

PROPOSTA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES NA PERSPECTIVA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DO MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS SOBRE OS POLIEDROS DE PLATÃO

PROPOSAL FOR TEACHER TRAINING FROM THE PERSPECTIVE OF THE HISTORY OF MATHEMATICS AND THE MODEL OF SEMANTIC FIELDS ON PLATO'S POLYHEDRA

Thaciane Jähning Schunk¹; Ligia Arantes Sad²

RESUMO

O presente trabalho tem base na perspectiva da História da Matemática, aliada a práticas investigativas. O objetivo central é a produção de significados pelos participantes licenciandos em matemática a respeito dos Poliedros de Platão. Eles cursavam e tiveram uma proposta de formação nas disciplinas de Práticas Pedagógicas no Ensino Fundamental, no Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes. A proposta de formação contou com 4 encontros de duas horas cada. Neste artigo, explora-se o segundo encontro, que trata de discutir com os participantes os principais elementos matemáticos – poliedros regulares e poliedros de Platão –, além da proposta de uma investigação na perspectiva historiográfica em livros didáticos. Para análise dos dados, optou-se por uma leitura plausível de acordo com o Modelo dos Campos Semânticos – MCS. Um ponto de destaque nos resultados é o anacronismo histórico observado nas definições dos Poliedros de Platão, averiguado na análise de material didático, e as reflexões dos participantes sobre por que os livros didáticos apresentam uma diferenciação entre os poliedros regulares e os poliedros de Platão, como se fossem objetos geométricos diferentes.

Palavras-chave: Geometria espacial, História da matemática, Modelo dos Campos Semânticos, Formação de professores.

ABSTRACT

This work is based on the perspective of the history of mathematics, combined with investigative practices. The central objective is to explore the meanings produced by undergraduate mathematics students regarding Plato's Polyhedra. They were enrolled in a training proposal for pedagogical practices in elementary education at the Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes. The Training proposal consisted of four two-hour meetings. This article explores the second meeting, which focused on discussing the main mathematical elements—regular polyhedra and Plato's Polyhedra—with participants, as well as a proposed investigation into the historiographical

¹ Doutoranda em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat). Mestre pelo mesmo programa. Professora de matemática da educação básica. Endereço para correspondência: Rua Cachoeiro de Itapemirim, nº 90, Apto. 707, Vila Capixaba, Cariacica, ES, Brasil, CEP: 29148-210. E-mail: thacianeschunkj@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3570-9047>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp). Professora do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Vila Velha, ES, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Des. João Manoel de Carvalho, nº 140, ap. 101, Barro Vermelho, CEP: 29054-630. Vitória – ES. E-mail: aransadli@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2758-8380>.



perspective of textbooks. Data analysis was conducted using a plausible reading according to the Semantic Fields Model – SFM. A highlight of the results is the historical anachronism observed in the definitions for Plato's polyhedra, ascertained in the analysis of teaching material, and the participants' reflections on why textbooks present a differentiation between regular polyhedra and Plato's polyhedra, as if they were different geometric objects.

Keywords: Spatial geometry, History of Mathematics, Model of Semantic Fields, Teacher training.

Introdução

O presente trabalho aborda um recorte de discussões de uma tese de doutorado em andamento pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat, sobre os significados produzidos por licenciandos em matemática acerca dos poliedros de Platão por meio de investigações históricas.

Com a pretensão de realizar a pesquisa na área da história da matemática e com a ênfase na produção de significados, este trabalho tem como objetivo discutir uma proposta de formação para a licenciatura em matemática que articule a vertente metodológica em questão com práticas investigativas sobre o objeto geométrico poliedros de Platão. O procedimento analítico adotado para a interpretação dos dados será com base nos princípios do Modelo dos Campos Semânticos – MCS, (Lins, 1999, 2012).

Essa aproximação entre matemática acadêmica e matemática no cotidiano, na formação inicial do professor de matemática, remete à articulação entre matemática e arte, a qual foi vivenciada durante a visita à exposição de Leonardo Da Vinci, em 18 de março de 2023, no Polo de Inovação Vitória do Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, com acesso gratuito. Nessa visita, observou-se a obra intitulada “Octocedron Planus Vaccus” (Figura 1), que suscitou admiração, uma vez que, além de imagens adquiridas digitalmente via internet, foi possível estar frente a frente com um dos poliedros de Platão apresentado de forma artística e concreta. Na obra também consta o rombicuboctaedro de Arquimedes.



Figura 1 – Octocedron Planus Vaccus



Fonte – Arquivo pessoal das autoras.

Outra oportunidade de se observar uma arte referente aos poliedros de Platão ocorreu durante a visita ao Aquário em 28 de dezembro de 2023, localizado no Rio de Janeiro – RJ, que possui uma estrutura no formato de um octaedro (Figura 2).

Figura 2 – Estrutura no formato de um octaedro



Fonte – Arquivo pessoal das autoras.

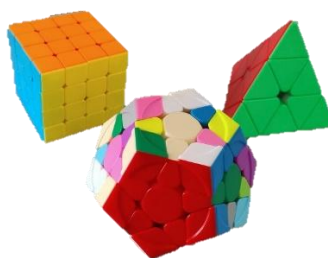
Outra forma de manifestação dos poliedros de Platão ocorre nos dados do jogo de RPG. A sigla em inglês significa *role-playing game*, um gênero de jogo no qual os jogadores assumem o papel de personagens imaginários em um mundo fictício.

Ainda é possível observar manifestações do cubo, do tetraedro e do dodecaedro em quebra-cabeças tridimensionais (Figura 3). O cubo 4x4x4, também conhecido como “Cubo de Rubik”, foi inventado em 1974 pelo professor de arquitetura húngaro Ernő Rubik. Ele foi criado com o objetivo de resolver um desafio estrutural: permitir que as partes do quebra-cabeça se movessem de forma independente sem comprometer a



integridade do mecanismo. Já o Pyraminx é um quebra-cabeça em formato de tetraedro regular, idealizado por Uwe Mèffert em 1970 e lançado comercialmente no Japão em 1981. O Megaminx, um quebra-cabeça em formato de dodecaedro, foi inventado independentemente por várias pessoas e produzido por diferentes fabricantes, cada um com *design* um pouco diferente.

Figura 3 – Quebra-cabeças tridimensionais



Fonte — Arquivo pessoal das autoras.

Ao observar os poliedros de Platão, foi precioso parar e apreciá-los, pois o olhar se direciona instantaneamente a eles. Esse é o motivo pelo qual nos interessamos pelo estudo desta temática – os poliedros de Platão e a Relação de Euler –, dada a pouca ênfase ao assunto e, ao mesmo tempo, a sua presença no dia a dia. Essas foram algumas das experiências com os poliedros de Platão na atual realidade, mas existem outros casos, e o leitor pode refletir sobre suas próprias vivências e em quais momentos já se deparou com tais poliedros no cotidiano.

A história da matemática como vertente metodológica

Tomando como base a Nova História, que surge em contraposição à história positivista do século XIX e tem como fundadores Lucien Febvre e Marc Bloch, que atuavam na escola dos *Annales*, fundada em 1929 na França, tendo um embate contra uma concepção de história apolítica e de acontecimentos, contra o “teatro de aparências que mascara o verdadeiro jogo da história, que se desenrola nos bastidores e nas estruturas ocultas” (Le Goff, 1990, p. 31). Dessa maneira, a Nova História objetiva

recusar a história superficial e simplista que se detém na superfície dos acontecimentos e investe tudo num fator. E também, parece-me, a fraqueza de uma análise demasiado eclética, que pode se perder na “multiplicidade dos



motivos”, que não distingue entre motivo e causa. O essencial, é o apelo a uma história profunda e total. (Le Goff, 1990, p. 31).

Posteriormente, Bloch (2001) inaugurou a ideia da história como problema, com a interdisciplinaridade, entendendo-a como importante para compreender o presente pelo passado e vice-versa, e empreendendo seus estudos por meio do método regressivo. O autor também defende uma história de duração mais longa, visto que uma história recente e curta pode não ser capaz de explicar as permanências e mudanças, tendo como “objeto ‘o homem’, ou melhor, ‘os homens’, e mais precisamente ‘homens no tempo’” (Bloch, 1990, p. 24). Nesse sentido, esses autores defendem uma história não somente factual dos reis ou dos destacados expoentes, mas uma história explicativa, imersa socioculturalmente, e não apenas uma história descritiva.

Neste caminhar, Valdés (2006), Radford e Santi (2022) argumentam que estudar a história da matemática e da biografia de seus criadores pode nos tornar conscientes de características históricas, permitindo-nos debruçar sobre aspectos sociais, ambientais e culturais. Acrescenta-se a relevância do estudo não somente do criador principal, mas de um estudo em torno dele, considerando seus contemporâneos, seus seguidores e como aconteceu o desenvolvimento do tema em um cenário mais global da realidade.

Valdés (2006) aponta que tal perspectiva pode estar ausente na formação inicial do professor, como evidenciado nos estudos de Stamato (2003) ao realizar uma pesquisa sobre a disciplina História da Matemática e a formação do professor de matemática. Nesse sentido, a autora sugere a leitura crítica de alguns livros sobre história da matemática, a consulta em fontes originais e o estudo de biografias de matemáticos. Como recomendação, pode-se indicar o site da *Mactutor history of Mathematics*³ como um espaço para tais estudos.

De acordo com Mendes (2020), a história da matemática não é apenas uma história de definições de objetos, mas um processo criativo que envolve sociedade, cultura e cognição. Sendo assim, um trabalho de pesquisa no ensino de matemática pode proporcionar aos alunos uma oportunidade de desenvolver a leitura, a escrita e a discussão de ideias matemáticas associadas.

³ Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/>



Uma forma possível de trabalhar nesse viés é revisitar os momentos históricos que envolvem o tema matemático de interesse, buscando compreender o momento histórico do matemático no passado e a respeito da comunidade em que viveu e trabalhou, estabelecendo explicações para o tema matemático que se deseja aprender. Mendes (2020) converge com essa perspectiva, ao defender uma história das explicações e compreensões sobre os objetos existentes no mundo.

Em vista disso, a história da matemática pode ser trabalhada para auxiliar professores de matemática no planejamento e na execução de suas abordagens em sala de aula. De acordo com Mendes (2020) e Chiummo e Oliveira (2016), é importante promover discussões nessa direção entre alunos e professores dos cursos de graduação em matemática, bem como professores da educação básica. Por essa razão, nossa proposta de formação é direcionada a esse público. Mendes (2020) ressalta a importância de os professores em formação investigarem os aspectos matemáticos na história das práticas sociais, com o objetivo de instruí-los a elaborar questões epistemológicas sobre os tópicos matemáticos que aprendem e, posteriormente, ensinam na educação básica.

Modelo dos Campos Semânticos em ação

O Modelo dos Campos Semânticos – MCS é baseado em vários princípios e nas relações existentes entre eles, a saber: conhecimento, significado, produção de significados, objeto, espaço comunicativo, estipulações, núcleo, campo semântico, obstáculo, limite epistemológico e leitura plausível. Trata-se de um modelo que visa possibilitar a realização de uma leitura pelos professores e/ou pesquisadores “em ação”, em seu trabalho em sala de aula, com o objetivo de compreender o porquê de os alunos e/ou sujeitos de pesquisa dizerem o que dizem. A palavra “ação” é evidenciada, pois o MCS, enquanto teorização, só existe em ação.

O MCS tomou como ponto de partida a caracterização de conhecimento, a partir da qual as outras noções-categorias (princípios) foram elaboradas. Buscou resposta para as seguintes questões: O que é conhecimento? Como o conhecimento é produzido? Como é que conhecemos o que conhecemos? Assim, Lins propôs a seguinte formulação:

Conhecimento é entendido como uma *crença* – algo que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma *afirmação* – junto com o que o sujeito considera ser uma *justificação* para a sua *crença-afirmação* (Lins, 1993, p. 86)



Portanto, os aspectos primordiais para o conhecimento são a crença, a afirmação e a justificação. Inicialmente, a pessoa precisa acreditar em algo. Depois, é necessário afirmar isso por meio de alguma forma de comunicação aceita por um interlocutor, não precisando ser exclusivamente oralizada. Por fim, a justificação desempenha um papel essencial, pois conhecimentos diferentes podem originar-se da mesma crença-afirmação, justificada de forma distinta (Lins, 2001).

Vale destacar que, quando dois alunos dizem ou escrevem a mesma coisa, ou seja, elaboram enunciações que representam a mesma crença-afirmação, eles podem estar produzindo conhecimentos diferentes. Isso ocorre porque é necessário entender o porquê de cada um achar que pode dizer o que disse, para compreender qual é o conhecimento que está sendo produzido. O papel da justificação é, portanto, crucial. Não há juízo de valor quanto a conhecimentos diferentes; isso pertence ao domínio da enunciação e pode mudar ao longo do tempo.

O conhecimento é produzido à medida que é enunciado, sendo algo do domínio da linguagem e da fala, e não do texto. Sempre há, portanto, um sujeito do conhecimento (Lins, 2001, 1994). Isso indica que, de acordo com a perspectiva discutida, não existe conhecimento, por exemplo, em um livro; o conhecimento só é produzido quando alguém se torna um leitor/autor a partir daquele texto, produzindo crenças-afirmações junto com respectivas justificações.

A produção de significado acontece quando um sujeito produz significado no interior de uma atividade, ao realizar ações enunciativas a respeito de um objeto. Ações enunciativas podem ser qualquer forma de enunciação: escrita, gestos, fazer, dizer, desenhos, diagramas. De acordo com Silva (2022), uma consideração a ser feita sobre a noção de significado diz respeito ao seu papel enquanto atividade.

No MCS, “existe um sujeito da enunciação que está imerso em uma atividade. Isto quer dizer que ele está potencialmente produzindo significados e operando a partir de um determinado contexto sociocultural em que está em jogo, um processo psicológico consciente, o qual é orientado por necessidades, ações conscientes, motivos, fins a serem alcançados” (Silva, 2022, p. 89).

No processo de produção de significados, Silva (2003) considera três categorias: o novo, a justificação e o dado. Um aluno, ao justificar uma crença-afirmação, pode



parcialmente deixar de lado as informações que foram dadas no texto, direcionando-se a produzir outras enunciações — o novo.

De acordo com Lins (1997, p. 122), “a fala da pessoa que resolve um problema tende a explicitar o ‘novo’ e a silenciar o ‘dado’”. Esse movimento é relevante para o nosso entendimento da forma de operar do aluno. Nessa situação, o dado pode nos orientar a conhecer de onde o aluno está falando, para que possamos ir em sua direção e compartilhar o mesmo espaço comunicativo. A justificação é a ligação entre o dado e o novo, visto que é por meio dela que o novo será transformado também em dado.

Com esse entendimento, no presente trabalho, observam-se as enunciações dos participantes da pesquisa, buscando identificar o que é o dado e o que é novo no momento de suas enunciações, com vistas a entender a produção de significados por meio de uma leitura plausível.

O MCS oferece um quadro de referências para que se possa produzir leituras suficientes finas dos processos de produção de significados. Segundo Lins (2012, p. 23), “a leitura plausível se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o todo do que eu acredito que foi dito faz sentido”. Conforme o texto, “plausível porque ‘faz sentido’, ‘é aceitável neste contexto’, ‘parece ser que é assim’” (Lins, 2012, p. 23, destaques do original). Ela permite a realização de uma análise dos significados produzidos pelos sujeitos da enunciação a partir da leitura de resíduos deixados. Com isso, a leitura plausível permite que se compreenda contextos em que os sujeitos da enunciação se encontram e porque dizem o que dizem, sem considerações pela falta ou outros julgamentos.

Com essas considerações, o MCS busca promover uma interação, mediante o espaço comunicativo, que acontece quando professor e alunos compartilham modos de produção de significados.

Formação de professores

A formação do professor de matemática é caracterizada por uma ênfase na matemática acadêmica, muitas vezes desconectada da matemática escolar e das questões didáticas ou pedagógicas. A formação didática e pedagógica, por sua vez, frequentemente não se relaciona com a matemática acadêmica nem com as práticas de sala de aula.



A prática profissional, por outro lado, tende a alinhar-se mais com a matemática escolar, distanciando-se da matemática abordada na licenciatura, ao mesmo tempo em que busca enfrentar, de maneira consciente, os desafios das diferentes realidades das escolas. Com esse olhar, é preciso compreender e problematizar essas questões, desenvolvendo estratégias que rompam com essa tradição da formação inicial do professor de matemática, conforme Fiorentini e Oliveira (2013).

A respeito das formas de organizar o processo de formação docente, destacam-se três vertentes. No que se refere à terceira forma, a qual concebe-se em nosso trabalho, segundo Fiorentini e Oliveira (2013), a prática pedagógica da matemática é vista como prática social, constituída pela produção de significados e conhecimentos que precisam ser compreendidos, problematizados, analisados e continuamente transformados, conforme apresentam os autores.

Nessa vertente, não faz sentido falar da matemática do profissional matemático, mas sim das múltiplas matemáticas, que variam conforme o contexto de prática social. Trata-se, assim, de uma matemática que se relaciona com o mundo, consigo mesma e com outros sujeitos, principalmente na produção de significados durante o processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, ao conceber a matemática do professor de matemática nessa vertente, ela se diferencia epistemologicamente e metodologicamente da matemática do profissional matemático, apesar de compartilharem alguns elementos em comum. De acordo com Fiorentini e Oliveira (2013), o professor de matemática precisa compreender a matemática como uma prática social, sem se restringir apenas à matemática científica, mas também evidenciando a matemática escolar e as várias matemáticas produzidas nas diversas práticas cotidianas.

Com isso, o professor pode desenvolver uma matemática que faça sentido para os alunos, proporcionando a conexão entre a matemática por eles produzida e a que foi historicamente produzida pela humanidade.

Tendo feitas tais considerações e, de acordo com Fiorentini (2005), é indispensável que o professor estude a historicidade da produção de significados em matemática e compreenda como isso pode ocorrer em sala de aula. Além disso, é fundamental que ele conheça e avalie as potencialidades educativas da produção de significados em matemática, o que pode ajudá-lo a problematizar e mobilizar esse



conhecimento, levando em consideração a realidade escolar em que trabalha e os objetivos pedagógicos relativos à formação dos estudantes, no que diz respeito ao desenvolvimento intelectual e à forma de compreender e atuar no mundo.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, por desenvolver-se em uma situação natural, ser rica em dados descritivos e possuir um plano aberto e flexível, buscando focalizar a realidade de forma complexa e contextualizada. Como um caminho, foi adotada a modalidade do estudo de caso, conforme Lüdke e André (1986), André (2005) e Laville e Dione (1999).

Nesse sentido, é pertinente classificar como estudo de caso por trabalhar com um grupo de estudantes da licenciatura em matemática de uma instituição pública, de modo a produzir aprofundamentos epistemológicos em termos dos objetos da pesquisa. A seguir, apresentam-se o *lôcus* e os participantes da pesquisa.

O trabalho pedagógico de campo foi realizado com um grupo de participantes colaboradores, licenciandos em matemática, durante o encontro mencionado no Quadro 1. As atividades de ensino aconteceram no Laboratório de Ensino de Matemática – LEM do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) – Campus Vitória, mediante combinação prévia com a docente responsável pela disciplina de Práticas Pedagógicas no Ensino Médio e com atuação direta da pesquisadora.

Os participantes da pesquisa têm idade que variam de 19 a 61 anos. Quase todos trabalham ao longo do dia, com carga horária semanal entre 12 e 44 horas, e residem na Grande Vitória. Dos dezoito alunos, quatorze já possuem experiência com turmas da educação básica, seja atuando como professores ou participante de projetos e ações que envolvem alunos dessa etapa de ensino. Quanto ao período cursado, três licenciandos pertencem ao sexto período, um está com matrícula irregular, e os demais são do quarto período.

O planejamento das ações desenvolvidas, no que tange ao cronograma das atividades de ensino, partiu da escolha das ações, tarefas, materiais e metodologias a serem empregadas. As tarefas de estudo desenvolvidas para a proposta de formação, antes da aplicação, foram analisadas e discutidas pela pesquisadora com o apoio dos integrantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação



Matemática – Gepemem. Esse processo visava à seleção e às reformulações necessárias para a aplicação e posterior validação das tarefas. A seguir, apresenta-se a descrição do planejamento do 2º encontro.

Quadro 1 – Planejamento 2º encontro

2º Encontro.	
Tema	Poliedros de Platão e Relação de Euler – Prova geométrica e algébrica.
Objetivos	▪ Discutir com os participantes a respeito dos elementos matemáticos principais; ▪ Constituir os objetos para elaborar definições; ▪ Realizar uma pesquisa na perspectiva historiográfica sobre os objetos matemáticos;
Conteúdo	A luz da pesquisa historiográfica buscar na internet e em livros virtuais e impressos da educação básica sobre como os objetos matemáticos discutidos são apresentados.
Material	Livro Dolce e José N. Pompeo (2008) e outros livros didáticos.
Orientações metodológicas	Discutir com os participantes, a partir de uma apresentação em PowerPoint sobre definições a respeito dos poliedros convexos, da relação de Euler, dos poliedros de Platão, dos poliedros regulares, dos ângulos poliédricos e dos ângulos internos e externos de um polígono, a partir do diálogo e da escuta, com a finalidade de saber de onde os participantes estão falando de acordo com suas legitimidades. Ademais, será indicada uma prova algébrica da existência de somente cinco poliedros de Platão, tendo como base Osvaldo Dolce e José N. Pompeo (2008). Para finalizar, será proposta uma pesquisa na perspectiva historiográfica em livros didáticos sobre os objetos geométricos citados, seguida de uma discussão do que foi encontrado.
Tarefa	Pesquisar nos livros didáticos a temática e responder as questões do formulário.

Fonte – Elaborado pelas autoras.

As questões do formulário indagam os participantes sobre a forma de apresentação dos objetos matemáticos – polígonos, poliedros, poliedros convexos, relação de Euler, poliedros de Platão e poliedros regulares - nas obras por eles consultadas. Além disso, solicitam um relato sobre como e/ou em que medida a pesquisa historiográfica contribuiu para compreensão das definições.

Com a intenção de investigar como os objetos geométricos poliedro regular e poliedro de Platão são apresentados nos livros didáticos adotados no estado do Espírito Santo – ES, evidenciando a abordagem de cada autor, apresentam-se, a seguir, os Quadros 2 e 3.

Quadro 2 – Definições sobre poliedro regular

Autor	Ano Série	Definição de poliedro regular	Observação
Dante, L. R.	2015 8º	São poliedros convexos cujas faces são regiões poligonais regulares iguais e, nos quais, para todo vértice, converge o mesmo número de arestas.	Um polígono convexo é chamado de polígono regular quando tem todos os lados com mesma medida e todos os ângulos internos com a mesma medida.



Dante, L. R.; Viana, F.	2020 Ensino médio	▪ Todas as faces são delimitadas por polígonos regulares congruentes; ▪ Em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas; ▪ É convexo.	Polígono regular é aquele que tem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos congruentes.
Iezzi, G.; Dolce, O., Degenszajn, D., Pégiro, R., Almeida, N. de.	2016 2º	Um poliedro convexo é regular se: • suas faces são polígonos regulares e congruentes. • em cada vértice concorre o mesmo número de arestas. No poliedro regular é possível notar que: • todas as faces têm o mesmo número de arestas, pois as faces são congruentes. • todos os vértices são pontos de interseção de um mesmo número de arestas. • ele satisfaz a relação de Euler, pois é convexo.	Não comenta sobre a definição de polígonos regulares.
Bonjorno, J. R.; Júnior, J. R. G.; Sousa, P. R. C. de.	2020 Ensino médio	Um poliedro convexo é regular quando suas faces são polígonos regulares e congruentes entre si e quando em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.	Não comenta sobre a definição de polígonos regulares.
Souza, J. R. de; Garcia, J. da S. R.	2016 2º	▪ As faces são polígonos regulares e congruentes entre si; ▪ de cada vértice do poliedro parte o mesmo número de arestas.	Não comenta sobre a definição de polígonos regulares.
Espírito Santo (2024) Rotina Pedagógica Escolar – RPE	2024 1º	Um poliedro convexo é regular quando satisfaz às seguintes condições: ▪ Apresenta todas as faces poligonais regulares e congruentes entre si; ▪ Em todos os vértices concorre o mesmo número de arestas.	

Fonte – Elaborado pelas autoras com base nas obras supracitadas.

Todas as definições apresentadas no Quadro 2 acima têm aspectos semelhantes ao afirmarem que, para ser um poliedro regular este deve ser convexo, formado por polígonos regulares iguais e que, em cada vértice deve concorrer o mesmo número de arestas. Todos os autores explicam o que entendem por poliedro convexo. No entanto, nem todos explicam o que entendem por polígonos regulares, tratando como se fosse uma estipulação local para os estudantes, ou seja, algo dado, que não requer explicação.

Quadro 3 – Definições sobre Poliedro de Platão

Autor	Ano Série	Definição de Poliedro de Platão	Observação
Iezzi, G.; Dolce, O., Degenszajn, D., Pégiro, R., Almeida, N. de.	2016 2º	▪ Todas as faces têm o mesmo número n de arestas; ▪ Todos os vértices são pontos em que concorre o mesmo número m de	Considerando os poliedros regulares como Poliedros de Platão, mas não diz se os Poliedros de



		- arestas; - O poliedro satisfaz a Relação de Euler.	Platão são regulares.
Bonjorno, J. R.; Júnior, J. R. G.; Sousa, P. R. C. de.	2020 Ensino médio	Para que um poliedro seja considerado um poliedro de Platão, é necessário que as faces do poliedro tenham o mesmo número de arestas, em todos os vértices concorra o mesmo número de arestas e seja válida a relação de Euler.	Nos Poliedros de Platão, as faces não precisam ser polígonos regulares, desta forma, nem todo Poliedro de Platão é regular.
Souza, J. R. de; Garcia, J. da S. R.	2016 2º	- Todas as faces têm o mesmo número de arestas; - De cada vértice parte o mesmo número de arestas; - A Relação de Euler é válida.	Os autores comentam que todo poliedro regular é de Platão, mas não dizem se todos os Poliedros de Platão são regulares.
Espírito Santo (2024) Rotina Pedagógica Escolar – RPE	2024 1º ano	- Todas as faces devem possuir a mesma quantidade de lados; - De todos os vértices deve concorrer a mesma quantidade de arestas; - A relação de Euler deve ser válida ($V - A + F = 2$).	Os autores comentam que todo poliedro regular é de Platão, mas não dizem se todos os Poliedros de Platão são regulares.

Fonte – Elaborado pelas autoras com base nas obras supracitadas.

Conforme encontrado nestes livros didáticos e, também, em outros materiais didáticos destinados à Educação Básica, os poliedros de Platão podem não ser poliedros regulares, para o qual historicamente se considerou uma leitura plausível a partir da descrição do livro XIII de Euclides (Euclides, 2009) e obras subsequentes. Desde a obra de Platão, *Timeu*, há indicações de que esses sólidos são formados por polígonos regulares. Portanto, desde sua geração, os poliedros de Platão são poliedros regulares, e assim as autoras os constituíram como objetos matemáticos.

Desse modo, foi possível verificar uma carência do assunto no ensino médio, até deixando de lado os poliedros de Platão e não valorizando a geometria espacial de forma mais abrangente. Diante disso, intensificou-se o interesse em elaborar uma proposta de formação voltada diretamente para os alunos da licenciatura em matemática.

Análise do Trabalho de Pedagógico de Campo no segundo encontro

O segundo encontro aconteceu no dia 04/10/2024 e teve como objetivo: discutir com os licenciandos os principais elementos matemáticos; construir os objetos fundamentais para elaborar definições; e realizar uma pesquisa sob a perspectiva historiográfica a respeito dos objetos matemáticos envolvidos. Discutiu-se com os participantes definições referentes a polígonos, poliedros, poliedros convexos, relação de



Euler, poliedros regulares e poliedros de Platão, com a intenção de compreender de onde (nas suas compreensões) os participantes estavam falando, de acordo com suas legitimidades, e de compartilhar os significados produzidos. Durante a discussão sobre a definição de poliedro de Platão, foram evidenciados resíduos de enunciação⁴ produzidos.

Quadro 4 – Resíduos de enunciação dos licenciandos em matemática I

Pesquisadora – *O que são poliedros de Platão?*

Zuchi – *São os poliedros regulares.*

Licenciandos – *Sim.*

Pesquisadora – *Pronto, rápido assim?*

Licenciandos – *Isso, são estes cinco aí. [Apontando para a imagem da apresentação].*

Pesquisadora – *Então, por que lá no livro didático tem a definição de poliedros de Platão e de poliedros regulares?*

Zuchi – *Não faço ideia.*

Sarges – *Nunca reparei nisso.*

Pesquisadora – *São coisas diferentes? Vocês concordam com o colega que é a mesma coisa?*

Sarges – *Sim, os poliedros de Platão são os poliedros regulares. É a mesma coisa, porque só existem cinco regulares e esses são os poliedros de Platão.*

Pesquisadora – *É isso?!*

Zuchi – *Eu nunca parei para pensar nisso, do porquê o livro trazer essas definições separadas.*

Evandro – *Eu não tinha reparado nisso.*

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A respeito do objeto poliedros de Platão, os licenciandos responderam rapidamente que tratam apenas dos cinco poliedros regulares, devido às suas estipulações comuns. No entanto, ainda não haviam parado para refletir sobre o motivo pelo qual os livros didáticos, por vezes, apresentarem definições distintas para poliedros de Platão e poliedros regulares. Com isso, as autoras convidaram os licenciandos a irem em direção a novos lugares, pensando além do “dado”.

As autoras discutiram algumas definições de poliedros regulares e poliedros de Platão presentes em livros didáticos e trabalhos científicos, utilizando uma apresentação em PowerPoint, conforme apresentado nos quadros 2 e 3 do subitem anterior. Ainda sobre os poliedros de Platão, seguem alguns resíduos de enunciação produzidos pelos participantes.

Quadro 5 – Resíduos de enunciação dos licenciandos em matemática II

Pesquisadora – *Como base nestas definições [Quadro 3], em específico, sobre os poliedros de Platão, o que vocês concluem?*

⁴ Entende-se de acordo com o MCS resíduo de enunciação como “algo com que me deparo e que acredito ter sido dito por alguém” (Lins, 2012, p. 20). Apresenta-se nos quadros de diálogo a maior parte dos resíduos de enunciações para a respectiva tarefa. Descartando somente os resíduos repetidos ou que não contribuiu para a análise.



Mariane – Pronto! Descobrimos que o paralelepípedo também é um poliedro de Platão.

Pesquisadora – Mas e aí... é?

Licenciandos – Acho que não (risos).

Pesquisadora – O que tem de errado nisso?

Zuchi – Eu sempre estudei que tinham apenas cinco Poliedros de Platão.

Pesquisadora – Mas, tem mais de cinco?

[Em meio a uma discussão sobre as definições de poliedros regulares e poliedros de Platão].

Pesquisadora – Todos esses [apontando para os poliedros com faces não regulares] são poliedros de Platão?

Rafael – Com aquela definição... Sim.

Zuchi – Mas, para Platão o que ele definiu?

Pesquisadora – Ele chegou em um ponto importante, o que disse Platão disso tudo? Platão disse em algum momento que isso daqui é dele [apontando para os poliedros com faces não regulares]? Se é de fato Platão que desenvolveu isso. A gente vai chegar nesses pontos.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Devido às suas estipulações e, talvez por já estarem no quarto período, tendo cursado as disciplinas de Geometria I e II, além das experiências vivenciadas na educação básica como alunos e estagiários, houve um estranhamento em relação às definições presentes nos livros didáticos. Nelas, cabe a consideração de faces não regulares para poliedros de Platão. Contudo, os licenciandos entenderam que se trata de uma definição sob o olhar da matemática atual.

É fundamental reforçar que o núcleo, constituído pelas estipulações locais, pode ser alterado pela incorporação de novos objetos e significados, bem como pelo abandono de outros, durante o processo de atividade. Neste momento da proposta de formação, Zuchi indagou sobre o que Platão definiu, acreditando, portanto, que ele teria sido o responsável pela criação desses poliedros.

Realizou-se também discussão sobre as definições que não estão, necessariamente, de acordo com os registros históricos, e de que modo a história da matemática contribui na legitimidade da escolha de definições.

Para finalizar, foi proposta uma pesquisa historiográfica em livros didáticos, a ser realizada em casa por meio de um questionário no formulário do Google. Seguem alguns resíduos de enunciação produzidos pelos licenciandos, após a pesquisa, em resposta à questão – Como e/ou em quê a pesquisa historiográfica ajudou você a entender as definições descritas acima?

Alguns licenciandos produziram significados ao considerar que a pesquisa historiográfica foi importante para compreender a história por trás das definições. Outros não acharam que a pesquisa auxiliou na compreensão dessas definições em livros



didáticos, avaliando que elas apenas continham o que já sabiam. Zuchi, Duda e Maia, por sua vez, compartilharam interlocutores ao produzirem significados à importância de formar uma opinião sobre o assunto, preparando-se para os diferentes questionamentos que podem surgir na sala de aula. Ressaltaram também a necessidade de desenvolver uma possível defesa e interpretação sobre o tema, a fim de dialogar com os alunos sem apresentar uma definição de livro didático como verdade absoluta.

Algumas considerações

Um ponto de destaque é o anacronismo histórico observado nas definições de poliedros de Platão, averiguado na análise de material didático durante a execução da proposta. A maioria desses materiais define tais poliedros a partir da relação de Euler, que surgiu séculos depois dos poliedros de Platão, constatando que esses poliedros, sob o olhar exclusivamente na definição, poderiam, assim, não ser necessariamente regular, atribuindo cinco classes respectivamente a cada um dos poliedros de Platão. No entanto, considerando a história da matemática, desde a obra de Platão, *Timeu*, há indicações que as faces dos poliedros são regulares, também possível de notar na obra de Euclides (Euclides, 2009).

Tendo isso em vista, fica as seguintes questões para outras investigações historiográficas – Que motivos e quando esta contradição se estabeleceu no ensino de matemática? Ou isso só ocorre só em alguns estados como no Espírito Santo?

Ainda a respeito dos poliedros de Platão, os licenciandos já tinham como estipulação que deveriam ser formados apenas por polígonos regulares, estranhando as definições presentes em alguns livros didáticos. No entanto, realizaram a reflexão sobre a razão pela qual os livros didáticos apresentam uma diferenciação entre os poliedros regulares e os poliedros de Platão, como se fossem objetos geométricos diferentes. Ademais, surgiu a indagação por parte de um licenciando sobre o que o próprio Platão havia definido.

Quanto à pesquisa historiográfica a respeito desses objetos geométricos, alguns licenciandos a consideraram fundamental para formar uma opinião crítica, com bases na história da matemática sobre o assunto e se prepararem para possíveis questionamentos que podem surgir em suas salas de aula, além de saberem que não precisariam usar



somente as definições de livros didáticos, podendo realizar discussões mais amplas sobre o assunto e privilegiar a produção de significados dos alunos.

Referências

BLOCH, Marc Leopold Benjamin. **Apologia da história ou o ofício do historiador**. Prefácio de Jacques Le Goff; apresentação à edição brasileira de Lilia Moritz Schwarcz; tradução de André Telles. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: geometria: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2, 8º ano**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: geometria plana e espacial**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da matemática elementar: geometria espacial: posição e métrica**. v. 10. 5. Ed. São Paulo: Atual, 2008.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretária da Educação (SEDU). **Material estruturado: os sólidos geométricos e a relação de Euler**. Ensino Médio. Vitória: SEDU, 2024.

Disponível

em: <https://drive.google.com/file/d/1cFm4RmL3vbTWGCmQ_JOm5BixhZLcpE0U/view?usp=sharing> Acesso em: 19 nov. 2024.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e Introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora da UNESP, 2009.

FIORENTINI, Dario. A Formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da Licenciatura em Matemática. **Revista de Educação** (Campinas), Campinas, São Paulo, v. 1, n.18, p. 107-115, 2005. Disponível em: <<https://periodicos.puc-campinas.edu.br/reeducacao/article/view/266/2945>> Acesso em: 21 set. 2023.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 27, p. 917-938, 2013. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/bolema/a/99f8nsJSh8K9KMpbGrg8BrP/abstract/?lang=pt>> Acesso em: 21 set. 2023.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto, ALMEIDA, Nilze de. **Matemática: ciência e aplicações: ensino médio**. volume 2. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.



LAVILLE, Christian, DIONNE, Jean. **A construção do saber:** manual de metodologia de pesquisa em ciências humanas. Tradução Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Poro Alegre: Artmed: Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999. ISBN 978-85-7307-489-5.

LE GOFF, Jacques. **A história nova.** Tradução por Eduardo Brandão. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

LINS, Romulo Campos. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. **Revista em Educação Matemática**, São Paulo, SP, Ano 1, n. 1, p. 75-91, set., 1993. Disponível em: <<http://sigma-t.org/permanente/1993.pdf>> Acesso em: 07 abr. de 2023.

LINS, Romulo Campos. Campos semânticos y el problema del significado en álgebra. **UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Barcelona, Espanha, n.1, p. 45-56, jul. 1994.

LINS, Romulo Campos. Notas sobre o uso da noção de conceito como unidade estruturante do pensamento. In: ESCOLA LATINO-AMERICANA SOBRE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA – ESLAPEF. **Anais de III Escola Latino-Americana sobre pesquisa em Ensino de Física**. Canela, RS, p. 137-141, jul., 1996. Disponível em: <<http://sigma-t.org/permanente/1996b.pdf>> Acesso em: 07 abr. 2023.

LINS, Romulo Campos. Luchar por la supervivencia: la producción de significado. **UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas**. Barcelona, Espanha, n.9, Ano III, p. 39-46, oct. 1997.

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria de conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 75-94.

LINS, Romulo Campos. The production of meaning for algebra: a perspective based on a theoretical model of semantic fields. In: SURTHERLAND, R; ROJANO, T; BELL, A.; LINS, R. C. (Eds.). **Perspectives on school algebra**. London: Kluwer Academic Publishers, 2001, p. 37-60.

LINS, Romulo Campos. O modelo dos campos semânticos: estabelecimento e notas de teorização. In: ANGELO, C. L. et al. (orgs.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. Disponível em: <<http://sigma-t.org/permanente/2012.pdf>> Acesso em: 07 abr. de 2023

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazio Afonso. **Pesquisas em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MENDES, Iran Abreu. History for the Teaching of Mathematics: Transformation and Mobilization of Mathematical Knowledge for School. **Pedagogical Research**, v. 5, n. 3, em0072, 2020. Disponível em: <<https://www.pedagogicalresearch.com/download/history-for-the-teaching-of->



[mathematics-transformation-and-mobilization-of-mathematical-knowledge-8284.pdf](#)>
Acesso em 07 set. 2023.

OLIVEIRA, Emilio Celso de; CHIUMMO, Ana. História da matemática em um curso de formação de professores: alguns apontamentos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 7, p. 77–86, 2016. DOI: 10.30938/bocehm.v3i7.68. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/68>>. Acesso em: 4 fev. 2026.

RADFORD, Luis; SANTI, Geoger. Learning as a critical encounter with the other: prospective teachers conversing with the history of mathematics. **ZDM Mathematics Education**, v. 54, p.1479–1492, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11858-022-01393-z>> Acesso em: 10 set. 2024.

SILVA, Armarildo Melchiades da. **Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática**. 2003. 243 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

SILVA, Armarildo Melchiades da. **O modelo dos Campos Semânticos: um modelo epistemológico em educação matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciências Moderna, 2022.

STAMATO, Jucélia Maria de Almeida. **A Disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática: dados e circunstâncias de sua implantação na Universidade Estadual Paulista, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente**. 2003. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91018/stamato_jma_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y> Acesso em 07 set. 2023.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro. **Contato matemática: 2º ano**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

VÁLDÉS, Juan Eduardo Nápoles. A história como elemento unificador na Educação Matemática. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N.. **A história como agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

Recebido em: 11 / 08 / 2025
Aprovado em: 20 / 02 / 2026