletrônico]. Brasília: Instituto Nacional de Estudos



e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019b.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

PEREIRA, A. C. C.; GUEDES, A. M. S. **Considerações acerca da disciplina de história da matemática nas universidades cearenses: desvendando uma prática docente**. Revista Brasileira de Ensino Superior-REBES, 2(4), p. 22-33, out/dez 2016.

PEREIRA, G. S. S.; GOMES, C. R. **Teorema de Carnot: uma validação com geometria dinâmica**. Anais do XIII Seminário Nacional de História da Matemática. Fortaleza, CE. SBH.Mat, 2019.

PEREIRA, G. S. S. **A linguagem de programação educativa Scratch na produção de conteúdos digitais para mediação da aprendizagem de Matemática na educação básica**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

SILVA, A. P. P. N. **Leituras de fontes antigas e a formação de um corpo interdisciplinar de conhecimento: um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu**. Dissertação de Mestrado. UFRN, 2013.

SILVA, R. **O uso do Geogebra como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. Anais do V Encontro Nacional das Licenciaturas. Natal, RN. UFRN, 2014.