

O CONCEITO DE PROPORÇÃO PRESENTE NO MANUSEIO DAS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED SOB A VISÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DA UECE

THE CONCEPT OF PROPORTION PRESENT IN THE HANDLING OF THE TWO RULES FOR CALCULATION BY WILLIAM OUGHTRED UNDER THE VIEW OF GRADUATES IN MATHEMATICS FROM UECE

Amanda Cardoso Benicio de Lima¹

RESUMO

Debates acerca das contribuições da inserção da história da matemática na formação de professores tem ganhado destaque nas pesquisas científicas do Brasil durante as duas primeiras décadas do século XXI. Dentre esses estudos, destacamos os elaborados pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), que abordam instrumentos científicos/matemáticos desenvolvidos entre os séculos XVI e XVII. Tendo isso em vista, dentre esses instrumentos, estão as Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred (1574-1660), utilizadas para a resolução de questões aritméticas, cálculos trigonométricos e astronômicos. Sendo assim, a partir de um estudo² sobre os aspectos contextuais, historiográficos e epistemológicos que envolvem as Duas Réguas para Cálculo, percebemos que alguns conhecimentos matemáticos que emergem de sua construção, uso e aplicação, dentre eles, o conceito de proporcionalidade, inserido em seu manuseio. Com o objetivo de compreender essa ideia por meio do instrumento e inserir a história da matemática na formação inicial de professores, elaboramos um curso de extensão intitulado “Efetuando multiplicações por meio da manipulação das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred”, ministrado no período de abril e maio de 2023 na Universidade Estadual do Ceará, do qual utilizamos uma das atividades propostas para debater neste artigo. Dito isso, percebemos que os participantes conseguiram compreender o conceito de proporcionalidade por meio do instrumento matemático, e ainda o relacionaram com o conceito atual de proporção, trazendo a ideia de uma possível ressignificação do conhecimento matemático abordado.

Palavras-chave: Proporção, Duas Réguas para Cálculo, William Oughtred, História da Matemática, Formação de Professores.

ABSTRACT

Debates about the contributions of the insertion of the history of mathematics in teacher training have gained prominence in scientific research in Brazil during the first two decades of the 21st century. Among these studies, we highlight those carried out by the Education and History of Mathematics Research Group (GPEHM), which look at scientific/mathematical instruments developed between the 16th and 17th centuries. With this in mind, among these instruments are the Two Rulers for Calculation by William Oughtred (1574-1660), used to solve arithmetic

¹ Graduanda de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE). Bolsista de Iniciação Científica da Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.740-903. E-mail: cardoso.lima@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3738-4445>.

² Trabalho orientado pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.



questions, trigonometric and astronomical calculations. Thus, based on a study of the contextual, historiographical and epistemological aspects surrounding the Two Calculating Rulers, we realized that some mathematical knowledge emerged from their construction, use and application, including the concept of proportionality, which was included in their use. With the aim of understanding this idea through the instrument and inserting the history of mathematics into initial teacher training, we designed an extension course entitled "Performing multiplications through the manipulation of William Oughtred's Two Rulers for Calculation", given in April and May 2023 at the State University of Ceará, from which we used one of the proposed activities to discuss in this article. That said, we realized that the participants were able to understand the concept of proportionality through the mathematical instrument, and also related it to the current concept of proportion, bringing the idea of a possible reframing of the mathematical knowledge addressed.

Keywords: Proportion, Two Rulers for Calculation, William Oughtred, History of Mathematics, Teacher Training.

Introdução

Frente ao cenário educacional brasileiro, debates acerca das contribuições da inserção da história da matemática na formação do professor³ tem sido tema de pesquisas desenvolvidas nas duas primeiras décadas do século XXI. Dentre essas pesquisas, evidenciamos algumas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) que vem se destacando por estudar instrumentos científicos/matemáticos históricos, que são

[...] ferramentas utilizadas para o desenvolvimento de práticas laboratoriais, para fazer observações e/ou realizar experimentos; ou um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força, etc (Ribeiro, Pereira, 2023, p. 2-3).

A respeito desses instrumentos, podemos citar a Balhestilha, o Quadrante, o Setor, o *Promptuario*, entre outros, que surgiram durante os séculos XVI e XVII, período em que a Europa demonstrou um grande interesse ligado aos estudos das matemáticas práticas. Dessa forma, as Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred (1574-1660), se encontram entre os instrumentos matemáticos estudados pelo GPEHM, sendo desenvolvidas durante o século XVII para a realização de cálculos de cunho trigonométrico e aritmético, assim como para o uso de questões ligadas à agrimensura, à navegação e à astronomia. Diante disso, mediante o estudo contextual, historiográfico e epistemológico do instrumento, conseguimos perceber alguns conhecimentos matemáticos que emergem de sua construção, uso e aplicação, os quais, quando

³ A respeito das pesquisas desenvolvidas pelo GPEHM acerca dos instrumentos históricos matemáticos, vide Albuquerque (*et al.* 2019).



articulados na formação de professores, podem oportunizar a ressignificação de conceitos matemáticos. Dentre esses conceitos está o de proporcionalidade, que se faz presente durante o manuseio das Duas Réguas para Cálculo.

Sendo assim, esse artigo tem como objetivo apresentar o conceito de proporção inserido no instrumento matemático histórico sob o olhar de licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Para coleta de dados, foi proposto e ministrado um curso de extensão universitária, de caráter presencial, que ocorreu durante o primeiro semestre letivo do ano de 2023, nos meses de abril e maio, que contou com apoio da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) e com o Centro de Ciências e Tecnologias (CCT). Com o intuito de darmos ênfase ao conceito de proporcionalidade, será utilizada para discussão apenas a atividade proposta no décimo encontro, no qual foi solicitado aos alunos que, com base nos debates dos encontros anteriores, elaborassem um modelo geral de resolução para um exemplo qualquer que envolvesse proporção.

O conceito de proporção na Educação Básica

Antes de compreender como o conceito de proporção é dado por meio das Duas Réguas para Cálculo, realizamos uma breve pesquisa a fim de compreender como a proporcionalidade é abordada ao longo dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e durante o Ensino Médio. Para isso, contamos com os dados contidos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que se caracteriza por ser

[...] um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2017, p.7).

Dessa forma, no que tange o Ensino Fundamental na BNCC, buscamos pelas palavras “proporção”, “proporcionalidade”, “proporcionais” e “proporcional”, e tivemos como resultado os objetos de conhecimento e as habilidades apontadas no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – O conceito de proporção no Ensino Fundamental

Ano	Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidade
4º	Números	Problemas envolvendo diferentes significados da	(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da



		<p>multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida</p>	<p>multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.</p>
5 ^o	Álgebra	<p>Grandezas diretamente proporcionais</p> <p>Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais</p>	<p>(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.</p>
	Geometria	<p>Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes</p>	<p>(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.</p>
6 ^o	Números	<p>Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”</p>	<p>(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.</p>
7 ^o	Álgebra	<p>Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais</p>	<p>(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.</p>
8 ^o	Álgebra	<p>Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais</p>	<p>(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.</p>
9 ^o	Álgebra	<p>Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais</p>	<p>(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.</p>
	Geometria	<p>Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de</p>	<p>(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das</p>



	proporcionalidade e verificações experimentais	relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
--	--	---

Fonte: Elaborado pelas autoras, adaptado de BNCC (2024)

Ao observar o Quadro 1, pode-se perceber que a proporcionalidade perpassa pelos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, estando presente em três das cinco unidades temáticas. Com isso, esse conceito encontra-se relacionado às operações de multiplicação e divisão, à ampliação e redução de figuras planas, ao cálculo de porcentagem, às retas paralelas cortadas por transversais e às grandezas inversamente e diretamente proporcionais.

No Ensino Médio, ao pesquisar pelo conceito de proporção, observamos que está presente na Competência Específica 4, no qual se reporta a

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (Brasil, 2018, p. 523).

Nela, estão elencadas duas habilidades relacionadas à temática estudada e que são direcionadas à conversão de representações algébricas de funções polinomiais de 1º e 2º graus para representações geométricas no plano cartesiano, podendo utilizar ou não softwares e aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 531).

Dessa forma, percebemos, nas diretrizes curriculares, que o conceito de proporção está presente durante toda a formação do aluno, podendo ser expresso ao se estudar Matemática ou por meio da integração com outra área do conhecimento. Diante disso, é importante que o professor não apenas compreenda o conceito a ser ensinado, mas que confira significado a ele, já que a proporcionalidade “também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc” (Brasil, 2017, p. 268).



William Oughtred e a declaração das Duas Réguas para Cálculo

As Duas Réguas para Cálculo, nomeadas individualmente por *Staffe* e *Transversarie*, é um instrumento idealizado por William Oughtred (1574 – 1660), um ministro anglicano do século XVII que ganhou destaque por seus estudos e obras publicadas que versavam sobre os conhecimentos matemáticos do período. Dentre as obras escritas e publicadas, encontra-se o tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1639) que “aborda o manuseio e questões de uso de um instrumento composto de dois lados (frente e verso), nomeados como círculos de proporção e instrumento horizontal” (Alves, 2019).

Contido nesse tratado, encontramos uma adição a respeito do uso dos círculos de proporção para o trabalho de questões náuticas, nomeada por *An Addition unto the use of the Instrument Called the Circles Of Proportion, for the Working of Nauticall Questions*, que contém em anexo o documento *The Declaration of the Two Rules for Calculations*, a declaração que contém a descrição e uso do instrumento conhecido por Duas Réguas para Cálculo⁴.

Sintetizando em 12 páginas as informações fundamentais para o uso do instrumento, William Oughtred retrata, em sua declaração, as características gerais do instrumento, suas funcionalidades, as escalas inseridas nele e alguns exemplos, casos e teoremas para a resolução de problemas utilizando essas escalas. Além disso, destaca o uso das Réguas como um *Crosse-Staffe*⁵, podendo ser utilizadas para medir a altura do sol ou de alguma estrela em relação à linha do horizonte.

Mediante isso, o estudo aqui abordado utilizou-se da aplicação de apenas uma das escalas inseridas nas Duas Réguas para Cálculo, a escala dos números, cuja construção se baseia nos logaritmos desenvolvidos por John Napier (1550-1617) e Henry Briggs (1561-1630), também praticantes das matemáticas⁶.

⁴ Para mais informações a respeito desse instrumento, vide: Lima (*et al.* 2021) e Lima, Soares e Alves (2021).

⁵ Um instrumento do século XVI e XVII utilizado nas áreas de agrimensura, astronomia e navegação. Para mais informações, vide: Santos e Pereira (2021).

⁶ Para mais informações a respeito da escala dos números de William Oughtred, vide: Lima, Soares e Pereira (2022) e Lima, Soares e Pereira (2023).



O Curso de Extensão Universitária

O curso de extensão universitária intitulado como “Efetuando multiplicações por meio da manipulação das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred” aconteceu durante os dias 11 de abril de 2023 e 04 de maio de 2023, no Laboratório de Matemática e Ensino Bernardo Rodrigues Torres (LabMatEn), com carga horária de 30 horas/aulas. O curso ofertou 16 vagas, que se destinavam a alunos devidamente matriculados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Ao final, 13 discentes receberam o certificado de participação emitido pela Pró-Reitora de Extensão, em parceria com o Centro de Ciências e Tecnologia da UECE, pois atingiram 80% de presença no curso.

De maneira geral, o curso pretendeu abordar e mobilizar conhecimentos históricos e matemáticos relativos as Duas Réguas para Cálculo, destacando características do tratado e a biografia de William Oughtred, assim como sobre a matemática presente na constituição e na manipulação do instrumento, dando ênfase em compreender a operação de multiplicação que pode ser realizada por meio das Réguas. O Quadro 2, a seguir, contém o cronograma de aulas presenciais:

Quadro 2 – Cronograma de aulas presenciais

Data	Conteúdo
11/04	Apresentação do curso de extensão universitária, sondagem inicial e assinatura do TCLE.
12/04	Contexto histórico do século XVII, alguns praticantes das matemáticas do século XVII e suas contribuições.
13/04	William Oughtred, biografia e obras.
18/04	Sobrevoos pela declaração das Duas Réguas para Cálculo.
19/04	Os conceitos matemáticos presentes na escala dos números das Duas Réguas para Cálculo.
20/04 até 03/05	A operação de multiplicação por meio da escala dos números de William Oughtred.
04/05	Considerações finais, sondagem final e encerramento do curso.

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

Durante o curso, os participantes foram divididos em quatro equipes, três delas contendo três pessoas e uma contendo quatro. Sendo assim, ao longo dos encontros, foram propostas algumas atividades que visaram estimular o desencadeamento de ações a fim de oportunizar aos participantes o reconhecimento, na história da matemática, de elementos que pudessem auxiliar no processo de compreensão e ressignificação dos conceitos matemáticos, agregando valor em sua formação inicial enquanto professores. No Quadro 3, a seguir, são apresentadas as atividades propostas durante cada encontro:



Quadro 3 – Atividades propostas durante o curso

Encontro	Título da atividade
1	-
2	-
3	William Oughtred: Um praticante das matemáticas.
4	Sobrevoo pela declaração das Duas Réguas para Cálculo.
5	Os conceitos matemáticos presentes na escala dos números das Duas Réguas para Cálculo.
6	A operação de multiplicação por meio das Duas Réguas para Cálculo.
7	O teorema de William Oughtred para a formalização da operação de multiplicação.
8	A regra de proporção para a operação de multiplicação por meio das Duas Réguas para Cálculo.
9	O teorema de proporção de William Oughtred para a formalização da operação de multiplicação.
10	Modelo geral do processo multiplicativo através das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred.
11	-

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

Observando o quadro acima, percebemos que os encontros 1, 2 e 11 não possuíram atividades, visto que o encontro 1 objetivou apresentar o curso, realizar uma sondagem inicial dos participantes e coletar as assinaturas do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que viabiliza a divulgação dos dados coletados durante o curso de extensão. Já o encontro 2 visou apresentar um recorte do contexto histórico do período e o encontro 11, por ser o último encontro, caracterizou-se como o fechamento do curso, no qual foram realizadas as considerações finais e a sondagem final dos participantes.

É válido ressaltar que, apesar do objetivo principal do curso ter sido o de compreender a operação de multiplicação por meio do instrumento histórico, ao longo dos encontros, foram propostas atividades que visaram entender como se dá a proporção por meio das Duas Réguas para Cálculo. Tendo isso em vista, a atividade que servirá de base para as discussões nas próximas sessões foi aplicada no encontro 10, que será detalhada na sessão a seguir.

A Atividade: Modelo geral do processo multiplicativo por meio das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred

Antes de nos determos em explicar de maneira detalhada a atividade, é importante dizer que, durante os encontros anteriores, os participantes realizaram alguns exemplos sobre proporção e multiplicação, nos quais tiveram que entender o processo de resolução e obtenção do resultado por meio das Duas Réguas para Cálculo, e, posteriormente,



formalizar o processo realizado em um teorema escrito por William Oughtred a respeito das regras de multiplicação e proporção.

Dito isso, a atividade propôs aos participantes que escrevessem um modelo geral de resolução para um exemplo qualquer de multiplicação e proporção, no qual, utilizando a linguagem algébrica, deveriam relatar suas ideias tomando como base a notação e o teorema de William Oughtred. Para isso, foram entregues a cada uma das equipes dois documentos: o Cartão Atividade e o Produto.

O Cartão Atividade é um documento que serve para orientar os cursistas sobre o que devem fazer na atividade apresentada, e o Produto é o documento no qual os participantes devem registrar a resolução para a atividade proposta. Nessa atividade, o Produto requerido era que as equipes descrevessem o que foi pedido no Cartão Atividade no quadro disponibilizado. A seguir, são apresentados o Cartão Atividade e o Produto (Figura 1) que foram entregues para cada equipe durante o encontro.

Figura 1 – Cartão atividade e produto do Encontro 10

<p><small>CURSO DE EXTENSÃO - EFETUANDO MULTIPLICAÇÕES POR MEIO DA MANIPULAÇÃO DAS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED</small></p> <p style="text-align: center;">Modelo geral do processo multiplicativo através das duas réguas para cálculo de William Oughtred</p> <p style="text-align: center;">CARTÃO ATIVIDADE</p> <p style="text-align: center;">Grupo: __</p> <hr/> <p>Nos encontros passados, foram realizados pelos grupos exemplos de proporção e de multiplicação, no primeiro momento tínhamos o objetivo de entender o processo de resolução e obtenção do resultado por meio do instrumento histórico duas réguas para cálculo, já no segundo momento visamos formalizar o processo realizado por meio do teorema de William Oughtred e das regras para multiplicação e proporção.</p> <p>Sendo assim, com base nas discussões e conhecimentos construídos pelo grupo nos encontros anteriores e na manipulação das duas réguas para cálculo, escrevam um modelo geral para a resolução de um exemplo genérico de multiplicação e proporção.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p style="text-align: center;">PRODUTO</p> <p>Escrevam no quadro disponibilizado o modelo geral para a resolução de um exemplo genérico de multiplicação e proporção.</p> </div>	<p><small>CURSO DE EXTENSÃO - EFETUANDO MULTIPLICAÇÕES POR MEIO DA MANIPULAÇÃO DAS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED</small></p> <p style="text-align: center;">Modelo geral do processo multiplicativo através das duas réguas para cálculo de William Oughtred</p> <p style="text-align: center;">PRODUTO</p> <p style="text-align: center;">Grupo: __</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; margin-top: 10px;"></div>
---	---

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)



Sendo assim, já que na atividade proposta foi pedido que os alunos elaborassem um modelo geral para a resolução de um exemplo genérico, tanto de multiplicação como de proporção, nesse trabalho demos destaque apenas para a proporção.

A visão dos licenciandos a respeito do conceito de proporção por meio das Duas Réguas para Cálculo

Sabendo que o conceito de proporção para William Oughtred está relacionado com a operação de multiplicação, que pode ser vista como uma operação advinda da proporção, a escala dos números presente nas Duas Réguas para Cálculo é também utilizada para apresentar os cálculos aritméticos, auxiliando na compreensão inicial do leitor a respeito dessa operação de multiplicação e da proporcionalidade.⁷

Dessa maneira, a partir do uso das Réguas e da escala dos números, as equipes realizaram suas reflexões e as descreveram nos seus respectivos produtos. Com isso, elaboramos o Quadro 4 para que o leitor possa visualizar, de maneira clara, o que foi descrito por cada uma das equipes. Ressaltamos que demos atenção às questões anacrônicas do conceito de proporção⁸ visualizadas pelos participantes.

Quadro 4 – Modelo geral para a resolução de um exemplo genérico de proporção

Equipes	Explicação
Equipe 1	<p>“[...] Sejam 4 números reais (a, b, c e x) relacionados proporcionalmente entre si, com um dos termos desconhecidos (x). Para descobrir o valor do 4º número relacionado, o desconhecido, basta seguir os seguintes passos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Escolher um dos 3 termos conhecidos para marcar primeiramente na <i>Transversarie</i>. 2. Escolher, entre os dois termos restantes, o segundo termo para ser alinhado ao primeiro e marcado na <i>Staffe</i>. 3. Marcar o 3º termo na <i>Transversarie</i>; 4. O valor encontrado na <i>Staffe</i>, que está alinhado ao 3º termo, é quarto proporcional ou o 4º valor que é desconhecido na relação de proporção”. $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$
Equipe 2	<p>“[...] Para a proporção, utilizaremos o mesmo teorema, porém, não denominaremos o “1” como número inicial. Portanto, sejam a, b, c, d arbitrários, onde $a > b$ e $c > d$. Então</p>

⁷ Um estudo sobre o conceito de proporcionalidade no século XVII está sendo desenvolvido por membros do GPEHM, pois se faz necessário um estudo epistemológico e matemático a respeito do tratado *Key of Mathematicks* (1694), também escrito por William Oughtred, no qual faz menção a esse conceito.

⁸ Atualmente, o conceito de proporção está relacionado à igualdade entre duas razões, desse modo, “dadas as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$, à sentença de igualdade $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chamamos de proporção” (Iezzi; Hazzan; Gegenszajn, 2013, p. 2).



	$a \cdot b :: c \cdot d \Rightarrow \frac{b}{a} \cdot c = d$, ou $a \cdot c :: b \cdot d \Rightarrow \frac{c}{a} \cdot b = d$.
Equipe 3	<p>“$a \cdot b :: c \cdot d$</p> <p>Usando a régua, marcamos o 1º termo, a. Na <i>Staffe</i>, pegamos o 2º termo, b, alinhado ao 1º. Após isso, marcamos o 3º, c, na <i>Transversarie</i> e procuramos o número alinhado a ele, assim encontramos o 4º termo, d.</p> <p>Esse passo a passo funciona tanto para o teorema da multiplicação quanto para o teorema da proporção. [...] Na proporção, os 3 primeiros termos podem ser qualquer número diferente de 1.</p> <p>Ainda no teorema, Oughtred fala que, tanto na proporção e na multiplicação, a ordem do 2º [e] do 3º termo não influenciam o resultado”.</p>
Equipe 4	<p>Segundo o teorema, “se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números dados”.</p> <p>Logo, dados três números a, b e c, e um número desconhecido d, pode-se realizar o seguinte:</p> $\frac{b}{a} \cdot c = d \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow a \cdot b :: c \cdot d \text{ (uma proporção)}.$

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024)

De acordo com o teorema de proporção elaborado por William Oughtred, que foi utilizado pelos participantes nas atividades anteriores, temos

Teorema: Se, de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números dados.

Também não é importante se os dois números após o primeiro serem segundo ou o terceiro (Oughtred, 1633, p. 5, tradução nossa)⁹.

Dessa forma, ao ler o produto de cada uma das equipes, notamos que utilizaram o teorema para a elaboração do modelo geral, algumas utilizando as Régua para explicar o modelo elaborado e outras utilizando apenas a explicação algébrica.

As equipes 1 e 3 utilizaram-se da relação entre as Régua com a representação algébrica. No início de sua explicação, a equipe 1 destaca a escolha de três números reais conhecidos e um número desconhecido, que denominam esse último como sendo x . Dessa forma, para encontrar o número que corresponde a x , primeiramente se deve escolher um dos três números conhecidos e encontrá-lo na régua *Transversarie*. Após isso, deve-se escolher um dentre os dois números conhecidos restantes e encontrá-lo na régua *Staffe* e, em seguida, deve-se marcar o último número real conhecido na régua *Transversarie*.

⁹ Em inglês, lê-se: “*Theoreme: If of three numbers given, the second divide the first, and the quotient divide the third; this later quotient shall be the fourth proportionall, to the three numbers given. Neither is it material whether of the two numbers after the first be second, or third*” (Oughtred, 1633, p.5)



Assim, o primeiro número marcado na régua *Transversarie* será alinhado ao segundo número real marcado na régua *Staffe*, e o terceiro número real marcado na régua *Transversarie* estará alinhado ao número desconhecido na relação de proporção, sendo esse o quarto termo proporcional. Assim, a equipe encerra seu modelo geral com a igualdade entre as razões $\frac{b}{a} = \frac{x}{c}$, remetendo à definição atual de proporção como sendo a igualdade entre duas razões.

A equipe 3 também começa seu registro relacionando as Régua com a representação algébrica, destacando a escolha do primeiro termo arbitrário na régua *Transversarie* e depois a escolha do segundo termo na régua *Staffe*, alinhando um ao outro. Em seguida, escolheram o terceiro termo na régua *Transversarie* e, em seguida, buscaram o termo que é alinhado a ele, na régua *Staffe*, encontrando o quarto termo.

A equipe ainda destaca que, na proporção, os 3 primeiros termos podem ser quaisquer números diferentes de 1, esse comentário é devido a uma citação de William Oughtred, vista nas atividades anteriores, na qual há que “[...] na multiplicação, o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1” (Oughtred, 1633, p. 7, tradução nossa)¹⁰. Por fim, a equipe ainda destaca que, de acordo com o teorema visto, as ordens do segundo e do terceiro termo não influenciam para o resultado, ou seja, podem ser comutados.

Já a equipe 2 se detém em apresentar seu modelo geral apenas com a representação algébrica, destacando, de primeiro momento, que não será denominado o número 1 como número inicial, ou seja, como o primeiro termo proporcional. Sendo assim, a equipe conta com quatro números arbitrário a, b, c, d no qual apresentam a restrição que $a > b$ e $c > d$. Dessa forma, utilizando a notação de William Oughtred na declaração das Duas Régua para Cálculo, a equipe apresenta as duas formas de se apresentar o modelo geral. A primeira forma sendo o número b o segundo termo da proporção e o número c o terceiro termo da proporção, e a segunda forma com os termos b e c comutados.

Por último, a equipe 4 inicia o produto da atividade escrevendo o teorema de proporção visto anteriormente, e, logo após, utiliza três números conhecidos a, b, c , e um número desconhecido d , para aplicar o teorema, fazendo $\frac{b}{a} \cdot c = d$, e, após isso, utilizaram da noção de proporção atual para igualar duas razões, tendo $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$. Dessa maneira, a

¹⁰ Em inglês, lê-se: “In Multiplication the first terme of the implicate proportion is evermore 1” (Oughtred, 1633, p.7).



equipe encerra seu modelo utilizando a notação de proporção de William Oughtred, $a . b : c . d$.

Numa visão ampla da descrição dos produtos das quatro equipes, podemos verificar que todas conseguiram desenvolver o que foi solicitado na atividade. Ao observar, de forma minuciosa, podemos destacar o que foi mencionado pela equipe 4 no final dos registros, ou seja, seus integrantes estabelecem a existência de uma relação entre o conceito de proporção atual, quando a apresentamos como a igualdade entre duas razões, e a proporção definida por William Oughtred juntamente com sua notação, no qual o quarto termo proporcional é definido como o produto do terceiro termo, com a razão do segundo sobre o primeiro.

Além disso, a relação que as equipes 1 e 3 estabeleceram entre os números da proporção e as Duas Réguas para Cálculo, permitem visualizar como o teorema de proporcionalidade de William Oughtred é aplicado no manuseio das Réguas, possibilitando uma ressignificação do conhecimento matemático por meio do instrumento matemático histórico.

Considerações Finais

A proposta desenvolvida nesse artigo apresenta um novo olhar sobre o conceito de proporção, não deixando de lado o conceito atual, mas dando atenção à maneira como esse conhecimento matemático é retratado com a utilização das Duas Réguas para Cálculo. Sendo assim, existe a necessidade de focarmos na proporcionalidade realizando um estudo contextual, historiográfico e epistemológico aprofundado e detalhado, tomando como base outras obras escritas por William Oughtred que discorram sobre esse conceito, para que sejam escritas e divulgadas publicações que retratem a formalização da proporção por meio desse instrumento matemático.

Dessa forma, com a atividade citada e com o produto desenvolvido pelas equipes, observamos a relevância das pesquisas que pautam sobre a inserção da história da matemática na formação do professor, pois promove um diálogo entre o passado e o presente, utilizando recursos do passado, com a intenção de contribuir para a reflexão do professor a respeito da construção e significação de alguns conhecimentos matemáticos aprendidos e ensinados por ele no presente.



Referências

ALBUQUERQUE, Suziê Maria *et al.* Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Boletim Online de Educação Matemática**, [S.L.], v. 6, n. 12, p. 128-144, 22 jan. 2019.

ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará, Fortaleza, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; GEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos da Matemática Elementar**: volume 11. 9. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013. 260 p.

LIMA, Amanda Cardoso Benicio de *et al.* Primeiras impressões contextuais das duas réguas para cálculo de William Oughtred (1574-1660) na interface entre História e ensino de Matemática. **Matemática e Ciência**: construção, conhecimento e criatividade, [S.L.], v. 4, n. 2, p. 47-66, 23 dez. 2021.

LIMA, Amanda Cardoso Benicio de; SOARES, Kawoana da Costa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Diálogo sobre os conhecimentos aritméticos contidos na manipulação das duas réguas para cálculo de William Oughtred. **Educação Matemática Debate**, [S.L.], v. 7, n. 13, p. 1-18, 9 set. 2023. Universidade Estadual de Montes Claros (UNIIMONTES).

LIMA, Amanda Cardoso Benicio de; SOARES, Kawoana da Costa.; ALVES, Verusca Batista. As duas réguas para cálculo de William Oughtred como objeto de estudo sobre a interface entre a história e o ensino de matemática. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; OLIVEIRA, Gisele Pereira. (org.). **Pesquisas sobre ensino de matemática no GPEHM Júnior: construindo uma prática investigativa**. Iguatu: Quipá Editora, 2021. Cap. 2. p. 26-36.

LIMA, Amanda Cardoso Benicio; SOARES, Kawoana da Costa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Aspectos históricos e matemáticos incorporados na construção da escala dos Números de William Oughtred (1574-1660). In: COSTA, Elisangela André da Silva; FREITAS, Bruno Miranda; DANTAS, Jeane Pereira. (org.). **Diálogos entre escola e universidade na formação continuada**. Fortaleza: Imprece, 2022. Cap. 6. p. 94-109.

OUGHTRED, William. **Key of Mathematicks**. London: John Salusburn, 1694.



Amanda Cardoso Benicio de Lima

O conceito de proporção presente no manuseio das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred sob a visão de licenciandos em matemática da Uece

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment.** London: Elias Allen, 1639.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional**, [S.L.], v. 4, p. e023021, 30 dez. 2023. Revista de Instrumentos, Modelos e Políticas em Avaliação Educacional.

SANTOS, Andressa Gomes dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma descrição das escalas do Cross-Staff (1623) de Edmund Gunter. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 8, n. 23, p. 707-720, 17 jun. 2021. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM.

Recebido em: 14 / 01 / 2024

Aprovado em: 26 / 02 / 2024