

## APONTAMENTOS SOBRE A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO XADREZ PROPOSTA POR AL-BIRUNI NA OBRA A CRONOLOGIA DAS NAÇÕES ANTIGAS

### NOTES ON THE SOLUTION OF THE CHESS PROBLEM PROPOSED BY AL-BIRUNI IN THE WORK THE CHRONOLOGY OF ANCIENT NATIONS

Maria Luíza dos Santos<sup>1</sup>

#### RESUMO

O desenvolvimento das ciências e da matemática aconteceu em diversas regiões do mundo. Dessa forma, muitos estudiosos deixaram contribuições para esses campos do conhecimento. Entretanto, não é tão fácil encontrar bibliografias, em língua portuguesa, que os retratem. A exemplo desse contexto, citamos os estudiosos islâmicos da era medieval e em particular Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973 – 1048), que deixou estudos em diversas áreas do conhecimento, incluindo a que conhecemos hoje por matemática. Assim, o objetivo desse artigo é apresentar apontamentos iniciais de um estudo histórico-matemático do fragmento do documento *A Cronologia das Nações Antigas*, de al-Biruni, que trata do *Problema do Xadrez* contido no capítulo VI da obra. Para alcançar esse objetivo, a pesquisa possui metodologia qualitativa de procedimentos bibliográfico e documental. Desse modo, na fase bibliográfica fizemos um levantamento de fontes sobre al-Biruni, seu contexto e suas obras, bem como, sobre a história da matemática islâmica medieval e outros. Após essa etapa, iniciamos o estudo histórico-matemático do documento escolhido (fase documental). A partir do estudo do fragmento selecionado, percebemos que ele descreve uma solução proposta por al-Biruni para um problema do xadrez, relacionado a uma lenda antiga conhecida na Índia. Na solução apresentada, notamos que vários conhecimentos de natureza matemática são mobilizados, a exemplo de progressão geométrica, potências e quadrados perfeitos.

**Palavras-chave:** al-Biruni, problema do xadrez, A Cronologia das Nações Antigas.

#### ABSTRACT

The development of science and mathematics took place in different regions of the world. In this way, many scholars left contributions to these fields of knowledge. However, it is not so easy to find bibliographies, in Portuguese, that portray them. As an example of this context, we cite the Islamic scholars of the medieval era and in particular Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973 – 1048), who left studies in different areas of knowledge, including what we know today as mathematics. Thus, the objective of this article is to present initial notes from a historical-mathematical study of the document fragment *The Chronology of Ancient Nations*, by al-Biruni, who treated *Chess Problem* contained in chapter VI of the work. To achieve this objective, the research uses a qualitative methodology of bibliographic and documentary procedures. Thus, in the bibliographic phase we surveyed sources about al-Biruni, his context and his works, as well

---

<sup>1</sup> Mestranda em Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, Rio Grande do Norte, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Marize Bastier, 37, Lagoa Nova, Natal, Rio Grande do Norte, Brasil, CEP: 59056070. E-mail: luiza.santos.700@ufrn.edu.br. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8357-1068>.



as the history of medieval Islamic mathematics and others. After this stage, we begin the historical-mathematical study of the chosen document (documentary phase). From the study of the selected fragment, we realized that it describes a solution proposed by al-Biruni to a chess problem, related to an ancient legend known in India. In the solution presented, we note that various knowledge of a mathematical nature is mobilized, such as geometric progression, powers and perfect squares.

**Keywords:** al-Biruni, chess problem, the chronology of ancient nations.

## **Introdução**

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM/UFRN). Desse modo, o projeto de pesquisa ao qual se refere este artigo, visa usar um fragmento presente no documento *The Chronology of Ancient Nations* (vamos utilizar a tradução: *A Cronologia das Nações Antigas*) de al-Biruni (973 – 1048) para produzir um objeto de aprendizagem para a matemática baseado no estudo histórico-matemático do texto citado e na aliança entre história da matemática e tecnologias digitais. Assim, o objetivo deste artigo é apresentar os apontamentos iniciais do estudo histórico-matemático do fragmento *O Problema do Xadrez* contido no capítulo VI do documento *A Cronologia das Nações Antigas* de al-Biruni.

Sabemos que os estudiosos islâmicos da era medieval tiveram um papel muito relevante no desenvolvimento da matemática e de outros campos do conhecimento, entretanto não é comum encontrarmos bibliografias que retratem esses estudiosos e suas obras, sobretudo em língua portuguesa. Como afirma Scheppler (2006, p.10)

as disciplinas matemáticas como a álgebra e a trigonometria, por exemplo, são fundamentais para cálculos precisos no campo da astronomia. Ambas as disciplinas se originaram em terras Muçulmanas, mas sabemos mais sobre os estudiosos da Renascença que aplicavam as fórmulas do que os estudiosos muçulmanos que desenvolveu-las, o tempo está maduro para aumentar a nossa compreensão desta região fundamental do globo.

. Dessa forma, a escolha desse tema se justifica pelo desejo de usar a solução do problema do xadrez, proposta por al-Biruni, para dar visibilidade a uma história da matemática islâmica medieval.

Além de contribuir para a história da matemática islâmica medieval, pretendemos usar os resultados do estudo histórico-matemático do fragmento do capítulo VI, contido em *A Cronologia das Nações Antigas* de al-Biruni, para construir um objeto de aprendizagem para a matemática como produto educacional. Esse objeto de aprendizagem será do tipo digital e seu embasamento contempla, como dito, as



características da aliança entre as tendências história da matemática e tecnologias digitais de Sousa (2023).

Considerando esses pontos, o presente artigo se estrutura com quatro seções, a saber: essa introdução, que apresenta o estudo em linhas gerais; a seção de metodologia, que trata dos aspectos que permitem o alcance dos objetivos; a seção intitulada *Apontamentos preliminares do estudo histórico-matemático do fragmento o problema do xadrez*, que traz o cerne da pesquisa e, por fim, a seção das considerações finais, que aborda as conclusões obtidas e desdobramentos futuros. Seguindo essa estrutura, temos a seguir, a seção da metodologia do artigo.

### **Metodologia**

Por ser uma pesquisa de característica subjetiva, indutiva e interpretativa, aderimos a abordagem metodológica qualitativa com procedimentos bibliográfico e documental. Stake (2011) afirma que a pesquisa qualitativa une experiência pessoal, ceticismo e intuição, além de que seu raciocínio se baseia na percepção e compreensão humana, de fato, durante a realização dessa pesquisa, procuramos entender o contexto e vivências de al-Biruni a partir de suas biografias e cenários que marcaram essa época e produção.

A pesquisa bibliográfica se embasa em Kripka, Scheller e Bonotto (2015), sendo uma pesquisa que se apoia em fontes com a finalidade de produzir conhecimento sobre determinados temas. Sendo assim, nos debruçamos em bibliografias (do tipo artigos, capítulos de livros e outros), que retratassem al-Biruni e o contexto ao qual ele viveu e desenvolveu seus estudos, assim como, sobre a história da matemática islâmica medieval, a aliança entre história da matemática e tecnologias digitais e ainda sobre objetos de aprendizagem. Essas fontes foram encontradas em *sites* como *Google* acadêmico, plataforma *scielo* ou revistas como o Boletim Cearense de História da Matemática.

Para a escolha do documento, utilizamos Souza e Sousa (2018) que realizou um levantamento das obras de al-Biruni e a partir desse levantamento escolhemos obra *A Cronologia das Nações Antigas* para iniciar o estudo histórico-matemático. Nessa fase da pesquisa, adentramos na pesquisa documental, que se define pela busca de informações em documentos que não receberam nenhum tipo de tratamento (Oliveira,

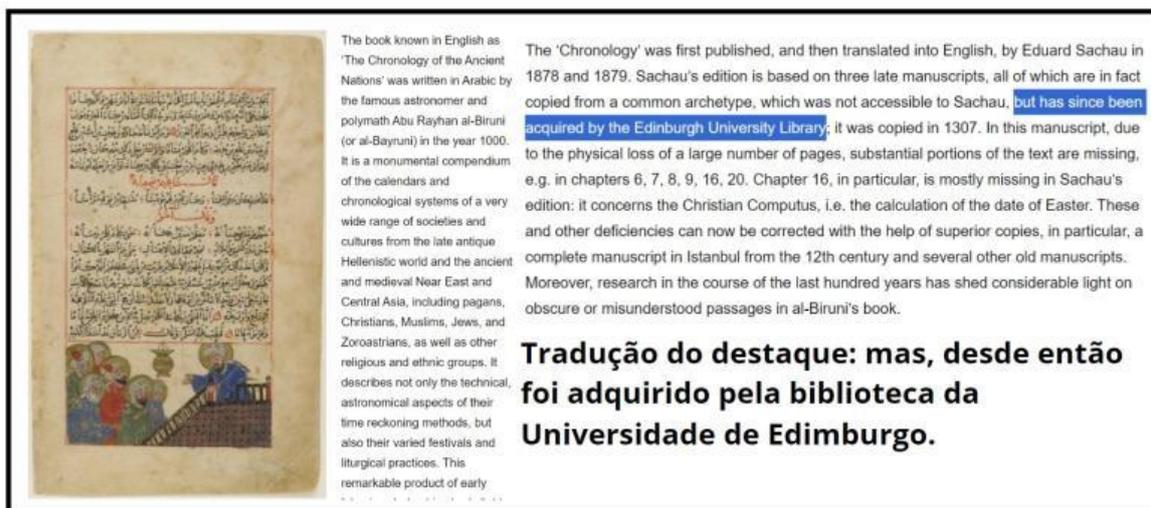


2007)Entretanto, antes de começar o estudo do documento escolhido, foi preciso iniciar uma busca tanto por uma versão traduzida quanto pela sua versão original.

A busca pela versão traduzida aconteceu da seguinte forma: pesquisamos no *Google* acadêmico o nome do documento em inglês (*The Chronology of Ancient Nations*) junto ao nome do autor (al-Biruni). Como resultado, o único artigo que encontramos, Broutian (2010), faz referência ao documento de al-Biruni apenas em uma nota de rodapé, sobre festas armênicas. Essa referência nos forneceu dados, como editora, ano de publicação e tradutor, da versão traduzida do texto procurado. A partir dessas informações, conseguimos achar a versão em inglês do documento escolhido na biblioteca virtual Gallica<sup>2</sup>.

A busca pelo manuscrito original digitalizado deu início com uma pesquisa ampla com o mesmo comando de busca anterior. No *Google* imagens, encontramos algumas páginas do que poderiam ser fragmentos do documento procurado. A primeira imagem estava no site da *University College London*<sup>3</sup>, como mostra a Figura 1, e apontava a localização do documento para a *University of Edinburgh*<sup>4</sup>.

**Figura 1** – Print do *site* da *University College London*.



**Fonte:** *University College London* (2021) adaptado

<sup>2</sup> Link de acesso: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k728990?rk=21459;2#>

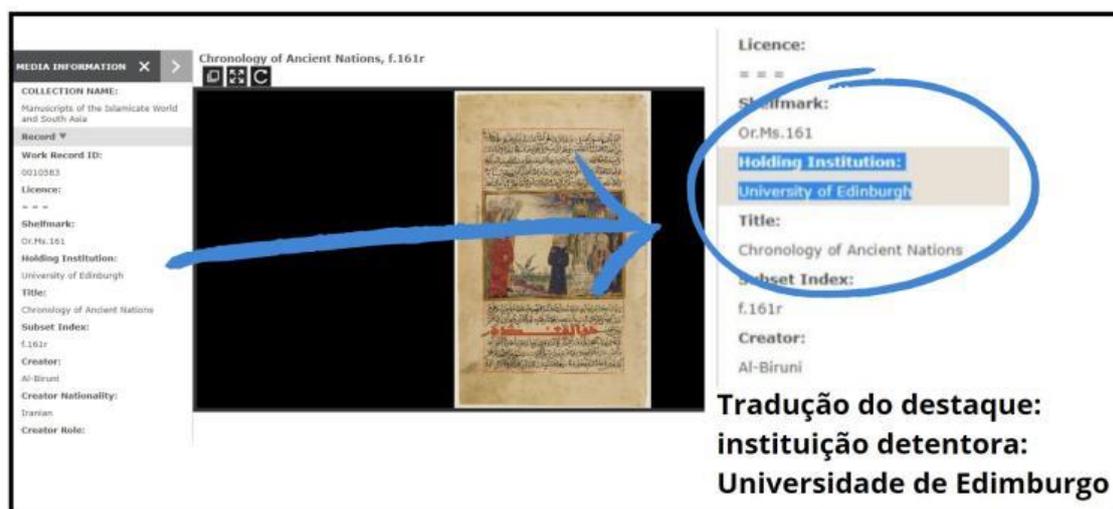
<sup>3</sup> Link de acesso: <https://www.ucl.ac.uk/hebrew-jewish/research/research-projects/research-project-archive/calendars-late-antiquity-and-middle-ages-5>

<sup>4</sup> Link de acesso: <https://images.is.ed.ac.uk/luna/servlet/detail/UoEsha~4~4~64050~102974:Chronology-of-Ancient-Nations,-f-16>



A segunda imagem estava no *site* da própria *University of Edinburgh* e também apontava a mesma localização, como podemos ver na Figura 2. Assim, entramos em contato com a universidade via *e-mail* e conseguimos o *link* da versão original digitalizada do documento.

**Figura 2** – Print do *site* da *University of Edinburgh*.



**Fonte:** *University of Edinburgh* (2021) adaptado.

De posse dos documentos, começamos um estudo histórico-matemático de seu conteúdo, num movimento de texto e contexto, também alimentado pelas fontes da pesquisa bibliográfica. Neste movimento, comparações entre as versões foram realizadas, de modo a complementar informações e/ou obter imagens mais legíveis, por exemplo. Além disso, digitalização e transcrição de trechos importantes foram feitas. Finalmente, o fragmento da obra foi escolhido e seu conteúdo estudado de modo a ser usado, conforme já mencionado, para produzir um objeto de aprendizagem para a matemática. O objeto será do tipo digital e almejamos aplicá-lo em uma turma de formação de professores de matemática. Não é finalidade este artigo sua apresentação, mas sua disponibilização será feita por meio da versão final do estudo dissertativo.

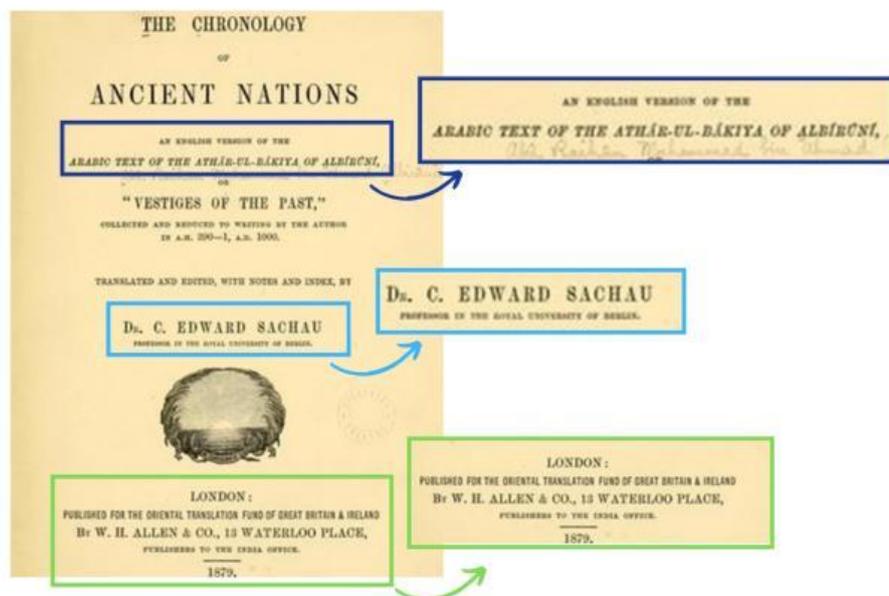
Tendo em vista os aspectos metodológicos apontados, trazemos na seção seguinte as evidências obtidas, até o momento, do estudo histórico matemático do fragmento do documento investigado.



### O fragmento da solução do problema do xadrez proposta por al-Biruni

Com as duas versões do documento *A Cronologia das Nações Antigas* em mãos, iniciamos um estudo histórico-matemático de sua versão traduzida. Contudo, alguns gotejamentos com a versão original (manuscrito digitalizado) foram realizados de modo complementar. A versão inglesa da obra foi traduzida por Edward Sachau, como mostra o destaque azul na Figura 3. Além disso, o texto foi publicado em Londres, em 1879 (destaque verde). Na Figura 3 ainda é possível ver, no destaque roxo, o nome do texto em árabe *Athâr-ul-Bâkiya*.

**Figura 3** – A Cronologia das Nações Antigas (contracapa).



**Fonte:** Sachau (1879) adaptado.

Em comparação com a versão original, a versão inglesa do documento possui separações, ou seja, foi organizado pelo tradutor em formato de livro com capítulos e seções. Desse modo, como vemos na Figura 4, Sachau dividiu o texto em um prefácio escrito por al-Biruni, um prefácio escrito por Sachau, 21 capítulos, anotações e Index.



Figura 4 – Sumário.

CONTENTS.	
TRANSLATOR'S PREFACE	v
PREFACE	1
CHAPTER I.—On the Nature of Day and Night, of their Totality and of their Beginnings	5
CHAPTER II.—On the Nature of that which is composed of Days, viz. Months and Years	11
CHAPTER III.—On the Nature of the Eras and the different Opinions of the Nations regarding them	16
CHAPTER IV.—The different Opinions of various Nations regarding the King called Dhú-al-ğarnaini or Bicornutus	43
CHAPTER V.—On the Nature of the Months which are used in the preceding Eras	52
CHAPTER VI.—On the Derivation of the Eras from each other, and on the Chronological Dates, relating to the Commencements and the Durations of the Reigns of the Kings, according to the various Traditions	84
CHAPTER VII.—On the Cyclee and Year-points, on the Móléds of the Years and Months, on their various Qualities, and on the Leap-months both in Jewish and other Years	141
CHAPTER VIII.—On the Eras of the Pseudo-prophets and their Communities who were deluded by them, the curse of the Lord be upon them	186
CHAPTER IX.—On the Festivals in the Months of the Persians	199
CHAPTER X.—On the Festivals in the Months of the Sughdians	220
CHAPTER XI.—On the Festivals in the Months of the Khwárimians	223
CHAPTER XII.—On Khwárim-Shah's Reform of the Khwárimian Festal Calendar	229
CHAPTER XIII.—On the Days of the Greek Calendar as known both among the Greeks and other Nations	231
CHAPTER XIV.—Of the Festivals and Fast-days in the Months of the Jews	268
CHAPTER XV.—On the Festivals and Memorable Days of the Syrian Calendar, celebrated by the Melkite Christians	282
CHAPTER XVI.—On the Christian Lent, and on those Feasts and Festive Days which depend upon Lent and revolve parallel with it through the Year, regarding which all Christian sects agree among each other	299
CHAPTER XVII.—On the Festivals of the Nestorian Christians, their Memorial and Fast Days	306
CHAPTER XVIII.—On the Feasts of the ancient Magians, and on the Fast and Feast Days of the Sabians	314
CHAPTER XIX.—On the Festivals of the Arabs in the time of Heathendom	321
CHAPTER XX.—On the Festivals of the Muslims	325
CHAPTER XXI.—On the Lunar Stations, their rising and setting, and on their Images	335
ANNOTATIONS	367
INDEX	449

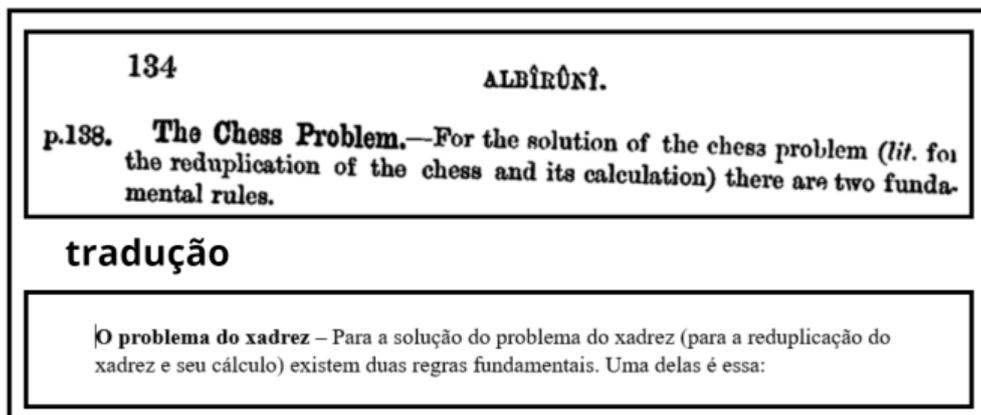
Fonte: Sachau (1879).

Em razão da vasta quantidade de conteúdo que abrange o documento, foi preciso fazer um recorte do que nos aprofundaríamos durante a pesquisa. Nesse contexto, um fragmento que nos chamou a atenção foi uma seção contida no capítulo VI intitulada *The Chess Problem (o problema do xadrez)*, como mostra a Figura 5. Vale ressaltar que al-Biruni, nasceu em 973 e morreu 1048 em Khwarizm (Berggren, 2003), onde viveu em um contexto de instabilidade e conflitos políticos e religiosos em razão da expansão da religião islã. Assim, como afirma Sousa (2021), durante sua vida, al-Biruni precisou por diversas vezes se deslocar de região, do mesmo modo Murray (2012) menciona que uma dessas viagens teve como destino a Índia. Inferimos que al-Biruni teve contato com o xadrez nesse período e região, pois como já citado o país foi destino de al-Biruni e lá ele esteve em contato com a cultura local, chegando até a escrever o livro *A Índia*. Entendemos que o problema do xadrez que al-Biruni se refere se trata de uma lenda que Murray (2012) cita, a lenda dos grãos de trigo. Essa lenda é uma lenda árabe que se passa na Índia, mas não se sabe em qual período e diz respeito a invenção do jogo xadrez, ela é contada da seguinte forma: após o rei Iadava perder seu filho em uma guerra, para o



animar um de seus súditos, Sessa, leva até o palácio um jogo que ele mesmo havia produzido, por ter gostado do presente o rei pede para que Sessa escolha uma recompensa. Nesse contexto, ele pede um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro de xadrez, dois pela segunda casa, quatro pela terceira e assim sucessivamente. Assim, o problema do xadrez seria: quantos grãos de trigo o rei deve a Sessa? Inferimos que o fragmento se refere a esse problema tanto pelo desenvolvimento e resultados dos cálculos matemáticos quanto pelo contexto ao qual se relaciona.

**Figura 5** – Fragmento e tradução.



**Fonte:** Sachau (1879, tradução nossa)

Perceba que, na Figura 5, para a solução do problema do xadrez, al-Biruni faz menção a um processo de reduplicação. Note que são citadas duas regras fundamentais para a resolução do problema. A primeira regra, Figura 6, diz respeito a distância dos números (quantidade de grãos de trigo) que correspondem as casas do tabuleiro de xadrez.



Figura 6 – Primeira regra.

mental rules. The one of them is this :-

The square of the number of a check  $x$  of the 64 checks of the chess-board is equal to the number of that check the distance of which from the check  $x$  is equal to the distance of the check  $x$  from the 1st check.

For example: take the square of the number of the 5th check, i.e. the square of 16 ( $16^2=256$ ), which is the number belonging to the 9th check. Now, the distance of the 9th check from the 5th is equal to the distance of the 5th check from the first one.

10

## Tradução

xadrez e seu cálculo) existem duas regras fundamentais. Uma delas é essa:

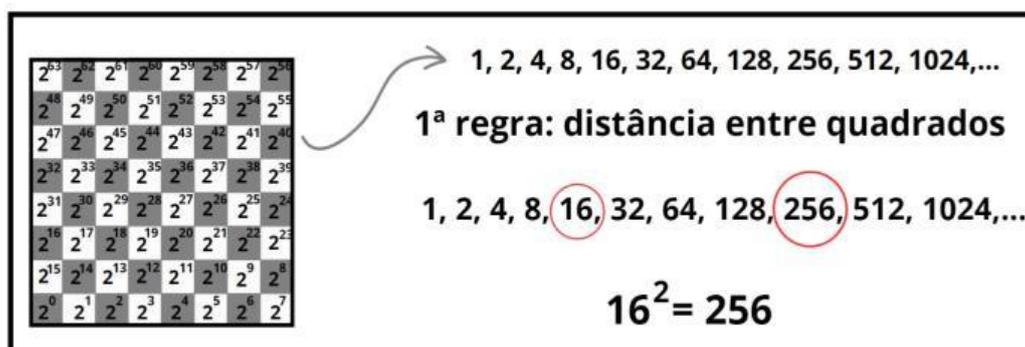
O quadrado de um número de uma casa  $x$  das 64 casas do tabuleiro de xadrez é igual ao número daquela casa cuja distância dessa casa ao qual a distância da casa  $x$  é igual a distância da casa  $x$  ao 1º casa.

Por exemplo: Pegue o quadrado do número da 5ª casa, isto é, o quadrado de 16 é igual a 256, ao qual é um número que pertence a 9ª casa. Agora, a distância da 9ª casa a 5ª casa é igual a distância da 5ª casa a 1ª casa.

Fonte: Sachau (1879, tradução nossa).

Note que a reduplicação do xadrez nada mais é, como conhecemos hoje em dia, do que uma progressão geométrica (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...) de razão 2 e 64 termos, pois temos 64 casas no tabuleiro de xadrez. Assim, a primeira regra diz que se pegarmos o quadrado de um dos termos, a distância desse número até o quadrado dele é a mesma desse número até o primeiro termo. Para que fique mais claro, vejamos um exemplo, também citado na Figura 7 (com segunda regra), ou seja,  $16^2 = 256$  na sequência da progressão (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...), veja que entre o 16 e o 256 existem 3 termos, assim como entre o 16 e o 2 também existem 3 termos. Na Figura 7 vemos um esquema ilustrativo.

Figura 7 – Esquema da primeira regra.



Fonte: Elaborado por autoras (2023).



A segunda regra, Figura 8, diz respeito a soma dos termos dessa progressão. Vejamos o exemplo, também presente na Figura 8, do número 32,  $32 - 1 = 31$ , perceba que a soma dos termos que precedem o 32 (1, 2, 4, 8 e 16) também é igual a 31.

Figura 8 – Segunda regra.

The second rule is this :—  
 The number of a check  $x$  minus 1 is equal to the sum total of the numbers of all the preceding checks.  
 Example: The number of the 6th check is 32. And  $32-1$  is 31, which is equal to the sum of the numbers of all the preceding checks, i.e. of—  

$$1+2+4+8+16 (=31).$$

**Tradução**

A segunda regra é essa:  
 O número de uma casa  $x$  menos 1 é igual a soma total dos números que precedem a casa.  
 Exemplo: o número da 6ª casa é 32. E  $32 - 1 = 31$ , que é igual a soma de todos as casas precedentes, isto é,  

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$$

Fonte: Sachau (1879, tradução nossa).

Na Figura 9, vemos um esquema ilustrativo da segunda regra. Vale ressaltar que as duas regras, não são soluções diferentes para o mesmo problema, mas que as duas juntas compõem a solução do mesmo problema do xadrez, proposto por al-Biruni.

Figura 9 – Esquema da segunda regra.

$2^{63}$	$2^{62}$	$2^{61}$	$2^{60}$	$2^{59}$	$2^{58}$	$2^{57}$	$2^{56}$
$2^{48}$	$2^{49}$	$2^{50}$	$2^{51}$	$2^{52}$	$2^{53}$	$2^{54}$	$2^{55}$
$2^{47}$	$2^{46}$	$2^{45}$	$2^{44}$	$2^{43}$	$2^{42}$	$2^{41}$	$2^{40}$
$2^{32}$	$2^{33}$	$2^{34}$	$2^{35}$	$2^{36}$	$2^{37}$	$2^{38}$	$2^{39}$
$2^{31}$	$2^{30}$	$2^{29}$	$2^{28}$	$2^{27}$	$2^{26}$	$2^{25}$	$2^{24}$
$2^{16}$	$2^{17}$	$2^{18}$	$2^{19}$	$2^{20}$	$2^{21}$	$2^{22}$	$2^{23}$
$2^{15}$	$2^{14}$	$2^{13}$	$2^{12}$	$2^{11}$	$2^{10}$	$2^9$	$2^8$
$2^0$	$2^1$	$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024,...

**2ª regra: Soma dos termos**

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024,...

**Um termo menos um é igual a soma dos termos anteriores**

$$1 + 2 + 4 + 16 = 32 - 1$$

Fonte: Elaborado por autoras (2023).



Com as duas regras que embasam o desenvolvimento dos cálculos explicitadas, partimos para a solução proposta por al-Biruni para o problema do xadrez. Observe que, na Figura 10, al-Biruni resolve o problema inicialmente usando os quadrados dos números e sua localização no tabuleiro (ou seja, a sua primeira regra). Por exemplo,  $4^2 = 16$ , o 16 se encontra na 5ª casa do tabuleiro (ou 5º termo da progressão),  $16^2 = 256$ , que se encontra na 9ª casa do tabuleiro e assim sucessivamente. Perceba que, em  $4294967296^2 = 18446744073709551616$ , a localização desse resultado estaria em uma suposta 65º.

Figura 10 – Primeira parte da resolução.

Taking the square of 2 ( $2^2$ ), we get a sum which is a product of the multiplication of the number of the 1st check by that of the 3rd check ( $1 \times 4 = 2^2$ ). The number of the 1st check is 1. This product, then, is the fifth medium, the number of the 3rd check, i.e. 4.

The square of 4 is 16, which is the fourth medium in the 5th check.

The square of 16 is 256, which is the third medium in the 9th check.

The square of 256 is 65,536, which is the second medium in the 17th  
30 check.

The square of 65,536 is 4,294,967,296, which is the first medium in the  
33rd check.

The square of 4,294,967,296 is 18,446,744,073,709,551,616.

**Tradução**

Pegando o quadrado de 2 ( $2^2$ ), obtemos uma soma que é um produto da multiplicação do número da 1ª casa pelo d 3ª casa ( $1 \times 4 = 2^2$ ). O número da primeira casa é 1. Esse produto, então, é o quinto meio, o número da 3ª casa, isto é, 4.

O quadrado de 4 é 16, que é o quarto meio na 5ª casa.

O quadrado de 16 é 256, que é o terceiro médio na 9ª casa.

O quadrado de 256 é 65536 que é o segundo meio na 17ª casa.

O quadrado de 65536 é 4294967296 que é o primeiro meio na 33ª casa.

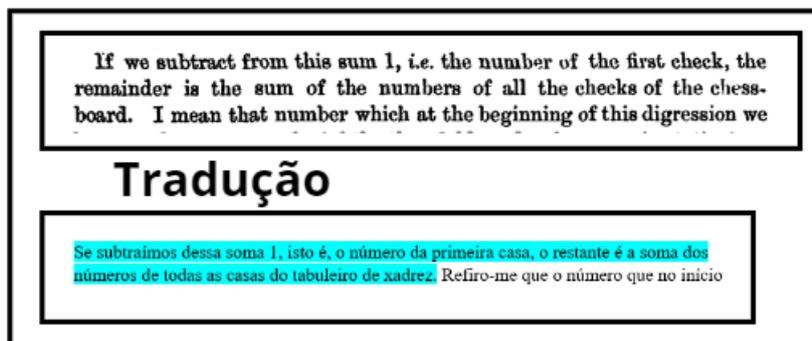
O quadrado de 4294967296 é 18446744073709551616.

Fonte: Sachau (1879, tradução nossa).

Assim, dando continuidade à resolução, tendo o número referente a 65ª casa, se subtraímos um (segunda regra) temos a soma das 64 casas anteriores, que é exatamente o que queríamos (ver Figura 11). De fato, hoje em dia, conhecemos uma fórmula para calcular a soma dos termos de uma progressão geométrica e, ao verificarmos a solução desse problema por meio dessa fórmula, percebemos que o cálculo de al-Biruni está correto.



**Figura 11** – Segunda parte da resolução.



**Fonte:** Sachau (1879, tradução nossa).

O fragmento que acabamos de apresentar, é de fato, muito rico e é possível encontrar muitos conceitos de natureza matemáticos como por exemplo o que conhecemos hoje por: progressão geométrica, potência, multiplicação e outros. Entretanto, originalmente, ele foi escrito no ano 1000 e a solução descrita é tratada por al-Biruni de forma retórica e não com a simbologia que estamos acostumados.

Frente aos esquemas trazidos temos a evidências de conhecimentos como progressão geométrica, potenciação, multiplicação e outros podem ser mobilizados ao estudarmos a solução do problema do xadrez proposta por al-Biruni, além disso, notamos que saberes desta natureza foram usados por al-Biruni a partir de suas viagens acionadas por conflitos da época. De fato, isto ilustra que a matemática islâmica medieval bebeu na fonte de outras culturas, mas não só a apreendeu como também deu novas contribuições. Outra característica revelada consiste na natureza retórica das informações com forte influência religiosa. Realmente, no referido fragmento não há menção a Alá, por exemplo, mas em outros pontos da obra existem passagens que se referem a influência do islã. Desse modo, subsídios vastos da matemática islâmica podem ser notados no período medieval indicando contribuições do oriente para a história da matemática.

Levando em conta esses aspectos, partimos para as considerações finais deste artigo na próxima seção.

### **Considerações finais**

A pesquisa descrita nesse artigo, como já citado anteriormente, é um recorte de um projeto de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM/UFRN) cujos dados pretendemos explorar em um produto



educacional da dissertação, do tipo objeto de aprendizagem digital, com base na aliança entre as tendências em educação matemática história da matemática e tecnologias digitais. Neste sentido, temos neste texto o anseio de trazer apontamentos de um estudo histórico-matemático sobre uma parte da obra *A Cronologia das Nações Antigas* de al-Biruni, particularmente, sua solução para o problema do xadrez.

Durante a execução da pesquisa, fizemos um levantamento bibliográfico sobre al-Biruni, seu contexto e seus escritos, história da matemática islâmica medieval, a aliança entre história da matemática e as tecnologias digitais e objetos de aprendizagem. Em seguida, escolhemos o documento que viria a ser estudado na fase documental a partir de um levantamento feito por Souza e Sousa (2018) e iniciamos o estudo histórico-matemático de seu conteúdo.

Para tanto, foi preciso fazer um recorte da obra e selecionar um fragmento do documento, sendo o escolhido uma seção contida no capítulo VI da versão em inglês da obra *A Cronologia das Nações Antigas*. O Fragmento é intitulado de *O Problema do Xadrez*, nessa seção do trabalho al-Biruni descreve sua solução para o referido problema, também conhecido como problema dos grãos de trigo. Mesmo não citando exatamente qual seria o problema do xadrez, inferimos que al-Biruni esteja tratando do problema dos grãos de trigo principalmente pelos indícios de suas viagens para a Índia e pelos cálculos matemáticos que analisamos no estudo do documento.

A solução proposta por al-Biruni para o problema do xadrez, é composta por duas regras fundamentais, a primeira com relação a distância dos quadrados na progressão e a segunda com relação a soma dos termos anteriores de um determinado termo. Essa solução nos entrega um resultado equivalente ao que encontramos usando a fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica que, hoje em dia, temos acesso.

Por fim, as expectativas para o futuro dessa pesquisa é continuar o estudo histórico-matemático do documento e principalmente dar continuidade a elaboração do produto educacional baseado neste estudo e fundamentado na aliança entre história da matemática e tecnologias digitais. Nosso produto será aplicado e validado em uma turma de formação de professores de matemática.

## Referências

BERGGREN, J. L. **Episodes in the Mathematics of Medieval Islam**. Canadá: Springer, 2003.



BROUTIAN, Grigor. **Persian and Arabic Calendars as Presented by Anania Shirkatsi**. Armênia, 2010.

KRIPKA, Rosana Maria; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. **Pesquisa Documental: Considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa**. CIAIQ2015, Aracaju, vol. 2, p. 243 – 247, 2015.

MURRAY, William Hartston. **A History of Chess**. 1º edição. New York: Skyhorse Publishing, 2012.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis: Vozes, 2007.

SACHAU, C. E. **The Chronology of ancient nations**. London: WH allen and co, 1879.

SCHEPPLER, Bill. **Al-Biruni Master Astronomer and Muslim Scholar of the Elevery Century**. New York: The Rosen Publishing Group, 2006.

SOUSA, Giselle Costa. **Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática**. 1º edição. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

SOUSA, G. C. **Abu arrayhan Muhammad Ibn Ahmad al-Biruni (973 – 1048)**. In: PEREIRA, A.C. (org), MOREY, Bernadete (org). **Estudiosos em ciências e matemática no mundo islâmico medieval**. Fortaleza – CE: ed UECE, 2021.

SOUZA, Francisco. SOUSA, Giselle. **Al-biruni e sua matemática**. Boletim cearense de educação e história da matemática, Fortaleza, volume 05, número 14, p. 253-263, 2018.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. São Paulo: Penso, 2011.

*Recebido em: 20 / 01 / 2024*

*Aprovado em: 26 / 02 / 2024*