

PESQUISAS QUE ARTICULAM CONHECIMENTOS TRIGONOMÉTRICOS E ALGÉBRICOS POR MEIO DE INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

RESEARCH THAT ARTICULATES TRIGONOMETRIC AND ALGEBRAIC KNOWLEDGE THROUGH MATHEMATICAL INSTRUMENTS

Verusca Batista Alves^{1,2}

RESUMO

Pesquisas que buscam a construção de interfaces entre a história e o ensino de Matemática vêm crescendo no espaço nacional e têm priorizado aspectos que associem as diversas subáreas da matemática, por meio da reconstrução e manuseio de antigos instrumentos matemáticos voltados principalmente para a formação de professores de Matemática. Nesse sentido, esse artigo tem como objetivo conhecer o cenário nacional de pesquisas que articulam conhecimentos algébricos e trigonométricos, por meio de instrumentos matemáticos, no período de 2013 a 2023, momento em que se observa o crescimento de estudos relacionados à interface entre história e ensino de Matemática. Para isso, traçou-se uma pesquisa do tipo qualitativa, bibliográfica e de cunho descritivo, no qual foi realizado um levantamento delineado a partir da primeira fase da Engenharia Didática, as análises preliminares. Para a coleta de materiais, consultou-se programas de pós-graduação de cinco Instituições de Ensino Superior, vinculadas aos pesquisadores do Grupo História e Epistemologia na Educação Matemática - HEEMa e do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática – GPEHM, principais fontes sobre pesquisas dessa temática. Das 1.209 dissertações e teses obtidas inicialmente, após os filtros, em apenas 21 estudos observou-se a discussão a respeito de algum instrumento matemático, sendo 15 deles baseados na construção de interfaces entre história e ensino de Matemática. Houve uma predominância de estudos voltados à geometria, e somente em dois foi observada uma articulação de conhecimentos algébricos e trigonométricos, revelando que ainda são poucos os estudos que fazem essa relação, via interface e instrumentos.

Palavras-chave: Instrumentos matemáticos, tratados, álgebra, trigonometria, levantamento bibliográfico.

ABSTRACT

Research that seeks to build interfaces between history and Mathematics teaching has been growing nationally and has prioritized aspects that associate the various sub-areas of mathematics, through the reconstruction and handling of old mathematical instruments aimed mainly at training mathematics teachers. With this in mind, the aim of this article is to find out about the national scenario of research that articulates algebraic and trigonometric knowledge through mathematical

¹ Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: verusca.alves@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9884-679X>.

² Trabalho realizado sob a orientação da professora Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Universidade Estadual do Ceará).



instruments between 2013 and 2023, a time when there has been an increase in studies related to the interface between history and mathematics teaching. To this end, a qualitative, bibliographical and descriptive study was conducted, during which a survey was carried out based on the first phase of Didactic Engineering, the preliminary analyses. To collect materials, postgraduate programs from five Higher Education Institutions were consulted, linked to researchers from the History and Epistemology in Mathematics Education Group (HEEMa) and the Mathematics Education and History Research Group (GPEHM), the main sources of research on this subject. Of the 1,209 dissertations and theses initially obtained, after filtering, only 21 studies discussed a mathematical instrument, 15 of which were based on the construction of interfaces between history and mathematics teaching. There was a predominance of studies focused on geometry, and only in two was an articulation of algebraic and trigonometric knowledge observed, revealing that there are still few studies that make this relationship, via interface and instruments.

Keywords: Mathematical instruments, treatises, algebra, trigonometry, bibliographic survey.

Introdução

Historicamente, pode-se dizer que foi a partir de meados do século XVIII que a matemática e outras ciências passaram a ter uma nova organização dos seus conhecimentos se aproximando das feições modernas (Saito, 2015). A partir do século XIX, essas ciências começaram a se tornar cada vez mais específicas, surgindo novos segmentos do conhecimento e, como decorrência disso, a matemática passou a ser uma área unificada, composta por várias subáreas, tais como a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria, entre outras.

Como consequência, o ensino de Matemática³ também foi modificando ao longo dos séculos, e, com base em suas características modernas, repleta de subáreas, há concordância com Batista e Pereira (2023, p. 2) quando dizem que isso “pode promover nos estudantes a construção de uma visão de quão grande ela é, e de que sempre foi assim, repleta de segmentos que se unem para formar um só campo [...]”. Além disso, também pode propiciar a ideia de que essas subáreas da matemática não têm conexão entre si e com outras áreas de conhecimento.

Com isso, a formação de professores de Matemática exerce um importante papel no desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes da educação básica, pois é a partir da formação desse professor que se pode chegar nas escolas uma prática docente permeada de significados.

Nesse sentido, há recursos que podem auxiliar na ação docente, bem como na própria formação do professor de Matemática, que são provenientes da história da

³ Quando se estiver fazendo referência a disciplina escolar, indica-se por Matemática e História da Matemática. Quando sobre a área/campo de conhecimento, indica-se por matemática e história da matemática.



matemática. Propostas vêm sendo delineadas, visando essa atualização de formação e até mesmo a complementação durante a própria formação inicial, por meio das relações entre história da matemática e educação matemática, que tem chamado a atenção de pesquisadores e professores desde as duas últimas décadas do século XX. Especificamente no Brasil, uma vertente que vem se consolidando é a proposta da construção de interfaces entre história e ensino de Matemática, direcionadas à formação de professores desta disciplina.

Entendendo a possibilidade de uma relação entre a história da matemática e o ensino de Matemática, com foco na articulação entre conhecimentos algébricos e trigonométricos, esse estudo tem a seguinte pergunta norteadora: *Que instrumentos matemáticos históricos vêm sendo utilizados em pesquisas que articulam álgebra e trigonometria, no cenário nacional dos últimos 10 anos (2013-2023)?*

Ressalta-se que já foram realizados outros levantamentos envolvendo estudos de pesquisas brasileiras relacionadas a instrumentos matemáticos⁴, que consideraram questões mais amplas, porém, não se detendo a discutir possíveis articulações entre conhecimentos algébricos e trigonométricos via esses instrumentos.

Assim, como objetivo geral, busca-se conhecer o cenário nacional de pesquisas que articulam conhecimentos algébricos e trigonométricos por meio de instrumentos matemáticos, no período de 2013 a 2023, momento em que se observa o crescimento de estudos relacionados à interface entre história e ensino de Matemática.

Para tanto, o presente texto está dividido em cinco seções, das quais a primeira é esta introdução, a segunda visa apresentar os aspectos teóricos relacionados a articulação entre história e ensino de Matemática, via instrumentos e tratados, para a formação de professores de Matemática, a terceira indica os aspectos metodológicos do texto, seguida pela quarta seção, em que se descreve sobre os resultados. Por fim, a quinta seção é destinada às considerações acerca do estudo.

⁴ Para conhecer esses levantamentos, vide: Pereira e Saito (2018), Albuquerque *et al.* (2018), Silva Neto e Mendes (2021), Pereira (2022b) e Batista e Pereira (2023).



Articulação entre educação matemática e história da matemática via instrumentos ou tratados

Dentre as propostas⁵ que têm sido desenvolvidas por meio da articulação entre a educação matemática e a história da matemática e que visam, dentre outros fatores, os processos de ensino e aprendizagem, tem-se algumas cujo foco é a formação de professores de Matemática, como a de Saito e Dias (2013) e de modo mais recente, Pereira e Saito (2019), ao buscarem construir interfaces entre história e ensino de Matemática⁶.

Essa proposta busca “[...] a constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática” (Saito; Dias, 2013, p. 92) e parte do diálogo entre o historiador e o educador matemático, do qual emergem recursos (documentos) provenientes da história, e que, a partir de um tratamento didático e uma intencionalidade, possuem potencial para o ensino de Matemática, principalmente para a formação de professores desta disciplina.

Dentre os documentos, que podem “ser um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros” (Pereira, Saito, 2019, p. 5), considerados para a construção de interfaces, segundo as orientações de Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2019), tem-se os instrumentos matemáticos históricos, acompanhados de tratados que versam sobre eles.

A seleção deste documento (instrumento e o tratado que versa sobre ele, por exemplo) tem como objetivo realizar dois movimentos distintos. O primeiro visa contextualizar historicamente os conhecimentos matemáticos descritos no documento. O segundo destaca o movimento do pensamento envolvido na formação do conceito matemático em questão. Esse movimento visa tanto ensinar quanto compreender o conceito, abordando seu processo de construção para o sujeito (Pereira, Saito, 2019, p. 5).⁷

⁵ Para conhecer essas propostas, vide: Chaquiam (2017), Miguel (2009), Mendes (2022), Pereira e Martins (2021), Sousa (2023).

⁶ Para outros estudos que buscam construir interfaces entre história e ensino de Matemática, vide: Alves (2019), Alves e Pereira (2020, 2021), Albuquerque (2019), Santos (2022), Batista (2018, 2023), Oliveira (2019, 2023b).

⁷ Não é objetivo deste texto aprofundar sobre como realizar a construção de uma interface entre história e ensino de Matemática. Para mais detalhes a respeito, sugere-se as leituras de Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2019).



Esses instrumentos, do ponto de vista histórico, ganharam notoriedade por algumas razões, dentre elas a transição da percepção do conhecimento científico do qual emergiram mudanças que mais tarde se tornam parte do momento da chamada Revolução Científica (Pereira, 2022a). Nesse intervalo, em meados do século XVI, esses objetos ganham mais espaço “em virtude da demanda por novos métodos matemáticos e experimentais” (Saito, 2014, p. 96).

Associados a esses instrumentos, estavam os tratados que versavam sobre eles. No entanto, “publicar um tratado no século XVI era caro. Assim, quando aparecia uma obra sobre qualquer instrumento, tinha-se certeza de que ele era muito importante para a sociedade” (Pereira, 2022a, p. 16). A respeito dos tratados, Pereira (2022a, p. 16) ainda ressalta que

[...] não eram manuais de instruções e só foram publicados em grande quantidade a partir do século XIX. Os conhecimentos matemáticos eram extremamente importantes para que uma pessoa soubesse construí-lo e manipulá-lo. Dessa forma, pode-se dizer que o instrumento é uma forma de incorporação do pensamento teórico, ou seja, uma verificação de uma teoria materializada no artefato.

Portanto, os instrumentos e seus tratados representaram mudanças no fazer científico, e exigiam daqueles que os manipulavam, ou dos que os construíam, o saber-fazer da época. É com base nisso, que pesquisas têm se voltado a investigar a respeito desses objetos históricos, uma vez que, ao estudar esses aparatos,

expande o nosso entendimento sobre as formas de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento matemático, o que nos permite problematizar e considerar a Matemática (no singular) em suas dimensões, lógicas, epistemológicas, ontológicas, axiológicas etc. nos dias de hoje (Saito, 2019, p. 574).

Portanto, a reconstrução e manuseio de antigos instrumentos a partir de uma historiografia atualizada e a exploração dos tratados que apresentam esses instrumentos, revelam os modos de organização dos conhecimentos matemáticos de uma época.

Além disso, quando considerados na interface entre história e ensino de Matemática, auxiliam a “nossa compreensão sobre os aspectos essenciais do fazer matemático, alinhando as concepções de natureza historiográfica da história da matemática, juntamente com diferentes propostas da didática da matemática” (Saito, 2019, p. 577). Com isso, do ponto de vista didático, esses instrumentos podem ser compreendidos como artefatos ou



ferramentas utilizadas para o desenvolvimento de práticas laboratoriais, para fazer observações e/ou realizar experimentos; ou como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força, etc. (Ribeiro; Pereira, 2023, p. 2).

Dessa forma, esses objetos revelam um conjunto de conceitos matemáticos e extra matemáticos associados à sua constituição e que podem ser utilizados nos processos formativos do professor de Matemática, promovendo ressignificações de conceitos e mudanças de concepções.

Aspectos metodológicos

A presente pesquisa tem caráter qualitativo, que, de acordo com Flick (2008, p. 23), se pauta “no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos”. Ou seja, seu foco não está na medição numérica para aprimorar perguntas ou descobrir respostas no processo de interpretação, mas para compreender o desenvolvimento natural dos acontecimentos (Sampieri; Collado; Lucio, 2013). Além disso, a pesquisa também assume um caráter descritivo, uma vez que opta pela descrição dos dados, apontando características e estabelecendo relações entre as variáveis.

A produção deste estudo faz parte de uma das etapas de uma pesquisa doutoral em desenvolvimento, que se baseia nas orientações da metodologia da Engenharia Didática e que, segundo Artigue (1988, p. 286, tradução nossa)⁸,

vista como uma metodologia de pesquisa, caracteriza-se em primeiro lugar por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, ou seja, na concepção, produção, observação e análise de sequências de ensino. [...] Caracteriza-se também, em comparação com outros tipos de pesquisa baseadas em experimentos em sala de aula, pelo registro em que se situa e pelos modos de validação a ela associados.

⁸ No original: “vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des «réalisations didactiques» en classe, c’est-à-dire sur la conception, la réalisation, l’observation et l’analyse de séquences d’enseignement [...] se caractérise aussi, par rapport à d’autres types de recherche basés sur des expérimentations en classe, par le registre dans lequel elle se situe et les modes de validation qui lui sont associés” (Artigue, 1988, 286).



Para o desenvolvimento de uma proposta mediada pela Engenharia Didática, há quatro etapas a serem consideradas na organização da pesquisa: 1) Análises preliminares; 2) Concepção e análise *a priori* das situações didáticas; 3) Experimentação e 4) Análise *a posteriori* e validação. Conforme Artigue (1988, *apud* Almouloud; Silva, 2012, p. 26, grifo nosso):

1. Análises preliminares: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática. **2. Concepção e análise *a priori* das situações didáticas:** o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas). **3. Experimentação:** consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação. **4. Análise *a posteriori* e validação:** A análise *a posteriori* consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise *a priori* para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

Desse modo, o presente texto corresponde ao movimento realizado à luz das análises preliminares, o qual entende-se que um levantamento é um momento que fornece informações necessárias para a compreensão do cenário geral que está sendo investigado.

Delimitando e categorizando o escopo da pesquisa

Inicialmente, buscou-se informações em repositórios nacionais, como o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), visando conhecer as produções que pudessem estar relacionadas com a temática. No entanto, observou-se uma tendência, já destacada em Pereira e Saito (2018) e posteriormente em Albuquerque *et al.* (2018), que direciona a temática do estudo para dois grupos de pesquisa: o Grupo História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) e o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM). Desse modo, a estratégia foi modificada, observando agora os programas de pós-graduação aos quais os pesquisadores dos grupos têm ou tiveram vínculo nos últimos 10 anos (2013-2023).



É importante destacar que já houve a produção de dois levantamentos, que forneceram subsídios para obtenção de informações para esse estudo. Um primeiro levantamento, realizado por Pereira e Saito (2018), buscou por pesquisas que envolvessem a interface entre história e ensino de Matemática, sob a perspectiva de uma historiografia atualizada, tendo foco em instrumentos matemáticos no marco temporal de 2008 a 2018. Como resultado, obteve-se 13 estudos relacionados à temática, cujos autores fazem parte do HEEMa.

Além disso, o foco da sua análise também esteve direcionado aos movimentos relacionados à interface, movimento do pensamento e o contexto no qual os conhecimentos foram elaborados. Desse modo, não foi o intuito de Pereira e Saito (2018) abordar sobre os conhecimentos matemáticos que foram articulados nessas pesquisas, nem as possíveis interações entre as subáreas da matemática.

De modo semelhante, o estudo de Albuquerque *et al.* (2018) abordou sobre as produções relacionadas à interface, via instrumentos, do GPEHM, entre os anos de 2016 e 2018, com foco em observar os processos da interface nos estudos. Apesar de ter destacado uma classificação para esses estudos em ensaios teóricos, instrumentos matemáticos usados em cálculo numérico ou de medidas e instrumentos náuticos ou astronômicos, o foco também não esteve relacionado aos conhecimentos matemáticos articulados.

Dessa forma, conforme observado nos artigos supracitados, ambos seguem uma tendência de estudos relacionadas à construção de interfaces entre história e ensino de Matemática, por meio de antigos instrumentos. Nesse sentido, com base nas instituições nas quais os pesquisadores dos grupos possuem vínculo, escolheu-se verificar as produções acadêmicas (dissertações e teses) de programas de pós-graduação relacionados aos pesquisadores (Quadro 1), por entender-se que, a partir de levantamentos anteriores sobre a interface entre história e ensino de Matemática (Pereira; Saito, 2018; Albuquerque *et al.*, 2018), o presente estudo continua o caminhar na direção para conhecer quais desses apresentam investigações que articulam conhecimentos algébricos e trigonométricos.

**Quadro 1** – Delimitação do local e quantitativo da pesquisa.

| Programa | Quantidade inicial | Pesquisas de matemática e áreas afins | Quantidade encaminhada para análise |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|
| Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica – UNESP | 255 dissertações | 25 dissertações | 3 dissertações |
| Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – IFCE | 101 dissertações | 37 dissertações | 8 dissertações |
| Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – PUC | 137 dissertações 133 teses | 137 dissertações 133 teses | 3 dissertações 1 tese |
| Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência – PUC | 55 dissertações 45 teses | 9 dissertações 6 teses | 2 dissertações |
| Programa de Pós-Graduação em Educação – UECE | 287 dissertações 140 teses | 23 dissertações 6 teses | 3 teses |
| Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – UFRN | 21 dissertações 35 teses | 5 dissertações 14 teses | 1 tese |
| Total | 1209 | 395 | 21 |

Fonte: Dados da pesquisa.

O acesso às dissertações e teses dos programas citados foi realizado a partir dos próprios repositórios institucionais de cada um, mediante o filtro temporal correspondente aos anos de 2013 – 2023 e que estivessem relacionadas à área da matemática e afins. Além disso, utilizou-se o Portal de Teses e Dissertações da CAPES como suporte para *download* das pesquisas, quando necessário.

A partir disso, foi realizada uma leitura de título e resumo de cada trabalho, com a finalidade de filtrar aqueles que se aproximam do interesse da pesquisa, observando, inicialmente, a relação com instrumentos matemáticos. Obteve-se, nesse primeiro momento, 21 pesquisas (Quadro 2) que foram encaminhadas para uma leitura mais aprofundada, com o objetivo de entender quais desses estudos baseiam-se nas orientações da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática.

Quadro 2 – Pesquisas que envolvem instrumentos nos programas verificados de 2013 à 2023.

| Título | Autor | Ano | Tipo |
|---|--------------------|------|-------------|
| Leon Battista Alberti (1404 – 1472) e a Medida do Tempo em sua obra <i>Matemática Lúdica</i> | Lucas Reis Santos | 2014 | Dissertação |
| Argumentos a favor do peso do ar: o experimento barométrico de Evangelista Torricelli (1608-1647) | Maciel Pinheiro | 2014 | Dissertação |
| Um estudo sobre as trajetórias dos projéteis nas obras de Niccolò Tartaglia | Alessandro Menegat | 2015 | Dissertação |
| O estudo do <i>Trattato Del Radio Latino</i> : possíveis contribuições para a articulação entre história da matemática e ensino | Nara Di Beo | 2015 | Dissertação |



| | | | |
|---|--|------|-------------|
| Setor trigonal: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de Matemática | Michele De Souza Moraes | 2017 | Dissertação |
| Interface entre história e ensino de matemática: um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino | Edvaldo Alves de Moraes | 2018 | Dissertação |
| Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhustilha, inserida no documento <i>Chronographia, Reportorio Dos Tempos...</i> , aplicado na formação de professores | Antonia Naiara de Sousa Batista | 2018 | Dissertação |
| Um estudo sobre o traçado da elipse em <i>De Organica</i> de Frans Van Schooten | Enio Henrique Delefrate | 2019 | Dissertação |
| Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de Matemática | Francisco Wagner Soares Oliveira | 2019 | Dissertação |
| Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado <i>Rabdologiae</i> de 1617 | Eugeniano Brito Martins | 2019 | Dissertação |
| Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred | Verusca Batista Alves | 2019 | Dissertação |
| Um estudo sobre a articulação entre a multiplicação contida no <i>Traité de Gerbert</i> (1843) e o ensino na formação de professores de Matemática | Suziê Maria de Albuquerque | 2019 | Dissertação |
| Uma interface entre história e ensino de matemática: contribuições na formação de conceitos de estudantes na construção e utilização de um instrumento de medida do século XVI – o quadrante geométrico | Ana Paula Minhano Aleixo da Silva | 2019 | Dissertação |
| Os aspectos matemáticos relacionados à média geométrica que emergem a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter com licenciandos em Matemática | Andressa Gomes dos Santos | 2022 | Dissertação |
| Os conhecimentos geométricos mobilizados no uso do astrolábio náutico do português Simão D'Oliveira (1606) na formação do licenciando em Matemática | Rebeca Oliveira Amarante | 2023 | Dissertação |
| Um estudo do tratado <i>L'usage du Compas de Proportion</i> (1631) do francês Didier Henrion para exploração dos conhecimentos geométricos na formação inicial do professor | Thalya Cristiny de Sousa Masseno | 2023 | Dissertação |
| Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em <i>A Boke Named Tectonicon</i> de Leonard Digges | Ana Rebeca Miranda Castillo | 2016 | Tese |
| Um estudo sobre o tratado da circunferência de Al-Kāshī (1424) | Kaline Andreza De França Correia Andrade | 2022 | Tese |
| Articulação entre história da matemática e tecnologias digitais via objeto de aprendizagem para mobilização e ressignificação de conhecimentos na formação de professores | Gisele Pereira Oliveira | 2023 | Tese |
| O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores | Francisco Wagner Soares Oliveira | 2023 | Tese |



| | | | |
|--|---------------------------------|------|------|
| A articulação de saberes geométricos com trigonométricos por meio da fabricação da balhastilha de Figueiredo (1603) para a construção de uma interface | Antonia Naiara de Sousa Batista | 2023 | Tese |
|--|---------------------------------|------|------|

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a análise, partiu-se das categorias propostas por Pereira (2022b), e então, após novo filtro, chegou-se aos estudos que de fato compreendem o escopo da interface entre história e ensino de Matemática, via instrumentos matemáticos. No que diz respeito às categorias e a alocação de cada trabalho em cada categoria, o Quadro 3 organiza de forma sistemática essa ação.

Quadro 3 – Categorizando o primeiro momento de análise.

| Categoria | Informações |
|---|--|
| 1) Menção de instrumentos matemáticos a partir da produção de estudiosos matemáticos | Aqui são alocados estudos que “fazem referência a aparatos construídos por estudiosos matemáticos de certo período histórico, sem conter a descrição da construção, manuseio e utilizado por meio de um texto histórico”. |
| 2) Estudo de instrumento matemático relacionado a aspectos historiográficos e contextuais | Nessa categoria estão os “trabalhos voltados para a história da matemática propriamente dita, sem nenhuma relação com a educação matemática, enfocando aspectos historiográficos e contextuais”. |
| 3) Estudo de instrumento matemático relacionado a aspectos epistemológicos | Para essa categoria, são alocados estudos cujo “corpo do texto traz discussões em torno do instrumento incorporado na episteme de um determinado período, ou seja, o corpo de conhecimento válido no contexto que foi gerado, não se confundindo a matemática atual com a do passado”. |
| 4) Estudo de instrumento matemático relacionado a aspectos matemáticos | Diz respeito àqueles em que o foco são “os aspectos matemáticos elencados no instrumento matemático estudado. É o estudo dos conceitos matemáticos (Conhecimento)”. |
| 5) O instrumento matemático e sua relação com a interface entre história e ensino de Matemática | Nesta categoria “foram contabilizados apenas trabalhos cujo produto seja uma proposta de implementação das ações formativas por meio da fabricação e/ou manuseio de um instrumento matemático”. |

Fonte: Adaptado de Pereira (2022b, p. 191-192).

Com base nisso, o foco desta pesquisa está nos trabalhos que foram alocados na categoria “O instrumento matemático e sua relação com a interface entre história e ensino de Matemática”, com a finalidade de identificar aqueles que fazem articulação entre os conhecimentos algébricos e trigonométricos.

Com o apoio das categorias propostas em Pereira (2022b), realizou-se a segunda etapa de análise que consistiu em uma leitura minuciosa dos títulos, resumos, palavras-chave, sumário, resultados, e uma leitura pontual do conteúdo das demais seções das 21



pesquisas, com a finalidade de alocá-las em cada categoria já citada. Os resultados desse procedimento são apresentados no Quadro 4 a seguir:

Quadro 4 – Trabalhos organizados segundo as categorias de Pereira (2022b).

| Categoria | Trabalhos alocados |
|------------------|---|
| 1 | Santos (2014), Andrade (2022) |
| 2 | Pinheiro (2014), Menegat (2015), Castillo (2016) |
| 3 | - |
| 4 | Delefrate (2019) |
| 5 | Di Beo (2015), Moraes (2017), Moraes (2018), Batista (2018), Albuquerque (2019), Alves (2019), Martins (2019), Oliveira (2019), Silva (2019), Santos (2022), Oliveira (2023a), Batista (2023), Oliveira (2023b), Amarante (2023), Masseno (2023). |

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir disso, em 16 das pesquisas os autores afirmaram basear-se nas orientações da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática, no entanto, somente 15 deles culminaram em propostas de ações formativas, por meio do manuseio ou reconstrução de um instrumento contido em um tratado. Desses, apenas um apresenta algum modo de articulação de conhecimentos algébricos e trigonométricos e que são descritos na seção seguinte.

Descrição dos estudos: O que revelam as pesquisas?

No que se refere às pesquisas alocadas na categoria cinco, os autores afirmam ter se baseado nas orientações da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática propostas por Saito e Dias (2013) e, posteriormente, por Pereira e Saito (2019), que é direcionada à formação do professor de Matemática. Em apenas uma delas, a interface não está presente, mas faz uso de um instrumento para articular conhecimentos matemáticos para o ensino.

Em sua dissertação, Di Beo (2015) apresenta o instrumento denominado por *Radio Latino*, contido no *Trattato del Radio Latino* (1586), escrito por Latino Orsini. A pesquisa objetivou contribuir com os estudos na área da história da matemática, discutindo as características do conhecimento matemático por meio do tratado e do instrumento (Di Beo, 2015). Além disso, direcionada para diferentes níveis escolares, a pesquisa propôs “duas atividades didáticas nas quais o problema desencadeador de aprendizagem constituía-se a partir da possibilidade, oferecida pelo Tratado, de articulação entre conhecimentos matemáticos e extra matemáticos” (Di Beo, 2015, p. 19), sendo esses os



conceitos de mediatriz, perpendicularismo, raio da circunferência, aspectos de medida, teorema de Pitágoras, dentre outros, relacionados à **geometria plana**.

Na dissertação de Moraes (2017), a autora trata do instrumento setor trigonal a partir do estudo do tratado intitulado *The Trigonall Sector* (1650), de John Chatfeilde, buscando “investigar o movimento do pensamento de estudantes do ensino médio na formação dos conceitos inerentes ao uso do instrumento setor trigonal e seu respectivo tratado em uma atividade didática” (Moraes, 2017, p. 14). Para isso, organizou e aplicou uma intervenção baseada na Atividade Orientadora de Ensino, com estudantes do Ensino Médio, a respeito do manuseio do instrumento conforme as orientações do tratado. A respeito dos conceitos matemáticos abordados, destacam-se principalmente aqueles voltados à **geometria plana**, tais como propriedades dos triângulos e **conceitos trigonométricos**, a exemplo de senos, tangentes, secantes e cordas.

Já a dissertação de Moraes (2018) abordou dois instrumentos, a clepsidra e a ampulheta, mas estes, por sua vez, não relacionados a algum tratado histórico. Apesar disso, o autor afirma ter conduzido o estudo na direção da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática, como proposta por Saito e Dias (2013). Nesse sentido, o estudo quis “investigar o movimento do pensamento de estudantes do 6º ano do ensino fundamental II a partir de uma atividade orientadora de ensino com ênfase no movimento lógico-histórico de medição de tempo” (Moraes, 2018, p. 15) e o foco de seu estudo foi a medição de tempo, no qual o autor não destaca conhecimentos matemáticos especificamente, porém, a partir da leitura pode-se compreender um direcionamento para questões **aritméticas**.

Já a dissertação de Silva (2019) utilizou o quadrante geométrico contido no tratado *Del modo di misurare*, de Cosimo Bartoli (1503-1572), com o objetivo de “investigar o movimento de conceitos na aprendizagem da matemática, durante uma atividade didática elaborada com base no contexto histórico do instrumento de medida quadrante geométrico” (Silva, 2019, p. 19). A autora propõe uma intervenção didática com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, com base na Teoria da Atividade e na Teoria Histórico-Cultural. Como conceitos relacionados, destacam-se as relações de medida, conceitos de semelhança de triângulos, razão e proporção, que estão relacionados à **geometria plana** e à **aritmética**.



Na dissertação de Batista (2018), a autora apresenta o instrumento denominado por balhestilha, inserida no documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...* (1603), de Manoel de Figueiredo. A pesquisa teve como intuito “investigar o processo de articulação entre a fabricação e o uso da balestilha, para elencar algumas potencialidades didáticas” (Batista, 2018, p. 23), que culminou em uma proposta de formação de professores de Matemática, bem como elaborou e aplicou um curso de extensão universitária para licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, baseada na Atividade Orientadora de Ensino. Sobre os conhecimentos matemáticos articulados na fabricação e uso do instrumento estão: circunferência, arco de circunferência, noções de ângulos, distância angular, segmentos de reta e conhecimentos dos triângulos retângulos, associados principalmente à **geometria plana**.

Já na produção de sua tese, Batista (2023) continua com o instrumento balhestilha e com a obra *Chronographia...*, tendo como foco “conhecer os processos pelos quais licenciandos e licenciado articularam saberes geométricos e trigonométricos durante a execução das tarefas pautadas na fabricação da balhestilha” (Batista, 2023, p. 22). Nesse sentido, a autora mantém destaque na formação de professores de Matemática, aplicando um curso de extensão universitária para licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, alinhada à Teoria da Objetivação e sob a perspectiva da **geometria plana**. Porém, agora em articulação com os conhecimentos **trigonométricos**, mobilizando, na construção do instrumento via o texto contido no tratado a respeito da fabricação, conhecimentos como construção de um semicírculo ou quarta de um círculo, divisão de arcos em partes iguais e traçado de segmentos transversais para marcar ângulos.

Outra pesquisa que também utiliza a balhestilha é o estudo de Oliveira (2023a), que não informa ter como suporte as orientações da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática, conforme proposto por Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2019). Na verdade, a autora articula a história da matemática com as tecnologias digitais da informação e comunicação, via objetos de aprendizagem (OA) com o objetivo de “identificar os conhecimentos mobilizados e ressignificados por professores de Matemática por meio de um Objeto de Aprendizagem que articula História da Matemática e Tecnologias Digitais” (Oliveira, 2023a, p. 29). Também com o foco na formação de professores de Matemática, Oliveira (2023a) aplica uma intervenção formativa com



licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará e professores de Matemática, orientada pela Teoria das Situações Didáticas.

A balhastilha é inserida em sua tese por meio de um OA, mobilizando principalmente conhecimentos **geométricos** e **trigonométricos**, como distância entre dois pontos, comprimento de arco, trigonometria no triângulo retângulo, distância angular, reta tangente à circunferência, corda, semicircunferência, arco, área do setor circular, área da circunferência, localização de pontos no plano cartesiano, transformação de grau para radiano e noções de localização.

Em relação à dissertação de Albuquerque (2019), a autora apresenta o ábaco, contido no *Traité de Gerbert* (1843), de Gerbert de Aurillac. Seu estudo tem foco em “conhecer os elementos potencialmente didáticos que emergem na interface entre história e ensino, por meio uso do *Traité de Gerbert* (1843), no âmbito da formação do professor de matemática” (Albuquerque, 2019, p. 22). Seu público-alvo foi estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, que, por meio de um curso de extensão universitária, elaborado sob a perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino, mobilizou **conhecimentos aritméticos**, como a operação de multiplicação e o uso do sistema de numeração decimal.

Já na dissertação e tese de Oliveira (2019, 2023b), o autor trata a respeito do instrumento jacente no plano, contido na obra *De arte atque ratione navigandi* (1573), de Pedro Nunes. Em ambos os estudos, o foco esteve na formação do professor de Matemática, visando “conhecer o potencial didático do instrumento jacente no plano para o ensino de conhecimentos geométricos na formação inicial de professores” (Oliveira, 2019, p. 21) e “investigar [...] o instrumento jacente no plano como recurso que pode favorecer a ressignificação de conceitos geométricos na transição da geometria plana para a geometria espacial na formação de professores de matemática” (Oliveira, 2023b, p. 20).

Na dissertação, Oliveira (2019) aplicou um curso de extensão universitária com licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, sob a perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino. Já sua tese teve um cunho teórico, não havendo aplicação. Em ambos os textos, foram ressaltados diversos conhecimentos da **geometria plana e espacial**, associados à construção e ao uso do instrumento jacente no plano, dentre eles a divisão de um quadrante em partes iguais (triângulo equilátero, traço da bissetriz, raio, congruência, teorema de Tales), construção de uma reta tangente a um



círculo (noção de reta tangente, círculo, raio, traço da mediatriz, perpendicularidade), construção do triângulo retângulo isósceles (segmento, ângulo, transporte de ângulo), posicionamento do “estilete” (plano, reta, noção de perpendicularidade, perpendicularidade entre reta e plano, retas concorrentes, reta secante (OLIVEIRA, 2019, 2023b).

Já na dissertação de Martins (2019), o instrumento adotado para análise se chama barras de calcular, contidas no tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus* (1614), de John Napier. Martins (2019, p. 19) teve o intuito de “conhecer a articulação entre história e ensino da matemática presente nas barras de calcular de Napier com base na obra *Rabdologiae* (1617)”. Sua pesquisa também se direcionou para a formação do professor de Matemática, na qual o autor também aplicou um curso de extensão universitária com licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará e professores de Matemática, e mobilizou a operação de multiplicação, conhecimento relacionado à **aritmética**.

Na dissertação de Alves (2019), a autora aborda o instrumento chamado círculos de proporção contido no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1633) de William Oughtred. Seu estudo objetivou “conhecer como os conhecimentos matemáticos, incorporados nos círculos de proporção, são mobilizados no estudo de seu manuseio, em uma interface entre história e ensino de matemática” (Alves, 2019, p. 20), direcionando-se também para a formação de professores de Matemática. Por intermédio de um curso de extensão universitária, teve como público-alvo professores de Matemática cursando o mestrado profissional em Matemática (PROFMAT) na Universidade Estadual do Ceará, sob a perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino. Com isso, Alves (2019) destaca ter mobilizado conhecimento **trigonométricos** sobre senos e tangentes, **algébricos**, como os logaritmos, e **aritméticos**, como proporção, multiplicação, divisão e sistema de numeração decimal.

A dissertação de Santos (2022) tratou sobre o instrumento chamado de *cross-staff*, a partir do tratado *The description and vse of the Sector, the Crossestaffe, and other instruments, for such as are studious of Mathematicall practise* (1623), de Edmund Gunter, e teve como objetivo “conhecer os processos matemáticos envolvendo a média geométrica, que permearam a formação de licenciandos em Matemática a partir do



manuseio da escala dos números” (Santos, 2022, p. 25). Com o foco também na formação de professores de Matemática, aplicou também um curso de extensão universitária cujo público foi licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará. A atividade proposta pela autora, orientada pela Teoria da Objetivação, visou a mobilização dos conhecimentos sobre média geométrica, tangentes, senos, logaritmos, razão e proporção, tendo apresentado, portanto, conhecimentos das áreas de **geometria**, **trigonometria**, **aritmética** e **álgebra**.

Já na dissertação de Amarante (2023), a autora utiliza o instrumento astrolábio náutico contido no tratado *Arte de Navegar* (1606), de Simão D’Oliveira. A pesquisa, direcionada à formação de professores de Matemática, teve como objetivo “conhecer como o astrolábio náutico pode favorecer o ensino dos conhecimentos geométricos mobilizados por meio do seu uso na formação dos licenciandos em Matemática” (Amarante, 2023, p. 29). Dessa forma, foi realizada uma intervenção formativa por meio de um curso de extensão universitária, com licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, sob a perspectiva da construção de uma Unidade Básica de Problematização (UBP). Dentre os conhecimentos geométricos, a autora destaca a mobilização das noções sobre grau, quadrante, semicircunferência, diâmetro, plano cartesiano, triângulos, setor circular, círculo e circunferência, arcos, raio, perpendicularidade, relacionados à **geometria analítica**.

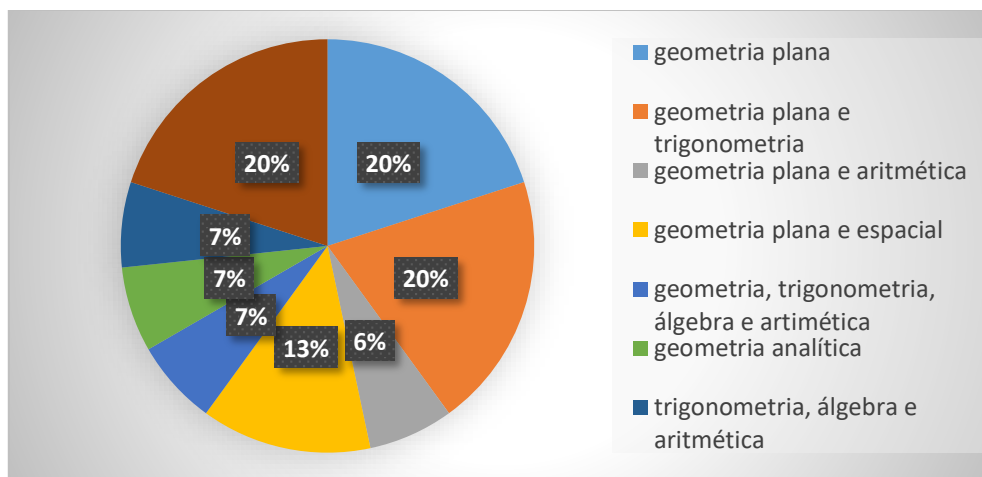
Masseno (2023), em sua dissertação, trabalhou com o compasso de proporção contido no tratado *L’usage du compas de proportion* (1631) de Didier Henrion, também com foco na formação de professores de Matemática. A pesquisa visou “conhecer os rudimentos geométricos do ensino advindos da marcação e do uso das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção por meio da formação inicial do professor de matemática” (Masseno, 2023, p. 20), em que também foi realizado um curso de extensão universitária, com licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará, sob a perspectiva da construção de uma Unidade Básica de Problematização (UBP). Dentre os conhecimentos **geométricos** mobilizados na proposta de Masseno (2023), estão semelhança de triângulo, bissetriz e mediatriz.

A partir da breve descrição realizada sobre os 15 estudos selecionados, observa-se uma tendência maior voltada à articulação de conhecimentos geométricos como subárea única e articulada com outra subárea da matemática, sendo geometria plana (3),



geometria plana e trigonometria (3), geometria plana e aritmética (1), geometria plana e espacial (2), geometria, trigonometria, álgebra e aritmética (1) e geometria analítica (1), seguidos por articulações entre trigonometria, álgebra e aritmética (1) e aritmética (3). Essas informações podem ser melhor visualizadas no Gráfico 1 a seguir:

Gráfico 1 - Subáreas da matemática articuladas nas pesquisas com instrumentos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nota-se também que em apenas dois trabalhos, o de Alves (2019) e Santos (2022), há presença da articulação de conhecimentos algébricos e trigonométricos, caracterizando uma porcentagem baixa de estudos que articulam os conhecimentos de tais subáreas, visando a construção de uma interface entre história e ensino de Matemática, via instrumentos matemáticos e seus tratados.

Destaca-se também que as propostas da interface têm se direcionado em maior quantitativo (11 trabalhos) para a formação do professor de Matemática, o que reforça a compreensão de que os pesquisadores têm se direcionado a fornecer propostas de intervenção que mobilizem a história da matemática na ressignificação de conhecimentos matemáticos.

Considerações finais

Levando em consideração o movimento relacionado à história da matemática articulada à educação matemática, que vem se delineando mais amplamente nas duas últimas décadas do século XX, a partir dos resultados obtidos nesse levantamento, quanto



à articulação de conhecimentos algébricos e trigonométricos, entende-se que ainda são poucos os estudos que tomam como objeto de investigação essa articulação por meio de um instrumento matemático, na perspectiva de uma interface entre história e ensino de Matemática.

Das 1.209 dissertações e teses obtidas inicialmente, em seguida filtradas para 395 que estavam direcionadas à área da matemática, em apenas 21 desses estudos observou-se a discussão a respeito de algum instrumento matemático. Dentre os 21, em 15 deles houve o destaque para a proposta da construção de uma interface entre história e ensino de Matemática, seja para a educação básica (4), seja para a formação dos professores de Matemática (11).

Percebe-se ainda uma predominância de estudos desse tipo voltados a discutir conhecimentos geométricos, seja pela construção ou manuseio do instrumento. Isso pode estar relacionado a diversos fatores, no entanto, destaca-se uma relação com a matemática prática, que esteve em crescimento nos séculos XVI e XVII na Europa e em algumas regiões.

Ainda, foi possível perceber movimentos de articulação entre duas ou mais subáreas da matemática, conforme descrito, no entanto, ainda são poucos os estudos cujo foco direciona-se a articular conhecimentos algébricos e trigonométricos, via instrumentos matemáticos e seus tratados.

Referências

ALBUQUERQUE, Suziê Maria de. **Um estudo sobre a articulação entre a multiplicação contida no *Traité de Gerbert (1843)* e o ensino na formação de professores de Matemática**. 2019. 145f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALBUQUERQUE, Suziê Maria; OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128–144, 2018.

ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat**: revista eletrônica de educação matemática, [S.L.], v. 7, n. 2, p. 22, 13 dez. 2012.



ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Logaritmo e proporcionalidade mobilizados em uma atividade com círculos de proporção (1633) na formação de professores de Matemática. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 15, n. 33, 2021.

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 16, n. 35, p. 74-88, abr. 2020.

AMARANTE, Rebeca Oliveira. **Os conhecimentos geométricos mobilizados no uso do astrolábio náutico do português Simão D’Oliveira (1606) na formação do licenciando em Matemática**. 2023. 206f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2023.

ANDRADE, Kaline Andreza de França Correia. **Um estudo sobre o tratado da circunferência de Al- Kāshī (1424)**. 2022. 146f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches En Didactique Des Mathématiques**, 9(3), 281–308, 1988.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **A articulação de saberes geométricos com trigonométricos por meio da fabricação da balhestilha de Figueiredo (1603) para a construção de uma interface**. 2023. 195f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

BATISTA, Antonia Naiara. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio Dos Tempos..., aplicado na formação de professores**. 2018. 114f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2018.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa Pereira. Um levantamento nacional e internacional de pesquisas que mobilizaram ou articularam saberes geométricos e trigonométricos por meio de instrumentos ou tratados antigos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 1–10, 2023.



CASTILLO, Ana Rebeca Miranda. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges**. 2016. 121f. Tese (Doutorado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio temáticos: história e matemática em sala de aula**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017.

DELEFRATE, Enio Henrique. **Um estudo sobre o traçado da elipse em De Organica de Frans Van Schooten**. 2019. 87f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

DI BEO, Nara. **O estudo do Trattato del Radio Latino: possíveis contribuições para a articulação entre história da matemática e ensino**. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

FLICK, Uwe. **Introdução à Pesquisa Qualitativa**. Editora Penso, 2008.

MARTINS, Eugenio Brito. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 103f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

MASSENO, Thalya Cristiny de Sousa. **Um estudo do tratado L'usage du Compas de Proportion (1631) do francês Didier Henrion para exploração dos conhecimentos geométricos na formação inicial do professor**. 2023. 146f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2023.

MENDES, Iran Abreu. **Usos da História no Ensino de Matemática: reflexões teóricas e experiências**. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

MENEGAT, Alessandro. **Um estudo sobre as trajetórias dos projéteis nas obras de Niccolò Tartaglia**. 2015. 67f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MIGUEL, Antônio; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de; MENDES, Iran Abreu. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MORAES, Edvaldo Alves de. **Interface entre história e ensino de matemática: um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino**.



2018. 191f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2018.

MORAES, Michele de Souza. **Setor trigonal**: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de Matemática. 2017. 113f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017.

OLIVEIRA, Gisele Pereira. **Articulação entre história da matemática e tecnologias digitais via objeto de aprendizagem para mobilização e ressignificação de conhecimentos na formação de professores**. 2023. 361f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023a.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 149f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023b.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de Matemática**. 2019. 199f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. Instrumentos de cálculo contidos em tratados do século XVII: objetos que atravessaram os tempos. **REMATEC**, [S. l.], v. 17, p. 15–29, 2022a.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. Um levantamento de pesquisas brasileiras envolvendo instrumentos matemáticos a partir de estudos publicados no SNHM. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 4, p. 184–211, 2022b.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; MARTINS, Eugenio Brito Martins. **Investigações científicas envolvendo a história da matemática sob o olhar da pluralidade**. Curitiba: CRV, 2021.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 13, n. 25, p. 342–372, 2019.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de Matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 Anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. L.], v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018.

PINHEIRO, Maciel. **Argumentos a favor do peso do ar**: o experimento barométrico de Evangelista Torricelli (1608-1647). 2014. 59f. Dissertação (Mestrado) - Programa de



Estudos Pós-Graduados em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, [S.l.], v. 4, p. 1-12, 30 dez. 2023.

SAITO, Fumikazu. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, [S. l.], v. 29, n. 62, p. 571–589, 2019.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu. Revelando processos naturais por meio de instrumentos e outros aparatos científicos. In: BELTRAN, Maria Helena Roxo Beltran; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Lais dos Santos Pinto (Orgs.). **História da Ciência: tópicos atuais 3**. São Paulo: Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014. p. 95-115.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação (Bauru)**, [S.L.], v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernández; LUCIO, Maria del Pilar Baptista. **Metodologia de pesquisa**. 5 ed. Porto Alegre: Penso, 2013. Tradução: Daisy Vaz de Moraes.

SANTOS, Andressa Gomes dos. **Os aspectos matemáticos relacionados à média geométrica que emergem a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter com licenciandos em Matemática**. 2022. 222f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2022.

SANTOS, Lucas Reis. **Leon Battista Alberti (1404 – 1472) e a Medida do Tempo em sua obra Matemática Lúdica**. 2014. 73f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

SILVA, Ana Paula Minhano Aleixo da. **Uma interface entre história e ensino de matemática: contribuições na formação de conceitos de estudantes na construção e utilização de um instrumento de medida do século XVI – o quadrante geométrico**. 2019. 175f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2019.



SILVA NETO, Benjamim Cardoso da; MENDES, Iran Abreu. Instrumentos históricos antigos e suas indicações para ensino de Matemática: do que tratam as dissertações e teses (1990 a 2018)?. **Revista Cocar**, [S. l.], v. 15, n. 31, 2021.

SOUSA, Giselle Costa de. **Aliança entre história da matemática e tecnologias digitais na educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

Recebido em: 19 / 01 / 2024

Aprovado em: 16 / 02 / 2024