

**PAPPUS DE ALEXANDRIA: CONTRIBUIÇÕES À MATEMÁTICA****PAPPUS OF ALEXANDRIA: CONTRIBUTIONS TO MATHEMATICS**

***Lucicleia Chagas Magno***<sup>1</sup>

*Universidade do Estado do Pará*

***Ruan Wenderson de Oliveira Sousa***<sup>2</sup>

*Universidade do Estado do Pará*

***Miguel Chaquiam***<sup>3</sup>

*Universidade do Estado do Pará*

**Resumo**

Este trabalho tem como objetivo apresentar vida e obra de Pappus de Alexandria, com destaque em seu teorema, e teve como base a seguinte questão de pesquisa: Qual a contribuição de Pappus de Alexandria à Matemática? Os caminhos foram percorridos tendo como objetivo apresentar vida e obra de Pappus de Alexandria, com destaque em seu teorema. Neste sentido, a pesquisa, de cunho qualitativo, foi amparada em métodos bibliográficos, durante a qual foram revisados estudos de Chaquiam, (2017); Chaves (2013); Estrada, Sá *et al* (2000); Gillispie e Pereira (2007); Garnica e Souza (2012); Jones (s/d); Miguel e Miorim, (2002) e Roque (2012). Desse modo, com a execução dessa pesquisa foi possível observar que os trabalhos produzidos por Pappus de Alexandria, apresentam grandes contribuições à Matemática, em particular à Geometria, e também, a outras áreas de conhecimento, como na geografia, música, hidrostática, alquimia e na astronomia, além disso, sua principal obra, a Coletânea, e seu famoso teorema serviram como fonte de informação e inspiração para outros matemáticos, os quais contribuíram para a construção e aprimoramento de novos conhecimentos matemáticos, dentre eles, podemos citar René Descartes, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, Isaac Newton e G. W Leibniz. Por conseguinte, percebeu-se que a História da Matemática é um ramo que estuda a evolução dos conteúdos matemáticos dentro do processo histórico-cultural, sendo um importante instrumento para o ensino de Matemática, principalmente, para a construção de conceitos, por isso torna-se essencial, também, o estudo e a utilização de biografias de personagens que contribuíram de alguma forma à Matemática, além de ser uma forma interessante de despertar o interesse dos estudantes pela Matemática e pela História da Matemática e, muito mais, fazer uso da história da matemática como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

**Palavras-chave:** História da Matemática; Pappus de Alexandria; Trabalhos de Pappus; Teorema de Pappus.

---

<sup>1</sup> [lucychagasmagno@gmail.com](mailto:lucychagasmagno@gmail.com).

<sup>2</sup> [ruanwenderson02@gmail.com](mailto:ruanwenderson02@gmail.com).

<sup>3</sup> [miguelchaquiam@gmail.com](mailto:miguelchaquiam@gmail.com).

**Abstract**

This work aims to present the life and work of Pappus of Alexandria, highlighted in his theorem, and was based on the following research question: What is the contribution of Pappus of Alexandria to Mathematics? The paths were followed in order to present Pappus of Alexandria's life and work, with emphasis on his theorem. In this sense, the research, of a qualitative nature, was supported by bibliographic methods, during which studies by Chaquiam (2017) were reviewed; Chaves (2013); Estrada, Sá *et al* (2000); Gillispie and Pereira (2007); Garnica and Souza (2012); Jones (s/d); Miguel and Miorim, (2002) e Roque (2012). Thus, with the execution of this research it was possible to observe that the works produced by Pappus of Alexandria, present great contributions to Mathematics, in particular to Geometry, and also, to other areas of knowledge, such as in geography, music, hydrostatics, alchemy and in astronomy, moreover, his main work, the Collection, and his famous theorem served as a source of information and inspiration for other mathematicians, who contributed to the construction and improvement of new mathematical knowledge, among them, we can mention René Descartes, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, Isaac Newton and G. W Leibniz. Therefore, it was realized that the History of Mathematics is a branch that studies the evolution of mathematical contents within the historical-cultural process, being an important instrument for the teaching of Mathematics, mainly for the construction of concepts, that is why it becomes it is also essential to study and use the biographies of characters who contributed in some way to mathematics, in addition to being an interesting way to arouse students' interest in mathematics and the history of mathematics and, much more, make use of history of mathematics as a didactic resource in the process of teaching and learning mathematics.

**Keywords:** History of Mathematics; Pappus of Alexandria; Pappus Works; Pappus Theorem.

**Introdução**

No processo de produção e formalização do conhecimento matemático em diferentes contextos sociais e culturais, a História da Matemática investiga os métodos, as validações, as produções e a origem do saber, além de estudar as obras em que esse saber é exposto (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 186). Assim, é importante conhecer esse campo de estudo para uma melhor compreensão dessa área de conhecimento e investigação que vem se consolidando ao longo de décadas. Além de ser, conforme Chaquiam (2017 p. 20), uma ferramenta pedagógica potencial para o ensino de conceitos matemáticos para serem aplicados em sala de aula ou na formação docente.

Dessa forma, é imprescindível que os professores durante a formação inicial tenham o contato com a disciplina História da Matemática, que segundo Ponte (2000, apud CHAQUIAM, 2017) deve ter um direcionamento para questões éticas, sociais e culturais, desse modo possibilitará uma melhor compreensão do processo de ensino e aprendizagem.

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apontam que é fundamental que o docente aborde os conceitos matemáticos de forma dinâmica a partir do contexto social e cultural. Destarte, o aluno desenvolverá uma visão mais consciente e ampla diante da sociedade na qual ele está inserido e também diante dos conceitos matemáticos. (GARNICA; SOUZA, 2012, p. 36).

Desse modo, na História da Matemática existe uma corrente que estuda as biografias de persosangens ilustre na Matemática, dentre eles, Pappus de Alexandria, que será abordado nesse trabalho. Assim, esta pesquisa qualitativa teve uma abordagem bibliográfica onde foram revisados trabalhos que serviram como base para a elaboração desse texto, ou seja, foram utilizados pelos autores como fontes de informações a respeito da história da matemática ou de Pappus de Alexandria os trabalhos de Chaquiam (2017); Chaves (2013); Gillispie e Pereira (2007); Garnica e Souza (2012); Jones (s/d); Miguel e Miorim (2002) e Roque (2012).

Ao participarmos de discussões sobre História da Matemática e seus personagens durante as reuniões do grupo de pesquisa em História, Educação e Matemática na Amazônia (GHEMAZ), foi citado Pappus de Alexandria, e diante do desconhecimento da importância desse personagem, o que nos levou a formular a seguinte questão: Qual a contribuição de Pappus de Alexandria à Matemática?

Para balizar os caminhos da pesquisa foi estabelecido como objetivo apresentar vida e obra de Pappus de Alexandria, com destaque em seu teorema. Mais especificamente, decidiu-se apresentar traços biográficos de Pappus, os trabalhos produzidos em outras áreas e na Matemática, sua principal obra, a *Coletânea*, e o conhecido Teorema de Pappus.

### **Traços biográficos de Pappus**

Pappus de Alexandria é considerado um dos matemáticos mais importantes, senão o mais importante, no qual fez suas produções e seus escritos em grego durante o período do Império Romano. Segundo o Jones (s/d), disponível no site da *Encyclopaedia Britannica*, Pappus nasceu no Egito em Alexandria, e também, coincidiu com o século IV d.C. nas primeiras três décadas. Ademias, por seus escritos, era um professor de matemática. No entanto, não apresentou muitas descobertas originais, mas possuía interesses em materiais de seus predecessores, materiais que provavelmente não sobreviveriam fora de seus trabalhos, além disso, consta que ele não teve muitos rivais.

Pouco se sabe sobre sua vida, e nem há uma data específica de seu nascimento. Porém, segundo o Gillispie e Pereira (2007, p. 2088), retrata que Pappus viveu entre 300 e 350 d.C. Sabe-se, também, que viveu na época do Imperador Teodósio e se destacou como um dos grandes geômetras daquele período.

É válido resaltar, também, que Pappus produziu seu tratado *Sinagoga* ou mais conhecido como *Coletania* ou *Coleção*, indicada por diversos historiadores como a mais importante na Grécia antiga, assim como uma das poucas fontes que retratam os conhecimentos matemáticos antigos. Seu tratado, composto por oito volumes, foi escritos separadamente e com datas diferentes, sua montagem completa é por volta de 340 d.C. ou até mesmo 320 d.C. Pappus contribuiu, também, em outras áreas de conhecimentos, principalmente, na Matemática, sendo que seu trabalho é a base para a geometria projetiva moderna, fatos estratificados na sequência.

### **Trabalhos em outras áreas**

Existem referências às obras de Pappus em outras áreas do conhecimento para além da Matemática. Iniciamos com a obra sobre geografia, escrita no século V, embora seja atribuída a Moises khoren (410-490 d.C.) por alguns historiadores e, a Ananias Shirakatsi (610-685 d.C.), por outros, trata-se de uma tradução da obra de na geografia Pappus de Alexandria sobre o mapa mundial e os mapas especiais, sobre os quais é possível afirmar que foram baseados nos mapas de Ptolomeu (90-168 d.C.), visto que Pappus viveu depois de Ptolomeu, no entanto os mapas de Pappus fazem descrição sobre o mundo no século IV. Pouco se conhece sobre sua segunda obra Rios da Líbia, citada no Suda Lexicon, ou até mesmo sobre a interpretação dos sonhos, a qual está ligada a astrologia. (GILLISPIE; PEREIRA, 2007, p. 2095).

Pappus também é citado em relação a música em decorrência dos seus comentários sobre Harmônica de Ptolomeu (90-168 d.C.), a partir do quinto capítulo do primeiro volume, após uma declaração sobre um manuscrito encontrado no vaticano, embora os comentários de Portírio (233-305 d.C.) sejam direcionados apenas aos quatro capítulos do iniciais do livro.

Ademais, contribuiu também à Hidrostática, no livro árabe *Equilibrio da Sabedoria*, escrito por de Al-Khazini (1110-1200 d.C.), menciona Pappus como sendo o criador de um instrumento para medir líquidos e o descreve minuciosamente, sendo que Gay-Lussac (1778-1850 d.C) desenvolve o mesmo instrumento anos depois, no entanto,

tal instrumento pode, possivelmente, ter sido descrito no volume VIII da Coletânea ou em outro trabalho sobre Hidrostática. (GILLISPIE; PEREIRA, 2007, p. 2095).

Gillispie e Pereira (2007) atribuem a Pappus um papel de destaque na Alquimia, na Astronomia e também a entrada do Sol como signo no Zodíaco e tabelas diárias sobre as estrelas. Pappus de Alexandria foi um personagem ilustre que contriuiu às diversas áreas do conhecimento, e também produziu em particular na matemática, inclusive seu teorema no qual será também apresentado a seguir.

### **Trabalhos na Matemática**

Pappus tem grande papel de destaque e contribuição à Matemática, em particular, à geometria por meio do tratado conhecido como *Sinagoga* ou *Coletania* ou *Coleção*, mencionada anteriormente, aqui discorreremos sobre cada um dos volumes contidos nesse manuscrito. De acordo com Jones (s/d), a *Coletanea* parece ter sido composta de forma aleatória a partir de pequenos textos independentes de Pappus, contemplando uma variedade de tópicos, de certa forma, uma enciclopédia matemática.

Segundo Gillispie e Pereira (2007), os conteúdos constantes no volume I estão direcionados ao que conhecemos como Aritmética; no volume II é apresentado o Sistema de Grandeza de Apolônio (15-100 d.C.) e o volume III, dividido em quatro partes, inicia com a apresentação de como encontrar duas médias proporcionais entre duas linhas retas, o segundo sobre a teoria das médias, a terceira propõe alguns paradoxos e a quarta trata da inscrição de cinco sólidos regulares numa esfera.

O volume IV é composto de cinco partes, a primeira apresenta o teorema de Pitagóras; a segunda parte é sobre círculos inscritos na figura conhecida como “Faca de Sapateiro”, a terceira trata da quadratura do círculo, a quarta apresenta a trissecção de um ângulo e, na quinta parte, Pappus reproduz as soluções por meio da quadratriz e da espiral de Arquimedes (288-212 a.C.) (GILLISPIE; PEREIRA, 2007, p. 2089) em que teve como alicerce o mapa mundial e nos mapas especiasi de Ptolomeu.

Segundo Gillispie e Pereira (2007 p. 2090), o volume V trata de isoperimetria, dividido em duas partes, sendo que na primeira parte interpreta Zenodoro (200-140 a.C.) e na segunda compara os volumes sólidos. No volume VI aborda astronomia e menciona Ptolomeu, Teodósio, Autólico, Aristarco e Euclides. O volume VII, considerado um dos mais ilustres, visto que apresenta obras de antigos escritores, embora algumas tenham sido perdidas, como: Dados e Porísmas de Euclides; Corte de uma razão; Corte de uma

área; Seção determinada; Tangências; Inclinações e Loci planos. Neste consta comentários de Pappus sobre livros de geometria de Euclides, Apolônio de Perga, Eratóstenes de Cirene e Aristauus. Por fim, o volume VIII é dedicado à geometria, em particular à mecânica.

Papus contribuiu significativamente em relação às cônicas e seus resultados formam, principalmente, sobre foco, diretriz e excentricidade. Além disso, foi a partir de Lemas que Pappus apresentava sobre obras, as quais ele descrevia, assim tornou-se possível o conhecimento sobre o Lema 13, Proposição 139, chegar aos manuais da geometria moderna como “O Teorema de Pappus” no qual pode ser interpretado como um dos casos do Teorema Hexagonal de Blaise Pascal (1623-1662).

Apoiamos-nos em Chaves (2013) para apresentar numa linguagem matemática mais atual temos: “Sejam  $u$  e  $v$  duas retas coplanares distintas e dois conjuntos de três pontos, todos distintos, contidos em cada uma das retas, isto é, o conjunto  $(A, C, E) \subset u$  e  $(B, D, F) \subset v$ . Então os pontos de intersecção  $I_{AB} \cap I_{DE} = M$ ,  $I_{BC} \cap I_{EF} = N$  e  $I_{CD} \cap I_{AF} = P$  são colineares”, representados graficamente na Figura 1.

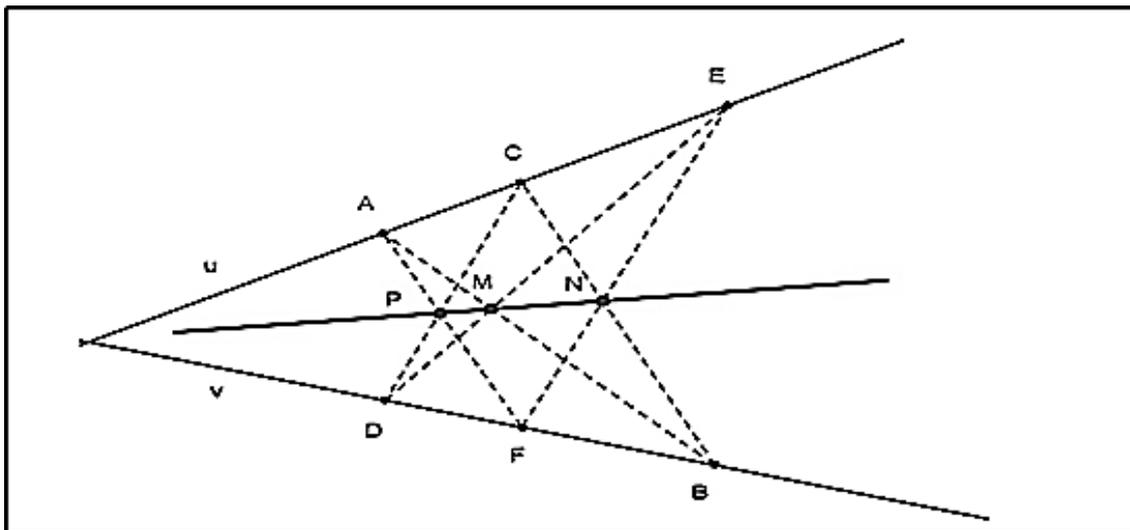


Figura 1 – Representação do Teorema de Pappus.

De acordo com Chaves (2013) é possível observar na Figura 1 que há também outra maneira de se interpretar: consideremos que um hexágono ABCDEF com seus respectivos vértices não consecutivos, e os vértices A, C e E pertencentes a reta  $u$  e a reta  $v$  é concorrente à anterior, com vértices D, F e B, os quais formam pares opostos (BA,

DE); (DC, FA); (FE, BC) estes são concorrentes. Então, sendo assim, os pontos gerados M, P e N, são colineares.

Outra forma de representação do Teorema de Pappus pode ser visualizada na Figura 2 com o seguinte enunciado: Sejam duas retas concorrentes  $u$  e  $v$ , onde são tomados três pontos distintos, isto é,  $P_1, P_3, P_5$ , pertencentes à reta  $u$ , e outros três pontos,  $P_2, P_4$  e  $P_6$  pertencentes à reta  $v$ .

Considere os pontos  $P_i$  e  $P_{i+1}$  que definem as retas  $L_i = P_iP_{i+1}$ , com  $i$  pertencente aos conjunto dos inteiros positivos. Sejam os pontos  $M_1, M_2$  e  $M_3$ , respectivamente gerados,  $L_1$  interseção  $L_4$ ,  $L_2$  interseção  $L_5$  e  $L_3$  interseção  $L_6$ , então os pontos  $M_1, M_2$  e  $M_3$  são colineares. (CHAVES, 2013).

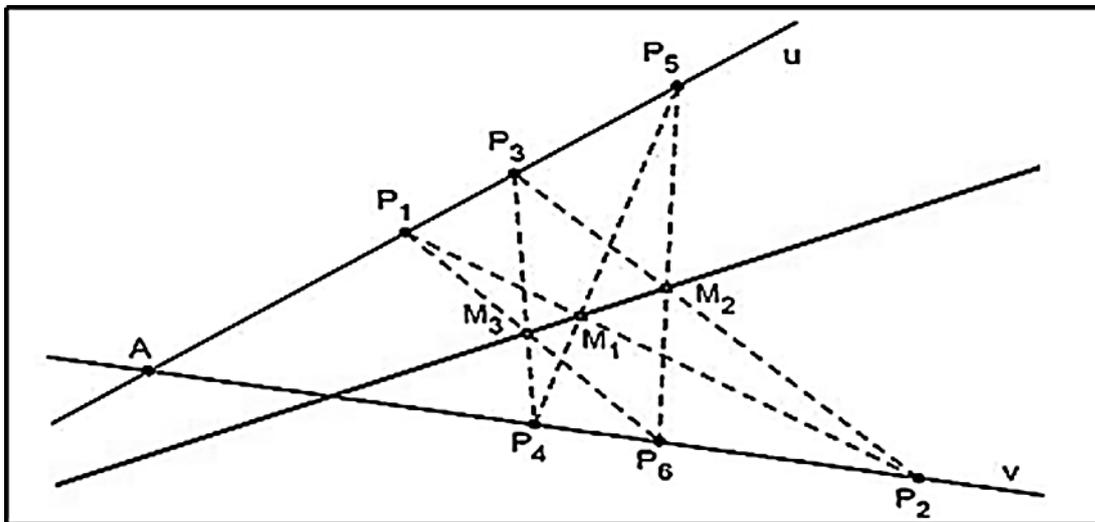


Figura 2 – Representação do Teorema de Pappus.

De maneira mais didática, Pappus relacionou os pontos de tal maneira que a interseção das retas que passam pelos pontos dados geram três pontos colineares no plano e a reta que passa por esses pontos gerados é denominada de “Reta de Pappus”.

As técnicas de Melenau (Figura 1) e Bezout (Figura 2) são as formas mais conhecidas de demonstrar esse teorema, os quais têm como objetivo em comum, provar que os pontos são colineares. Para mais informações e detalhamento da demonstração do Teorema de Pappus, recomenda-se a leitura do *Dicionário de Biografias Científicas* de Gillispie e Pereira, (2007, pp. 2091-2093) e o trabalho monográfico de mestrado de Chaves (2013, pp. 20-23 e 54-58).

Diversos historiadores da Matemática enveredaram por caminhos na tentativa de recuperar obras gregas que estavam perdidas, visto que Pappus havia descrito a maiorias

dessas obras, consideradas clássicas, em seu manuscrito, documento que serviu de inspiração e motivação para gerações futuras. Roque, (2012, p. 251) aponta que René Descartes (1596-1650) se inspirou no problema de Pappus para elaborar o Sistema de Coordenadas Cartesianas para representar equações indeterminadas. Pierre de Fermat (1601-1665) foi outro matemático que se dispôs a recuperar as Cônicas de Apolônio, devido sua admiração por elas, estes dois importantes matemáticos são os principais que contribuíram para a constituição do que conhecemos hoje como “Geometria Analítica”.

Vale ressaltar que Blaise Pascal (1623-1662), muito provavelmente também foi influenciado pelos trabalhos de Pappus, o que lhe motivou a escrever diversos teoremas da geometria projetiva. Issac Newton (1643-1727) pode ter se inspirado na obra de Pappus para escrever sua obra Principia (1687), na qual comprova geometricamente que o Locus referente a quatro linhas é uma seção cônica que se degenera em um círculo. Consta também que G.W Leibniz (1646-1716) ainda, também foi influenciado por Pappus de Alexandria. (GILLISPIE; PEREIRA, 2007, p. 2091).

### **Considerações finais**

Por meio dessa pesquisa que teve por objetivo apresentar vida e obra de Pappus de Alexandria, com destaque em seu teorema, foi possível perceber que a História da Matemática pode ser um recurso de potencial no ensino de matemática, principalmente para o entendimento do processo de construção do conhecimento. Além disso, pode tornar o estudo mais dinâmico e atrativo, principalmente, contextualizado, tornar a Matemática uma ciência mais humanizada, fruto de construções humanas, que ao longo dos séculos foram descobertos ou aprimorados a partir das contribuições de diversas gerações de matemáticos, desde a antiguidade até os dias atuais, desmistificando o fato de que a Matemática não pode ser alterada, ou seja, é imutável.

Desse modo, estudar sobre a vida e obra de Pappus de Alexandria, foi de extrema importância para compreendermos que ele apresenta uma fundamental contribuição à Matemática, em particular à geometria, sua obra, a coletânea, é considerada, hoje, como a principal e mais precisa fonte de informação sobre os grandes clássicos da antiguidade. Por isso, entrar em contato com a biografia desse personagem dentro da História da Matemática é essencial para entendermos a construção do conhecimento matemático dentro o processo histórico.

Por isso é importante estudar Biografias para conhecer as contribuições de personagens ilustres para a Matemática, assim na perspectiva de Shubring (1997, apud CHAQUIAM, 2017, p. 157), essa é uma forma interessante para a inserção de elementos históricos na sala de aula, além de ser uma abordagem direta, ou seja, é um modo de motivar e despertar o interesse dos estudantes à estudar Matemática de uma forma diferente e dinâmica.

Observou-se que o Teorema de Pappus, ou problema de Pappus, foi um elemento importante para a construção dos pilares da geometria moderna, em particular, a geometria projetiva, a qual serviu de motivação para os matemáticos que buscavam resolver os problemas matemáticos por meio da geometria antiga. Por conseguinte, sugere-se que esse teorema seja abordado introdutoriamente nos estudos da geometria, não tão somente por sua importância matemática, mais também pelo fato de que foi essencial para motivação de novas gerações, bem como, surgimento de novas teorias influenciadas a partir dos trabalhos de Pappus.

Os estudos e discussões ocorridas durante as reuniões do grupo de pesquisa GHEMAZ contribuíram essencialmente para a elaboração da pesquisa que gerou esse texto, tendo em vista que foi no decorrer das reuniões que surgiu a temática, foram estabelecidos a questão de pesquisa e o objetivo, elementos essenciais que se encontravam longe de nossa percepção como iniciantes nesse campo. Assim como houve uma contribuição à nossa formação acadêmica e profissional a partir dos caminhos percorridos, entende-se que este trabalho também pode contribuir à formação inicial e continuada de professores, bem como, aclarar as possibilidades de uso da história da matemática como recurso didático.

No decorrer da pesquisa que gerou este trabalho constatou-se que existem poucos trabalhos em língua portuguesa que apresentem ou discutam as obras de Pappus de Alexandria com maior profundidade de modo a colocar no patamar merecido, assim, neste sentido, sugere-se que sejam produzidos estudos relacionados à História da Matemática, que abordem biografias de personagens ao longo do tempo, em particular, Pappus de Alexandria, e que estas estejam vinculadas de alguma forma ao ensino de matemática onde se faça uso da história como recurso didático.

## **Referências**



CHAVES, João Jorge Fernandes. **Teorema de Pappus**. Dissertação de Mestrado PROFMAT. Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2013.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio Temáticos: História e Matemática em sala de aula**. Belém: SBEM, 2017.

GARNICA, Antonio Vicente e Souza, Luzia Aparecida de. **Elementos de História da Educação Matemática**. São Paulo: Cultura, 2012.

GILLISPIE, Charles Coulston e PEREIRA, Carlos Almeida. **Dicionário de Biografias Científicas**. Rio de Janeiro: Contra Ponto, 2007.

JONES, Alexander Raymonds. **Pappus of Alexandria**: Greek mathematician. Enciclopédia Britânica. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/Pappus-of-Alexandria>. Acesso em: 27/12/2019.

MIGUEL, Antonio e MIORIM, Maria Angela. **História da Matemática: uma prática social de investigação em construção**. Educação em Revista. Belo horizonte n.36, p.177-203, 2002

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.