

EXPLORACIÓN DEL PROBLEMA DE LA CORONA DE ORO DE ARQUÍMEDES POR ESTUDIANTES DE SECUNDARIA: ACTIVIDAD DE UN LIBRO DE TEXTO

EXPLORAÇÃO DO PROBLEMA DA COROA DE OURO DE ARQUIMEDES POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL 2: ATIVIDADE DE UM LIVRO DIDÁTICO

Diana Carolina Pineda Pérez¹; Gabriel Kantún Montiel²

RESUMEN

Esta investigación aborda un análisis de la resolución de un problema histórico reconocido: la corona de oro de Arquímedes, tal como se presenta en un libro de texto de matemáticas destinado al nivel secundaria. Su propósito es examinar el proceso de solución de dicho problema por parte de estudiantes de secundaria, con el fin de identificar posibles dificultades y/o fortalezas en relación con el nivel de complejidad y la formulación de las preguntas. La actividad se adapta y aplica específicamente a estudiantes de nivel secundaria en un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México. Los resultados obtenidos a través de este estudio revelan una falta de coherencia entre la información histórica proporcionada en el libro de texto y las preguntas planteadas en la actividad. En consecuencia, se destaca la necesidad imperante de que los problemas históricos no solo se alineen con el tema abordado en el libro de texto, sino también al nivel educativo de los estudiantes, considerando la formalidad requerida para su comprensión y resolución.

Palabras clave: Arquímedes, Historia de las Matemáticas, Libro de texto, Problema Histórico.

RESUMO

Esta pesquisa aborda uma análise da resolução de um problema histórico reconhecido: a coroa de ouro de Arquimedes, conforme apresentado em um livro didático de matemática destinado ao ensino fundamental dois. Seu propósito é examinar o processo de resolução desse problema por parte de estudantes do ensino fundamental dois, a fim de identificar possíveis dificuldades e/ou fortalezas em relação ao nível de complexidade e à formulação das perguntas. A atividade é adaptada e aplicada especificamente a estudantes do ensino fundamental dois em uma escola localizada na cidade de Puebla, México. Os resultados obtidos por meio deste estudo revelam uma falta de coerência entre a informação histórica fornecida no livro didático e as perguntas apresentadas na atividade. Como resultado, destaca-se a necessidade imperativa de que os problemas históricos não apenas estejam alinhados com o tema abordado no livro didático, mas também com o nível educacional dos estudantes, levando em consideração a formalidade necessária para sua compreensão e resolução.

¹ Maestra en Educación Matemática por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Puebla, México. Doctoranda en Educación Matemática por la Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Rio Claro, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida 36A, 894, casa 5, Vila Alemã, Rio Claro, São Paulo, Brasil, CEP: 13506-650. E-mail: diana.perez@unesp.br. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0009-3596-0734>.

² Profesor investigador en la Facultad de Ciencias Físicas Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Puebla, México. Endereço para correspondência: Avenida San Claudio y 18 Sur, Colonia San Manuel, Edifício FM1 Oficina – 105A, Ciudad Universitaria, Puebla, Puebla, México, CEP: 72570. E-mail: gtkantun@cfm.buap.mx. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4954-6824>.



Palavras-chave: Arquimedes, História da Matemática, Livro Didático, Problema histórico.

Introducción

Uno de los acontecimientos históricos más destacados en el ámbito de las matemáticas es el problema de la corona de Arquímedes (288 a.C. – 212 a.C.). Este evento ha cobrado relevancia principalmente debido al método que empleó Arquímedes para demostrar al rey Hierón que la corona no estaba hecha de oro puro. A pesar de las condiciones de la época, Arquímedes, un brillante matemático, físico, ingeniero, astrónomo y geómetra griego, logró encontrar la solución correcta a este enigma. Sin embargo, los detalles exactos del procedimiento que utilizó siguen siendo desconocidos.

Según la narración de Marco Vitruvio, contó la historia de la siguiente manera:

Un viejo rey de Siracusa llamado Hierón II habiendo triunfado en todos sus proyectos, resolvió ofrecer una corona de oro como agradecimiento a los dioses. Acordó su fabricación con un experto artesano, a quien pagó una fuerte suma de dinero. Con la corona en sus manos, el rey tuvo desconfianza y quiso saber si efectivamente estaba fabricada completamente del precioso metal, pero esto era imposible sin destruirla. Entonces hizo llamar a Arquímedes, uno de los sabios de la corte, quien señaló que el problema no tenía solución debido a su forma irregular, lo que impedía calcular su volumen y densidad de forma exacta. El rey insistió y le exigió una respuesta bajo amenaza de muerte: o resolvía el problema o pagaba con su cabeza. Sin alternativa trabajó duramente, estudió, consultó, pero no obtuvo ningún logro positivo. Resignado a morir decidió darse un baño y presentarse ante el rey, pero en momentos en que se encontraba sumergido en el agua de pronto lo invadió la certeza.

La leyenda dice que saltó de la bañera y corrió desnudo por las calles gritando ¡Eureka!... ¡Eureka! Allí estaba la solución, su cuerpo al entrar en la tina desplazó una cantidad de agua equivalente a su volumen, el que ahora podría medirse fácilmente [...] (López, 2005, p. 296).

La Historia de las Matemáticas es una línea de investigación muy importante que se centra en comprender el desarrollo y evolución de los conceptos matemáticos a lo largo del tiempo, es decir, que tiene en cuenta el recorrido histórico y todos los acontecimientos que se llevaron a cabo para la formalización de conceptos matemáticos desde la antigüedad hasta la actualidad. Por otro lado, la Educación Matemática se refiere al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la cual se enfoca en estudiar los procesos de comprensión de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes, su capacidad para resolver problemas matemáticos y su razonamiento.

Teniendo en cuenta esto, este estudio pretende mostrar una iniciativa para traer discusiones sobre las relaciones entre Historia de las Matemáticas y Educación Matemática.



Bajo este tenor, esta investigación tuvo como objetivo examinar el proceso de solución del problema de la corona de oro de Arquímedes por parte de estudiantes de secundaria, con el fin de identificar posibles dificultades y/o fortalezas en relación con el nivel de complejidad y formulación de las preguntas.

Está investigación fue realizada en un contexto educacional mexicano, pues la actividad del problema histórico fue seleccionada de un libro de texto de México y aplicada a estudiantes de los tres niveles de secundaria de este país.

El problema de la corona de Arquímedes como una propuesta de actividad en los libros de texto

En la actividad propuesta para los estudiantes se utilizó un cuestionario con preguntas abiertas en el que se pidió realizar algunas actividades sobre el problema de la corona de Arquímedes. Además, en el cuestionario se incluyeron preguntas en escala tipo Likert en dos sentidos: (1) sobre la dificultad percibida por los estudiantes sobre el problema; (2) en cuanto a la formulación de cada pregunta.

Para el planteamiento de las preguntas abiertas, fue empleada la actividad aplicada por Pineda, Kantún y Slisko (2021) en un estudio de caso³. Así, para los tres primeros puntos de esta actividad se ha tomado como base el libro de texto de Matemáticas, Infinita secundaria de 1º, escrito por Bosch, Meda y Gómez (2018). Abordamos este libro de texto, porque en la revisión de contenido histórico que se hizo a 64 libros de nivel secundaria propuestos por la Conaliteg⁴, encontramos que este fue el único libro que hizo mención al problema de la corona de Arquímedes y la propuso como una actividad.

Para el cuarto y último interrogante, se tomó en cuenta la pregunta citada por Slisko (2005) del libro de texto de Física y Química, Ciencias de la Naturaleza de 4º secundaria, escrito por España, López, Morales y Arribas en el año 1995.

A continuación se presenta la actividad que los estudiantes realizaron acerca de este problema histórico:

³ En una primera investigación realizada por Pineda, Kantún y Slisko (2021), fue llevado a cabo un estudio de caso con cuatro estudiantes, a través de entrevistas clínicas. En esta segunda investigación, se decidió aplicar la actividad a 44 estudiantes de diferentes niveles de secundaria, además de adicionar preguntas de escala tipo Likert, con el fin de identificar posibles dificultades y/o fortalezas en relación con el nivel de complejidad y la formulación de las preguntas.

⁴ Se refiere a la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, el cual es un organismo público de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México y tiene como objetivo brindar libros de manera gratuita a los estudiantes de educación básica inscritos en el sistema educativo nacional.



Actividad

Lee el siguiente texto y luego responde lo que se pregunta:

Alrededor del siglo III a.C. el rey Hierón II, gobernante de Siracusa (antigua Grecia), dio un lingote de oro a un orfebre para que le elaborara una corona. Al recibir la corona, el rey pidió verificar que en ella se hubiera empleado todo el lingote de oro. Arquímedes, uno de los más grandes matemáticos, explicó al rey que en la elaboración de la corona se había sustituido parte del oro por otro material.

a) ¿Cómo supo Arquímedes que la corona no era de oro puro? Explica con detalle el método.

b) ¿Qué medidas conserva un lingote de oro, ya sea perímetro, área o volumen, aun después de ser deformado? Explica.

c) Si el lingote y la corona se guardan en cajas, ¿cuál de las dos cajas tendrá mayor capacidad? Explica.

d) ¿Qué método empleó Arquímedes para ello? Descríbelo con ayuda de dibujos.

Ahora, responde las siguientes preguntas sobre la actividad anterior:

1. ¿Qué tan difícil te pareció la pregunta del inciso *a*? Por favor, marca tu respuesta en la siguiente escala:

Muy difícil/Difícil/Neutral/Fácil/Muy Fácil

2. ¿Qué tan clara te pareció la instrucción de la tarea en el inciso *a*? Por favor, marca tu respuesta en la siguiente escala:

Totalmente Confusa/ Poco Confusa/Más o Menos Clara/Totalmente Clara

Estas dos últimas preguntas también se realizaron para los incisos *b*, *c* y *d* respectivamente.

Análisis de resultados de la aplicación de un problema histórico en los libros de texto

En este apartado se evidencian cada una de las soluciones proporcionadas por los estudiantes de secundaria con base a la actividad anterior. En Primero de Secundaria, la actividad se llevó a cabo con la participación de 15 estudiantes; en Segundo de Secundaria, participaron 14 estudiantes; y en Tercero de Secundaria, la actividad fue presentada por 15 estudiantes. En esta sección se hará un análisis de los resultados obtenidos en la actividad por cada grado, con el fin de observar el desarrollo que presentan



los estudiantes de secundaria frente a un problema histórico de hace siglos, específicamente del “Problema de la Corona de Arquímedes”.

Después de la aplicación de la actividad, se realizó un contraste entre los resultados obtenidos por los estudiantes de los diferentes niveles, luego, se hizo un análisis conforme a las categorías de dificultad y formulación de cada pregunta (análisis por categoría).

Para realizar un análisis general acerca de los resultados obtenidos en la prueba del Problema de la corona de Arquímedes, se optó por representar a través de una tabla para cada inciso (cuatro tablas en total) el registro de las respuestas que se encontraron en común entre los tres grados de secundaria, dándoles una relación general para cada ítem.

A partir de esto, se ubica enseguida el número de estudiantes de cada grado que responde con base a la relación indicada, y al final de cada grado se localiza el número total de estudiantes de secundaria que concuerdan con una respuesta relacionada con el ítem en mención. Se debe tener en cuenta que al sumar todos los estudiantes de secundaria a los cuáles se les aplicó la prueba, se obtiene un total de 44 estudiantes entre los tres grados.

Tabla 1 – Respuestas de la pregunta a.

Respuestas	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Nº de estudiantes
Relacionadas con el peso de la corona	6	9	2	17
Calculando los materiales usados	2	1	5	8
Método analítico (más grande, vio la elaboración, observo otro material)	5	0	2	7
Volumen	1	0	4	5
Brillo	0	1	1	2
Porque el rey lo pidió	1	2	1	4
No lo dice el texto	0	1	0	1
Sin contestar	0	0	0	0
Total	15	14	15	44

Fuente: Elaborada por los autores

Acerca del inciso *a* sobre del procedimiento que empleo Arquímedes, claramente se observa en la tabla que diecisiete estudiantes dieron respuesta a procesos relacionados con encontrar el peso de la corona. Ocho consideraron que Arquímedes tuvo en cuenta el



cálculo de los materiales que se usaron al realizar la corona. Siete acertaron con un método analítico, al considerar cuestiones como que el personaje en cuestión analizo el proceso de elaboración de la corona, vio su tamaño, entre otros. Cinco coincidieron con que era una cuestión de encontrar el volumen. Dos dijeron que era porque no tenía un brillo como el oro. Cuatro manifestaron que fue porque el rey pidió que investigara si la corona era de oro puro. Y, sólo un estudiante dijo que como el texto no lo dice no puede dar respuesta a este interrogante.

Con base a esto, indagamos que una gran parte de los estudiantes consideró que tal matemático pudo dar respuesta al rey Hierón, gracias a que averiguó el peso de la corona y lo comparó con el peso del lingote. Como no pesaban igual, Arquímedes inmediatamente se enteró que la corona no era de oro puro. En resumen, la mayoría de los estudiantes relacionaron el acierto de Arquímedes con el peso de la corona.

Tabla 2 – Respuestas de la pregunta b.

Respuestas	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Nº de estudiantes
Perímetro	0	0	0	0
Área	1	0	0	1
Volumen	2	2	4	8
Perímetro y Área	1	1	0	2
Perímetro y Volumen	1	0	0	1
Área y Volumen	0	0	1	1
Ninguna	2	0	0	2
Todas	1	1	3	5
Otros	6	6	7	19
Sin contestar	1	4	0	5
Total	15	14	15	44

Fuente: Elaborada por los autores

En esta tabla, la sección de “Otros” tiene en cuenta respuestas como: (1) Da valores numéricos; (2) Depende de cómo se deforma el lingote; (3) Peso; (4) No hay medidas para contestar; (5) No sabe cómo es un lingote; (6) Depende del tamaño del lingote; (7) Densidad; (8) Es de oro; (9) Si se derrite queda en estado líquido.

Enseguida, examinamos que de acuerdo con el inciso *b* hubo más respuestas un poco dispersas pese a lo que se pedía en el interrogante. Ningún estudiante manifestó que se conservaba únicamente el perímetro, pero un estudiante dijo que se conservaba tanto



el perímetro como el área; y, dos estudiantes indicaron que el perímetro y volumen se mantenían. Uno dijo que se mantenía el área y el volumen.

De todos los grados, un solo estudiante señaló que el lingote conservaba el área. Mientras que ocho estudiantes dijeron que se mantenía el volumen, la cual fue la respuesta con más coincidencia entre los tres grados.

Por su lado, dos estudiantes dijeron que no se conservaba ninguna medida al ser deformado. Cinco dieron con que se conservaban todas las medidas; otros cinco no contestaron el interrogante. Y, diecinueve estudiantes dieron respuestas un poco alejadas a las opciones que daba el enunciado como por ejemplo que dependía del tamaño del lingote; que se conservaba la densidad, otros que el peso; que era de oro; dieron valores numéricos al azar para cada medida; que dependía de cómo era deformado el lingote; otros que no sabían cómo era un lingote; otros que no hay valores numéricos para poder dar una respuesta; entre otros.

Tabla 3 – Respuestas de la pregunta c.

Respuestas	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Nº de estudiantes
Corona	9	3	5	17
Lingote	5	5	5	15
Ambos	0	1	3	4
Ninguno	0	1	0	1
Otros	0	4	2	6
Sin contestar	1	0	0	1
Total	15	14	15	44

Fuente: Elaborada por los autores

Por otra parte, en la tabla 3, la sección de “Otros” se refiere a respuestas como (1) Depende del tamaño o (2) Depende del peso de la corona.

Por consiguiente, pasamos al análisis general del inciso *c* y obtuvimos que las respuestas estuvieron un poco más concentradas. Esto porque diecisiete estudiantes respondieron que la caja que tenía mayor capacidad era la que contenía la corona. Quince estudiantes dijeron que la caja del lingote tenía mayor capacidad. Cuatro estudiantes manifestaron que ambas cajas tenían gran capacidad, aunque uno dijo que ninguna de las dos cajas tenía una mayor capacidad. Un estudiante no respondió y, por otro lado, seis



estudiantes dieron otro tipo de respuestas como que dependía del tamaño de cada elemento para dar una respuesta o del peso de la corona.

Sin embargo, hay que reflexionar un poco acerca de qué comprendieron los estudiantes con tener mayor o menor capacidad.

Tabla 4 – Respuestas de la pregunta d.

Respuestas	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado	Nº de estudiantes
Lingote	2	1	1	4
Corona	1	4	1	6
Balanza equilibrada	4	2	1	7
Balanza desequilibrada inclinada hacia la corona	0	2	1	3
Balanza desequilibrada inclinada hacia el lingote	1	2	2	5
Corona y Lingote sumergidos en cubetas con agua	0	0	3	3
Otros	5	1	6	12
Sin contestar	2	2	0	4
Total	15	14	15	44

Fuente: Elaborada por los autores

En la tabla 4, el apartado de “Otros” describe a (1) Proceso de elaboración de la corona; (2) Proceso de medición de la corona y lingote; (3) Lingote y corona en cajas; (4) Lingote en una gramera digital; (5) Pergamino; (6) Ojos mirando el brillo de la corona.

Finalmente, como se consolidó en la tabla anterior nos damos cuenta de que siete estudiantes dibujaron una balanza equilibrada en cada extremo con la corona y el lingote. Cinco estudiantes dibujaron una balanza inclinada hacia el lado del lingote, lo cual indica que consideraron que el lingote pesaba más que la corona.

Por su lado, tres estudiantes hicieron una balanza inclinada hacia el lado de la corona; y otros tres dibujaron unas cubetas de agua sobre las cuales estaban sumergidos la corona y el lingote en cada una, permitiéndose ver agua en el suelo. Cuatro estudiantes hicieron sólo un lingote y seis sólo una corona. Por otra parte, cuatro estudiantes no realizaron ningún dibujo, y doce estudiantes realizaron otro tipo de dibujos, como por ejemplo, un pergamino, el lingote y la corona en cajas; un lingote en una gramera digital; dibujaron el proceso de elaboración, el proceso de medir con reglas y escuadras cada elemento; entre otros.



Análisis por categoría

En primera instancia, el análisis por categoría se refiere, por un lado, al grado de dificultad de cada pregunta y, por otra parte, a la claridad o no sobre el planteamiento de la pregunta. Para conocer esto, al final de la actividad se establecieron preguntas tipo Likert para cada inciso (*a, b, c, d*), con el fin de conocer la percepción del estudiante acerca de cada inciso.

De esta manera, para conocer el grado de dificultad que tuvo cada estudiante, se establecieron las categorías de “Muy difícil – Difícil – Neutral - Fácil Muy - Fácil”. Para el grado de claridad acerca del planteamiento y formulación de cada pregunta, fueron definidas las categorías de “Totalmente confusa – Poco confusa – Más o menos clara – Totalmente clara”.

Con ayuda del análisis por categorías, se evidencia que en cuanto al grado de dificultad que presentaron los estudiantes al resolver cada interrogante, de manera general todos los niveles de secundaria coinciden en gran proporción que cada pregunta se presenta de manera *Neutral*, es decir, que se considera que las preguntas no estuvieron ni difíciles ni fáciles, sino en medio de estas categorías.

Además, en los tres grados se observó de forma global que en cuánto a la formulación de cada pregunta, fue considerada como *Totalmente clara*. Sin embargo, este único análisis no nos permite determinar por completo si la actividad propuesta es la correcta en todo sentido.

Cabe mencionar, que únicamente a los estudiantes de primer grado se les preguntó acerca de si habían escuchado la historia del problema de la corona de Arquímedes antes, a lo que la totalidad del curso respondió que nunca la había escuchado, con esto, podemos pensar en dos cuestiones. La primera, está relacionada con los objetivos del plan de estudios del colegio, pues, en general en primer grado de secundaria no se abordan estos temas; y la segunda, se refiere a pensar en que simplemente se decide omitir esta sección histórica.

Con este análisis exhaustivo, podemos afirmar que, si bien algunas respuestas de los estudiantes de los tres niveles de secundaria coinciden, otras difieren, y esto se debe al nivel escolar en el que se encuentran cada uno. Evidentemente, las respuestas de primero y segundo grado no presentan tanto fundamento teórico y analítico como las de tercer grado, que, por las explicaciones y dibujos que proporciona cada estudiante, nos



permite inferir que antes de realizar la actividad propuesta quizás ya conocían la historia del problema de la corona de oro de Arquímedes o tienen más claro las nociones matemáticas que se trabajan en tal actividad. Esto, porque sus respuestas van más allá de lo que sólo proporciona el texto introductorio de la actividad.

Los de primero y segundo de secundaria, en gran parte, relacionaron la solución del problema por parte de Arquímedes a través del peso, lo cual sabemos que no tiene sentido, porque en el enunciado de la actividad tuvo que hacerse énfasis en que la corona y el lingote tenían el mismo peso para evitar que los estudiantes dieran esta respuesta errada como solución al problema.

Sin embargo, se destaca sólo un estudiante que decide no responder, al justificar que lo que se está preguntando no se puede obtener con ayuda del texto introductorio de índole histórica, lo cual puede considerarse como válido, puesto que la pregunta insiste en explicar con detalle el método empleado por el matemático griego.

En el tercer inciso, que estaba relacionado con la caja que tiene mayor capacidad, se destacan algunos estudiantes de segundo y tercero que analizaron que, dependiendo del tamaño de cada elemento, es decir, de la corona y el lingote, así mismo podrán determinar cuál caja tendría mayor capacidad. Se puede considerar que este tipo de respuestas, en las que salen a relucir pocos estudiantes, van más allá de la interpretación simple que generalmente cualquiera estudiante podría proporcionar al querer dar una respuesta de algunas de las dos opciones que da el interrogante. En otras palabras, estos estudiantes tuvieron un pensamiento crítico del problema.

Otro aspecto para resaltar es que se visualiza que gran parte de los estudiantes, en todos los grados, dibujaron inequívocamente una balanza donde uno de sus extremos contiene una corona y el otro extremo un lingote de oro. Cada estudiante potencio su capacidad gráfica del problema, pues estaba a su consideración, y podemos decir que “dejaron volar su imaginación”.

Comentarios finales

Algunos estudios, como los de Madrid et al. (2018), Smestad (2000), Baki y Bütüner (2013), Erdogan et al. (2015), Papadopoulos y Xenofontos (2015), Chang (2015), Yildiz et al. (2015), Mersín y Durmus (2018), Ceylan (2021), Pineda (2022), entre otros, revelan que cuando en un libro de texto aparece algo relacionado con la historia de las



matemáticas, existe una gran diversidad en la forma en que se presenta este contenido histórico. Además, este tipo de contenido es escaso. En este estudio, nos centramos en analizar las estrategias de estudiantes de secundaria en la solución del problema de la corona de oro de Arquímedes, tal como se expone en un libro de texto de primer grado de secundaria, con el fin de observar las posibles dificultades y/o fortalezas en relación con el nivel de complejidad y la formulación de las preguntas.

Es importante destacar que de acuerdo con los resultados obtenidos de esta investigación, el contenido histórico provisto por la actividad para que los estudiantes respondan resulta insuficiente frente a la complejidad de las preguntas planteadas. Esto se observa desde el primer interrogante, donde se solicita al estudiante que explique con detalle el método utilizado por Arquímedes para resolver el problema. Sin embargo, al realizar un análisis exhaustivo del proceso de solución llevado a cabo por el matemático griego, nos encontramos con la limitación de que, debido a la antigüedad de los hechos, no se conoce con precisión la forma en que se abordó este problema, ya que Arquímedes no dejó registro alguno al respecto.

No cabe duda de que no se conoce con exactitud el procedimiento que empleó Arquímedes para encontrar la solución al problema, esto por las condiciones de la época y los pocos instrumentos que se tenían. Por esto, su procedimiento es juzgado en la medida que “Arquímedes no determina la sensibilidad de la balanza de esta forma, sino que lo hace por tanteo, puesto que, una vez se han equilibrado dos masas iguales de plata y oro, en el manuscrito se dice: Esta prueba debe ser repetida dos, tres o cuatro veces, en el aire y en el agua” (SALVAT; SÁNCHEZ, 1995, p. 111).

Dos aproximaciones a la solución que da Arquímedes según algunos autores son las siguientes:

(1) Martín (1998 apud Slisko, 2005) mencionó que “para resolver introdujo la corona en agua y midió la subida de nivel del líquido en el recipiente, lo que le permitió calcular el volumen de la corona y a partir de aquí su densidad. Conociendo la densidad dedujo entonces que no contenía únicamente oro” (p. 367).

(2) García Pozo y Equipo Edebé (1996 apud Slisko, 2005) plantearon que Arquímedes “sumergió la corona en el agua y midió el volumen del agua desalojada: éste era el volumen de la corona [...] Entonces, pesó una cantidad de oro puro cuyo volumen era igual que el de agua desalojada. El peso de aquél debería coincidir con el peso de la



corona, pero no fue así: la corona pesaba menos. De esta forma Arquímedes descubrió que el artesano había engañado al rey” (p. 367).

Por supuesto, “no se cuenta con la verdad histórica, pero, viendo la manera como se cuenta esta leyenda ahora, se puede concluir mucho sobre la visión de la historia de la física que comparten los autores de libros de texto. La historia se usa solamente para promover el conocimiento en su estado actual” (SLISKO, 2008, p. 18).

En este sentido Salvat (1987 apud Salvat y Sánchez, 1995) ya se daba cuenta de la deformación introducida por los textos escolares al presentar el denominado “*Principio de Arquímedes*”, como consecuencia de dar solución al enigma de la corona de oro del rey Hierón.

De esta manera, se opta por pensar que hay falencias didácticas como lo son “la falta de claridad conceptual y el escaso o ausente apoyo visual al procedimiento experimental que forma parte del razonamiento en que se basa la solución” (SLISKO, 2005, p. 365). No hay profundización del objeto matemático y sólo se espera que cada estudiante reflexione acerca de este acontecimiento histórico sin comprender realmente en qué situación problema se encuentra.

Sin embargo, esperar que los estudiantes a los que se les aplicó la prueba, respondan de esta manera es una ilusión, por lo que en el texto no se proporciona la información suficiente para que el estudiante pueda llegar a dar esta respuesta. En este caso, el primero y el último interrogante están relacionados, porque se podría decir que el inciso *d* es la representación gráfica de la respuesta dada en el inciso *a*.

Por otra parte, el inciso *b* que está relacionado con preguntar acerca de las medidas que conserva un lingote después de ser deformado, y evidentemente esto no tiene nada que ver con la corona ni mucho menos con el problema de Arquímedes que se presenta.

Esto mismo ocurre con el inciso *c*, porque este pasaje nunca se dio en la historia. Aunque se podría pensar que los autores del libro de texto piensan que como la densidad de la corona es menor y su volumen es mayor, por esto la caja que tiene mayor volumen es aquella que contiene la corona, pero no se puede determinar esto por la forma que tiene una corona, la cual es diferente a la del lingote. A pesar de este análisis, la mayoría de los estudiantes que respondieron que la caja de la corona era la que tenía mayor capacidad, basaron su respuesta en el tamaño en lugar del volumen.



La formulación de la actividad no es clara, ya que solo menciona lo básico y no resalta el hecho crucial de que el lingote y la corona deben tener la misma masa. Es decir, no se hace hincapié en detalles fundamentales para una interpretación precisa del problema.

En todos los incisos queda evidenciado que la historia presentada no contribuye a la solución de ningún interrogante. Por lo tanto, se sugiere que si se va a incluir la historia de las matemáticas en los libros de texto, esta debe ser auténtica para que los estudiantes adquieran un conocimiento más fructífero y efectivo.

Por último, es importante mencionar cómo los libros de texto guía que utilizan los docentes para orientar sus clases, es decir, aquellos que presentan un solucionario de cada una de las respuestas, están desfasados de lo que creen que podría dar el estudiante con la pobre información histórica del problema.

Con el libro de texto que empleamos para los tres primeros incisos, se recurrió al libro guía para complementar nuestro análisis y hacerlo un poco más verídico. Observamos que respecto a la primera pregunta, el solucionario indica que el estudiante debe ofrecer una *Respuesta Libre*. Esto nos lleva a entender que, en este caso, cualquier respuesta que dé el estudiante es válida, y se considera que esto es lo más coherente debido a la escasez de contenido histórico proporcionado por el libro.

A continuación, al observar la respuesta de la segunda pregunta, notamos que según el solucionario, la respuesta correcta es el “*Volumen porque al deformar un lingote, su perímetro y área cambian*”.

Esta respuesta tiene sentido en cierto modo, pero también carece de él, porque al reflexionar sobre ello, es válido especular en esa respuesta solo para aquellos que conocen verdaderamente la historia completa de este acontecimiento. No obstante, para un estudiante que se basa únicamente en el breve relato proporcionado en el texto como introducción, es muy difícil acertar con la respuesta de que lo que debe conservar el lingote es el volumen. Al menos debería hacerse hincapié en que para lograrlo es necesario que la masa y su densidad sean iguales. Sin embargo, tal como está planteada la actividad, no se brinda la oportunidad para que el estudiante llegue a esa conclusión de manera acertada.

En la tercera pregunta, se identifica que el solucionario establece que la respuesta del estudiante debe ser “*La caja que contiene a la corona, ya que en el lingote, el oro se*



encuentra ocupando menor espacio que el de la corona”. Con esto inferimos que la respuesta implica que, prácticamente debido a la forma de la corona, esta ocupa un mayor espacio.

Si se busca que el estudiante razone todo lo que concierne acerca del volumen, no tendría sentido, porque como todos sabemos, la forma de una corona es diferente y, por tanto, va a tener que guardarse en una caja más grande, y muy seguramente el estudiante va a dar está justificación, como según lo expone el solucionario, que es lo correcto. Sin embargo, se insiste en que esta pregunta realmente carece de sentido al ser planteada, ya que originalmente esto no ocurrió en la historia. Más bien, para que sea coherente con la historia, lo correcto sería proporcionar una justificación de por qué esta tiene un mayor volumen debido a que no es de oro puro. No obstante, es imposible que un estudiante llegue a esta respuesta con el contenido que proporciona la actividad.

Aunque no disponemos del solucionario para la última pregunta, podríamos suponer que se trata de una *Respuesta libre*. A pesar de que el estudiante tiene la libertad de dibujar lo que desee, también podemos inferir la posibilidad de que el libro solicite un dibujo relacionado con la verdadera historia del problema de la corona y la solución propuesta por Arquímedes. Sin embargo, esto no tendría mucho sentido debido a la escasez de información histórica proporcionada en la introducción, como ya hemos mencionado. Por lo tanto, esto no brinda suficiente base para que el estudiante decida realizar un dibujo con estas características.

Desde otro punto de vista, en el solucionario del libro se destacan dos aspectos. En primer lugar, se presenta la actividad propuesta como una forma de introducir un tema. En segundo lugar, se ofrecen *Orientaciones Didácticas* sobre la temática a abordar. Se percibe que “esta lección tiene como objetivo que los estudiantes deduzcan la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos rectangulares” y, por otro lado, que “promueva la creatividad del grupo para determinar el volumen de diferentes cuerpos, ello mejorará la comprensión de la fórmula”. Esto nos lleva a considerar que iniciar el tema con el problema de la corona de Arquímedes puede ser beneficioso, siempre y cuando se mantenga la originalidad de la historia y no se omitan los detalles cruciales. Por lo tanto, se considera que la forma en que se presenta la historia no generará un conocimiento frutífero en los estudiantes.



Un aspecto que quizás no es tan relevante, pero que cabe señalar, es el detalle de que en la misma hoja de la actividad (en la parte inferior izquierda) se presenta, mediante dos recuadros, una información que, al parecer, los autores consideraron que permitiría al estudiante reflexionar y dar solución al problema acertadamente.

Un recuadro contiene un *Glosario*, donde se definen las palabras “lingote” y “orfebre” de la siguiente manera:

Lingote: Barra de metal en bruto.

Orfebre: Persona cuyo oficio consiste en elaborar objetos y joyería de metal.

El otro recuadro, titulado “*Conoce más*”, está diseñado para fomentar la investigación adicional del estudiante en caso de estar interesado, y presenta lo siguiente: *¿Quieres saber la historia completa de Arquímedes y el rey Herión II? Lee el libro ¡Eureka! lo encontré de Diana Coronado. Búscalo en tú biblioteca de aula.*

Ambos recuadros nos llevan a concluir que su contribución a la solución del problema es bastante limitada. La actividad deja en manos del estudiante la decisión de buscar o no toda la historia, según su interés y curiosidad. No obstante, el libro de texto debería proporcionar coherencia en el contenido y los elementos necesarios para que el estudiante pueda encontrar las respuestas correctas de manera más efectiva.

Además, ¿por qué los autores están seguros de que en la biblioteca del salón de aula está presente exactamente ese libro? Y luego, ¿existe una biblioteca en el aula? Son cuestiones que cualquiera podría plantearse, sin embargo, no hay forma de garantizar estos supuestos.

Finalmente, todo esto nos lleva a la conclusión de que, para intentar alcanzar un buen proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con la ayuda de libros de texto que incluyen contenido histórico a través de actividades, es crucial que el relato histórico proporcione al estudiante los elementos necesarios para responder adecuadamente o aproximarse a la respuesta correcta según la formulación de la pregunta. De lo contrario, carecería de sentido esperar que cada estudiante dé respuestas bien fundamentadas si la historia subyacente no está adecuadamente desarrollada.

No obstante, cabe considerar que el docente podría enriquecer el contenido histórico para facilitar una respuesta más completa. Sin embargo, este aspecto no constituye el objetivo de esta investigación.



Como es bien sabido, “la historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje ha sido un aspecto que muchos docentes ignoran al momento de impartir una clase debido a diferentes circunstancias” (PINEDA, 2022, p. 61). Solo unos pocos nos concentramos en estos aspectos históricos, los cuales podrían ser de gran beneficio en las clases si tan solo reflexionáramos sobre los efectos positivos que podrían generar en los estudiantes, pues “la historia de las matemáticas es considerada como uno de los métodos que son usados en la enseñanza de las matemáticas, con el fin de que el estudiante comprenda el valor de esta ciencia y tenga una actitud positiva hacia la misma” (CEYLAN, 2021, p. 321).

Con este tipo de investigaciones, se pretende cambiar poco a poco la visión complicada que se tiene acerca de esta ciencia, y que la historia empiece a ser vista, desde los mismos profesores hasta los estudiantes, como una herramienta clave para apropiarse de los objetos matemáticos con mayor rigor.

Adicionalmente, es importante señalar la importancia de continuar mejorando la estructura de las actividades con propósitos históricos, de modo que los estudiantes se sumerjan en los grandes problemas matemáticos que han dado forma a nuestro conocimiento actual.

Referencias

BAKI, A.; BÜTÜNER, S. The Ways of Using The History of Mathematics in 6th, 7th and 8th Grade Mathematics Textbooks. **Ilkogretim Online**, v. 12, n. 3, p. 849-872, 2013.

BOSCH, C; MEDA, A.; GÓMEZ, C. **Matemáticas 1. Infinita Secundaria**. Ediciones Castillo. Puebla: CONALITEG, 2018. *E-book*.

CEYLAN, S. Investigation of the elements of the history of mathematics in secondary school mathematics coursebooks. **TURCOMAT - Turkish Journal of Computer and Mathematics Education**, v. 12, n. 1, p. 320-348, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.701479>. Acesso em: 17 fev. 2024.

CHANG, H. Analysis on using the history of mathematics in chinese mathematics textbooks. **Journal for History of Mathematics**, v. 28, n. 1, p. 15-29, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.14477/jhm.2015.28.1.015>. Acesso em: 17 fev. 2024.

ERDOĞAN, A.; EŞMEN, E.; FINDIK, S. Ortaokul matematik ders kitaplarında matematik tarihinin yeri: ekolojik bir analiz. **Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim**



Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, v. 42, n. 42, p. 239-259, Jun. 2015. DOI: 10.15285/ebd.67242

LÓPEZ, R. La bañera de Arquímedes y otras historias del descubrimiento científico: el arte del pensamiento creativo. Perkins, David. Barcelona, Paidós, 2003:302. Anales de la Universidad de Chile, [S. l.], n. 17, p. Pág. 296–299, 2005. Disponível em: <https://anales.uchile.cl/index.php/ANUC/article/view/898>. Acesso em: 20 fev. 2024.

MADRID, M. et al. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. **Funes**, v. 3, p. 310-319, 1997. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/13865/1/Madrid2018La.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2024.

MERSIN, N; DURMUŞ, S. Matematik Tarihinin Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Yeri. **Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi**, v. 18, n. 2, p. 997-1019, 2018. DOI: <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018.-400746>

PAPADOPOULOS, C.; XENOFONTOS, C. Opportunities of learning through the history of mathematics: the example of national textbooks in Cyprus and Greece. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, v. 16, p. 1-18, 2015. Disponível em: <http://www.cimt.org.uk/journal/xenofontos.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2024.

PINEDA, D. C. **El uso de la historia en los libros de texto de matemáticas de secundaria de México**. 2022. Dissertação (Programa de Maestría en Educación Matemática) - Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, 2022. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12371/17614>. Acesso em: 19 fev. 2024.

PINEDA, D. C.; MONTIEL, G. K.; SLISKO, J. El problema de la corona de oro de Arquímedes: Un estudio de caso de las soluciones estudiantiles en México y Colombia. **Revista Sigma**, v. 17, n. 2, p. 1-14, 2021. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8568482>. Acesso em: 20 fev. 2024.

SALVAT, A.; SÁNCHEZ, J. Aplicación didáctica de la balanza "pesaoro" de Arquímedes. **Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**, v. 13, n. 1, p. 107-112, 1995. Disponível em: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.4288>. Acesso em: 18 fev. 2024.

SLISKO, J. La historia de la física en la enseñanza. Desde los objetivos curriculares hasta la práctica docente. **El Cronopio**, Madrid, p. 16-21, 2008.

SLISKO, J. Sacándole más jugo al problema de la corona. Primera parte: el tratamiento conceptual. **Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias**, Puebla, v. 2, n. 3, p. 364-373, 2005. Disponível em: https://doi.org/10.25267/rev_eureka_ensen_divulg_cienc.2005.v2.i3.05. Acesso em: 18 jan. 2024.



SMESTAD, B. History of mathematics in Norwegian textbooks. **Ninth International Congress on Mathematics Education**, Tokyo, p. 1-4, 2000.

YILDIZ, C.; HACISALIHOĞLU, M.; GÖL, R. The usage of the biographies of mathematicians in elementary and secondary mathematics textbooks. **European Conference on Social and Behavioral Sciences**, p. 1-14, 2015. DOI: 10.3726/978-3-653-05968-7

Recebido em: 20 / 01 / 2024

Aprovado em: 05 / 03 / 2024