

## UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE SOBRE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS PARA O 2º ANO DO ENSINO MÉDIO A PARTIR DO ASTROLÁBIO NÁUTICO

### AN ACTIVITY PROPOSAL ON TRIGONOMETRIC RELATIONS FOR THE 2ND YEAR OF HIGH SCHOOL USING THE NAUTIC ASTROLABE

Patrick de Oliveira Sousa<sup>1</sup>; Francisco Wagner Soares Oliveira<sup>2</sup>

#### RESUMO

No que diz respeito à Educação Matemática, o uso da História da Matemática tem se tornado cada vez mais frequente, principalmente por meio de estudo, construção e uso de instrumentos náuticos, sobretudo em contexto de ensino e aprendizagem na formação inicial de professores. Diante do exposto, e cientes da importância dessa proposta de trabalho para a divulgação científica e educacional no contexto cearense, decidimos elaborar este trabalho, voltado especialmente para a Educação Básica. Diante disso, e em meio à diversidade de instrumentos disponíveis para estudo, definimos o Astrolábio Náutico como instrumento a ser utilizado para este estudo, principalmente pelas muitas possibilidades para se ensinar Matemática por meio de seu uso. Dessa forma, cabe destacar que nosso objetivo é apresentar uma proposta de atividade com o Astrolábio Náutico sobre relações trigonométricas no triângulo retângulo a ser desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas. A pesquisa é embasada por uma abordagem qualitativa e se desenvolve de forma exploratória. Esse trabalho permitiu um maior contato com os instrumentos náuticos, sobretudo o Astrolábio, principalmente por meio da leitura da obra *Arte de Navegar*, de Simão de Oliveira. Também foi possível conhecer a Teoria das Situações Didática e estudá-la de forma mais aprofundada. Além disso, esta pesquisa possibilitou um maior contato com a História da Matemática. Esperamos que esse trabalho ajude professores e alunos a discutirem o conhecimento matemático a partir de situações práticas de medição.

**Palavras-chave:** Relações trigonométricas; Astrolábio Náutico; Teoria das Situações Didáticas.

#### ABSTRACT

As far as Mathematics Education is concerned, the use of the History of Mathematics has become increasingly frequent, mainly through the study, construction and use of nautical instruments, especially in the context of teaching and learning in initial teacher training. In view of the above, and aware of the importance of this work proposal for scientific and educational dissemination in the Ceará context, we decided to prepare this work, aimed especially at Basic Education. In view

<sup>1</sup> Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Sítio Ingarana, 7, Zona Rural, Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil, CEP: 62930-000. E-mail: [patrick.sousa@aluno.uece.br](mailto:patrick.sousa@aluno.uece.br). ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-7836-0980>.

<sup>2</sup> Doutor em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professor adjunto da Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (UECE), Limoeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua nossa Senhora de Fátima, 124, bandeira velho, Itatira, Ceará, Brasil, CEP: 62720-000. E-mail: [wagneruece.oliveira@uece.br](mailto:wagneruece.oliveira@uece.br). ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9296-8200>.



of this, and amidst the diversity of instruments available for study, we defined the Nautical Astrolabe as the instrument to be used for this study, mainly because of the many possibilities for teaching mathematics through its use. Our aim is to present a proposal for an activity using the Nautical Astrolabe on trigonometric relations in the right triangle, to be developed with students in the second year of secondary school, with the theoretical support of the Theory of Didactic Situations. The research is based on a qualitative approach and is exploratory in nature. This work allowed us to get to know nautical instruments better, especially the Astrolabe, mainly by reading the work *Arte de Navegar*, by Simão de Oliveira. It was also possible to get to know the Theory of Didactic Situations and study it in greater depth. In addition, this research made it possible to have greater contact with the History of Mathematics. We hope that this work will help teachers and students to discuss mathematical knowledge based on practical measurement situations.

**Keywords:** Trigonometric relations; Nautical Astrolabe; Theory of Didactic Situations.

## **Introdução**

Os conteúdos relacionados à Trigonometria e à Geometria Plana são recorrentes ao longo de todo o Ensino Fundamental II e do Ensino Médio. O estudo dos triângulos e suas relações métricas e trigonométricas está presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especialmente no que se refere ao conteúdo sugerido para o Ensino Médio.

No que se refere à abordagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo, a BNCC não é muito específica sobre as habilidades que envolvem esse conteúdo, mas uma habilidade que, de certa forma, relaciona triângulos e medidas trigonométricas, é a EM13MAT308, a qual, de acordo com a BNCC (2018, p. 545), consiste em “Explicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos”.

Segundo uma pesquisa realizada por Mota, Jucá e Pinheiro (2013), o maior obstáculo na aprendizagem dos alunos no que diz respeito às relações trigonométricas está relacionado com a dificuldade em assimilar conceitos referentes ao triângulo retângulo em atividade práticas e também em identificar qual relação deve ser usada a partir dos dados disponíveis nas situações problemas.

Diversos recursos podem ser utilizados com o objetivo de favorecer esse processo de aprendizagem, como é o caso dos recursos advindos da História da Matemática. A esse respeito Groenwald, Sauer e Franke (2005, p. 13) afirmam que trabalhar elementos da História da Matemática “além de ser um forte motivador, auxilia a compreensão da construção dos conceitos e dá suporte para a organização de aulas mais significativas para os alunos”.



Uma alternativa recorrente para o uso de História da Matemática no ensino é o estudo de instrumentos matemáticos, dentre eles os náuticos, os quais têm incorporado, tanto nos processos de construção como de uso, alguns conceitos da Matemática. Esses instrumentos de náuticos, no período das Grandes Navegações foram muito utilizados para favorecer as práticas da arte náutica. Além disso, nos dias de hoje, esses instrumentos são pensados/utilizados por pesquisadores (Saito, Dias, 2013; Pereira, Saito, 2019; Oliveira, 2023) como possíveis recursos didáticos que podem favorecer, de algum modo, o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Caminhando na direção desses pesquisadores, elencamos, para estudo nesse trabalho, o instrumento Astrolábio Náutico, o qual, segundo Oliveira (2017, p. 20), surgiu a partir da “curiosidade do homem em conhecer e decifrar os movimentos dos astros celestes”. A partir desse instrumento é possível estudar conteúdos relacionados à Geometria, tais como ângulos e semelhança de triângulos.

Com isso, objetivamos apresentar uma proposta de atividade com o Astrolábio Náutico, com a qual seja possível trabalhar conteúdos voltados ao estudo das relações trigonométricas no triângulo retângulo, a ser desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, tendo como base teórica a Teoria das Situações Didáticas. Para isso, realizamos um estudo teórico sobre o instrumento, a fim de entender o seu funcionamento e suas potencialidades didáticas, com o objetivo de poder desenvolver a atividade partindo de um bom embasamento teórico.

### **O Astrolábio Náutico como recurso para o ensino e aprendizagem de Matemática**

O Astrolábio Náutico sintetiza uma série de conhecimentos matemáticos, em especial geométricos, que podem ser discutidos durante o processo de ensino-aprendizagem em diversos níveis educacionais. Nessa seção, apresentamos algumas ações que já utilizaram o referido instrumento na Educação Básica (Ensino Fundamental II e Ensino Médio) e no Ensino Superior. Essas propostas foram encontradas em artigos e dissertações disponíveis em meio eletrônico.

Amarante e Pereira (2023) apresentam uma proposta de uso desse instrumento no ensino de Geometria em um curso de formação universitária, voltado a alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará. O curso abordou, dentre diversos conteúdos, os conceitos relacionados à circunferências e ângulos por



exemplo. Esses conceitos foram trabalhados por meio da construção do instrumento, seguindo as orientações propostas no livro *Arte de Navegar* (1606), de Simão de Oliveira, recorrendo à problematizações, utilizando a chamada Unidade Básica de Problematização (UBP), o que, segundo Pereira e Tavares (2017, p.21), consiste em “um *flash* de memória discursiva que descreve uma prática social num campo de atividade humana que, por algum motivo, é eleito como um objeto de problematização disciplinar”.

A atividade acima relatada, de acordo com Amarante e Pereira (2023), permitiu aos alunos compreender conceitos relacionados à Geometria, tanto a partir da leitura do livro, quanto a partir da construção do instrumento.

Alvarenga (*et al.* 2013) propõem uma atividade que foi aplicada em uma turma de Ensino Médio. Esta ação relatada pelos autores trabalha assuntos relacionados à Trigonometria e à Geometria, tais como o teorema de Tales e a medição de ângulos. Essa proposta consiste no uso de questionamentos e aplicação de atividades práticas. Os questionamentos foram aplicados com o intuito de coletar informações acerca dos conhecimentos prévios dos alunos, em um primeiro momento, e para verificar o que aprenderam, em um segundo momento. As atividades práticas foram divididas em três.

A primeira delas foi referente à utilização do teorema de Tales, em que os alunos determinaram a altura do prédio da escola, tomando como referência à altura de um dos alunos. A segunda prática consistiu no cálculo da inclinação dos raios solares utilizando as relações trigonométricas referentes ao triângulo retângulo. Por fim, para a última parte da atividade, foi utilizado o Astrolábio, o qual foi construído pelos próprios alunos.

Eles utilizaram este instrumento para calcular a altura de uma antena de internet da cidade onde a atividade foi realizada. A atividade relatada, de acordo com Alvarenga (*et al.* 2015, p.8), “permitiu, em todas as etapas, a participação efetiva dos envolvidos, oportunizou a discussão dos resultados obtidos, bem como a aplicação dos conhecimentos que já possuíam” (adaptação nossa).

Em relação ao uso do Astrolábio no Ensino Fundamental, Silva (2022) propõe uma atividade para se trabalhar Trigonometria e Geometria, mais especificamente o conteúdo de semelhança de triângulos. O estudo foi realizado ao longo de cinco aulas, sendo dividido em momentos teóricos e práticos. As três primeiras aulas foram voltadas para o ensino e aprendizagem dos conceitos que envolvem semelhança de triângulos, como proporcionalidade e razões trigonométricas. A quarta aula consistiu na



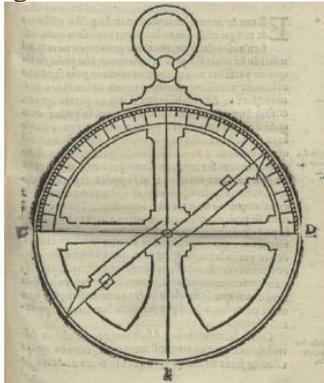
apresentação do Astrolábio e na demonstração de como utilizá-lo. A última aula foi uma oficina sobre a confecção de um Astrolábio caseiro e uma prática sobre o seu uso no cálculo da altura de objetos. Silva (2022, p. 58) afirma que o uso do Astrolábio caseiro, bem como a sua construção, “serviu para chamar a atenção e atizar a curiosidade dos alunos”. O autor também enfatiza a importância da abordagem da História da Matemática a partir do trabalho com o instrumento.

Observamos, a partir da leitura dos trabalhos acima relatadas, que o Astrolábio Náutico apresenta potencialidades matemáticas que podem ser trabalhadas tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior, o que configura o instrumento como sendo algo que possibilita trabalhar com diversos públicos, utilizando a História da Matemática.

### **O conceito de relações trigonométricas presente no Astrolábio Náutico**

O Astrolábio é um instrumento antigo que, no passado, foi utilizado, como relatado acima, principalmente no período das Grandes Navegações. Ele possuía diversas aplicações úteis para aqueles que o utilizavam, tanto na observação da posição de um astro, quanto na localização terrestre em alto-mar durante as expedições marítimas. Nesse trabalho, fazemos um estudo do Astrolábio Náutico, o qual foi relatado por Simão de Oliveira em sua obra *Arte de Navegar* publicada em 1606. Esse instrumento apresentava, como uma de suas principais funções, calcular a altura de astros celestes acima da linha do horizonte. A Figura 1 mostra um desenho deste instrumento, a fim de melhorar o entendimento sobre seu funcionamento.

**Figura 1** – Astrolábio Náutico



**Fonte:** Oliveira (1606, p. 57).

O instrumento se assemelha a um disco. A parte superior dele possui medições em



graus, com 90 graus cada uma, em que o grau 0 se encontra na extremidade superior do eixo AB do disco e as marcações de 90 graus se encontram nas extremidades do eixo CD. No centro desse disco encontra-se uma mediclina (eixo giratório) com duas pínulas (placas com orifícios presas à mediclina). O instrumento deveria ser sustentado pelo pequeno anel de sua extremidade superior, de tal forma que seu eixo CD ficasse paralelo ao horizonte. Após isso, a pessoa que o estivesse manuseando deveria apontar a mediclina para o astro até que a luz passasse igualmente pelas duas pínulas. Com isso, ao olhar para as marcações, seria possível determinar o ângulo formado pelo horizonte e o astro.

Como relatado, no uso do objeto para calcular a altura de astros, girava-se a mediclina até que a luz do astro atravessasse os dois orifícios das pínulas. Contudo, para a atividade aqui proposta, os objetos observados não emitem luz, o que ocasiona em uma forma diferente de usar. Aqui, o usuário deve posicionar a mediclina de tal forma que o topo do objeto possa ser visto através dos dois orifícios.

Ao observar o uso desse instrumento, notamos algumas possibilidades de utilizá-lo como recurso didático para o ensino-aprendizagem de alguns tópicos de Matemática Básica, principalmente relacionados à Geometria. A esse respeito, acreditamos que propor uma atividade sobre a utilização do Astrolábio Náutico para o ensino de relações trigonométricas é uma proposta bastante interessante, visto que os estudantes poderão mobilizar conceitos matemáticos de forma prática, o que pode favorecer a atribuição de significados.

As relações trigonométricas aparecem no instrumento no momento em que se deseja calcular a altura de determinado objeto, não necessariamente os astros, mas objetos do cotidiano do aluno, como uma antena de televisão ou a lâmpada da sala de aula. O instrumento se encontra a uma determinada distância do objeto, e calcula um determinado ângulo. A partir disso, é possível utilizar as relações trigonométricas para determinar a altura em que o objeto se encontra ou, por exemplo, quando se conhece a altura do objeto, mas se quer determinar o comprimento de uma corda para ligar o ponto de observação ao objeto. A atividade proposta neste trabalho busca apresentar essas situações práticas para que os alunos sejam estimulados a pensar em situações que resolvam esses problemas a partir do uso do Astrolábio.



## **Metodologia**

Essa pesquisa, quanto à sua abordagem, é considerada qualitativa, uma vez que, segundo Neves (1996, p. 1), a pesquisa qualitativa

não busca enumerar ou medir eventos e, geralmente, não emprega instrumental estatístico para análise dos dados; seu foco de interesse é amplo e parte de uma perspectiva diferenciada da adotada pelos métodos quantitativos. Dela faz parte a obtenção de dados descritivos mediante contato direto e interativo do pesquisador com a situação-objeto de estudo.

Além disso, esse trabalho apresenta características de uma pesquisa exploratória, pois, de acordo com Gil (2002, p. 41), esses tipos de pesquisas “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições”.

O trabalho aqui descrito, como já relatado, tem como objetivo apresentar uma proposta de atividade com o Astrolábio Náutico sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo, a ser desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Médio com o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas e, para isso, utilizaremos a abordagem de pesquisa qualitativa com características exploratórias. Para alcançar esse objetivo, inicialmente, realizamos um estudo teórico sobre os temas que norteiam essa pesquisa, ou seja, um estudo acerca das relações trigonométricas no triângulo retângulo, a origem e o funcionamento do Astrolábio Náutico, bem como a sua construção.

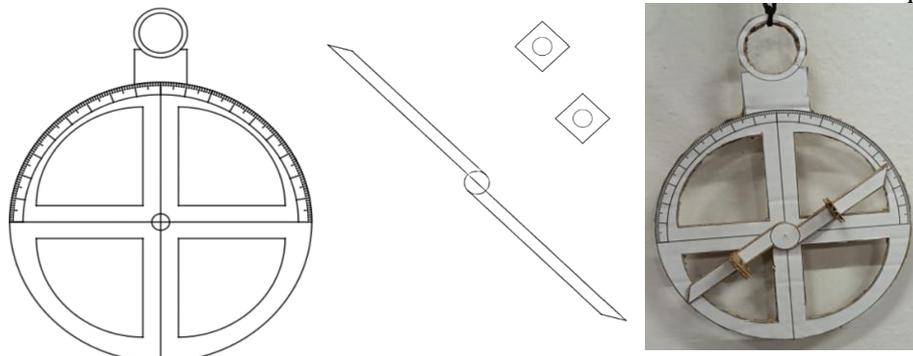
Também se realiza uma análise sobre as possibilidades em se explorar as relações métricas por meio do uso do instrumento. Essa análise ocorreu mediante a consulta de artigos e livros, tais como Oliveira (1606) e Silva (2022), bem como pela manipulação da ferramenta pelos autores deste texto. Por fim, fizemos uma construção do instrumento utilizando materiais acessíveis, como papelão e folhas A4, com o intuito de manipular o instrumento para testar a sua eficiência na realização da atividade, a qual foi elaborada tendo como base a Teoria das Situações Didáticas.

Na Figura 2, a seguir, é possível observar a construção realizada pelos autores, utilizando o *GeoGebra* e, além disso, o instrumento após impressão, recorte e colagem em papelão. Essa construção se deu por meio da impressão das imagens construídas no *GeoGebra*, recorte e colagem em folha de papelão utilizando estilete e cola branca.



Ressaltamos que a construção foi realizada pelos autores do trabalho, utilizando Oliveira (1606, p. 57) como referência.

**Figura 2** – Partes do Astrolábio Náutico construídas no *GeoGebra* e resultado adquirido



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

A atividade é desenvolvida utilizando como base a Teoria das Situações Didáticas (TSD)<sup>3</sup>, a qual, segundo Oliveira (2018, p. 3), “tem como uma de suas finalidades orientar o professor a desenvolver situações reproduzíveis de ensino que podem proporcionar ao aluno uma aprendizagem mais significativa”. Diante disso, é esperado que a atividade proposta tenha quatro etapas principais, sendo estas, de acordo com Almouloud (2007, p. 36), nomeadas, respectivamente, como ação, formulação, validação e institucionalização.

Conforme Brousseau (2008 *apud* Oliveira, 2018, p. 13), a etapa da ação busca a interação do aluno com o meio onde ele está inserido, com o objetivo de investigar as possíveis soluções. A etapa da formulação tem como objetivo fornecer troca de saberes entre os alunos para socializar acerca dos resultados obtidos. A etapa da validação é o momento em que o aluno pode confirmar ou descartar as hipóteses criadas por ele acerca do problema inicialmente proposto. A última etapa, a da institucionalização, é a fase em que o professor explicita seus objetivos em relação ao problema destacado no exercício.

A atividade proposta consiste de dois materiais: um guia para o professor e um roteiro para o aluno. Ressaltamos que o tempo em sala de aula é algo primordial, e muitas vezes se torna inviável utilizar muitas aulas para focar em um determinado assunto. Tendo isso em vista, a atividade não tem como uma de suas atribuições a construção do

<sup>3</sup> Embora a TSD, em grande parte das pesquisas na área de Educação Matemática esteja associada ao método de pesquisa da Engenharia Didática (ED), aqui não usamos a ED, visto o foco maior de nosso trabalho se tratar de uma proposta de atividade para sala de aula. Em pesquisas mais aprofundadas, no futuro, pretendemos seguir todo o aporte da ED.



Astrolábio Náutico pelos alunos, então os discentes já receberam o material feito. A atividade constitui-se de três principais momentos: explicação teórica sobre o conteúdo de relações trigonométricas no triângulo retângulo (teoria e exemplos), apresentação do Astrolábio Náutico (história e funcionamento) e atividade prática. A ideia é que a realização da atividade proposta seja efetivada em um dia com duas horas/aula, quando será realizada a explicação teórica do assunto, a apresentação do instrumento e a atividade prática.

A finalidade da atividade idealizada nesse trabalho é propor um meio para tornar o conteúdo de relações trigonométricas menos teórico, associando-o à prática para que os alunos possam perceber a Matemática como algo aplicável e histórico, que não surgiu do nada, mas que passou por transformações ao longo de anos e deve ser valorizada.

### **Proposta de atividade: o Astrolábio Náutico e o cálculo de alturas de objetos**

#### ***Apresentação da atividade***

A atividade aqui proposta utiliza o Astrolábio Náutico como material manipulativo com o intuito de instigar os alunos a resolverem problemas acerca das relações trigonométricas no triângulo retângulo, saindo de um viés teórico para adentrar em uma metodologia na qual eles possam ser mais autônomos em seu processo de aprendizagem.

#### ***Guia do professor***

*Instrumento matemático:* Astrolábio Náutico (Figura 3):

**Figura 3** – Astrolábio Náutico



**Fonte:** Elaborado pelos autores.



*Elementos que norteiam a atividade (Quadro 1):*

**Quadro 1** – Resumo da prática

<b>Série/Ano</b>	2º ano do Ensino Médio.	
<b>Unidade temática</b>	Geometria.	
<b>Objeto de conhecimento</b>	Relações métricas e trigonométricas em triângulos e círculos.	
<b>Habilidade</b>	(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos (BRASIL, 2018, p. 545).	
<b>Objetivos</b>	Docente	Desenvolver a habilidade de aplicar conceitos básicos das relações trigonométricas na solução de um problema da construção civil e agrimensura, especificamente a topografia.
	Aluno	Aplicar conceitos básicos das relações trigonométricas na solução de um problema da construção civil e agrimensura, especificamente a topografia.
<b>Materiais necessários</b>	Visando economizar tempo, o professor deve ter alguns exemplares do Astrolábio Náutico previamente construídos. Além disso, se faz necessário uma trena para medir as distâncias solicitadas no momento da atividade prática, calculadora, folhas A4 e caneta/lápis para os alunos realizarem anotações.	
<b>Conhecimentos prévios</b>	Relações trigonométricas no triângulo retângulo.	
<b>Duração</b>	2 horas/aula.	

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### *Aspectos gerais da atividade*

Nesta atividade, os alunos serão inicialmente apresentados ao Astrolábio Náutico por meio de uma pequena exposição realizada pelo professor. Após isso, a sala deve ser dividida em grupos para a realização da prática proposta. Dessa forma, os alunos deverão calcular a altura de determinados objetos utilizando como recurso a ferramenta apresentada.

### *O experimento*

A atividade consiste em utilizar o Astrolábio Náutico fornecido pelo professor para calcular a altura de objetos em três níveis de dificuldade. Inicialmente, eles deverão utilizar o instrumento para calcular a altura em que a lousa da sala de aula se encontra, pois assim é mais fácil verificar se eles conseguiram acertar o desafio proposto. Em seguida, os alunos serão orientados a calcular a altura da sala de aula. Observe que nesse caso o nível de dificuldade para a verificação dos resultados é um pouco maior. Por fim,



após conquistarem um maior nível de confiança no instrumento, depois de utilizarem-nos nos dois problemas anteriores, eles deverão calcular a altura de um poste de luz. Cada etapa será melhor abordada posteriormente.

### *Preparação*

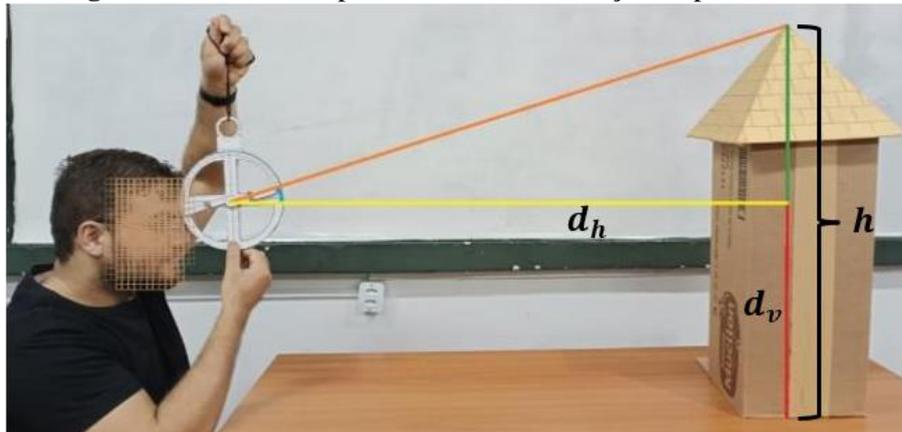
Os alunos devem ser orientados a criarem grupos de três pessoas. Cada pessoa ficará responsável por uma parte da tarefa durante os três níveis da atividade proposta. Essa divisão deve ser realizada da seguinte forma:

*Nível 1* – O Aluno 1 fica responsável por segurar o Astrolábio, o Aluno 2 por manipular o instrumento e o Aluno 3 deve realizar as medições necessárias para a realização do cálculo da altura e fazer a conferência dos resultados obtidos. Essas medições deverão ser anotadas na folha de registro que será fornecida a cada grupo.

*Nível 2* – O Aluno 2 fica responsável por segurar o Astrolábio, o Aluno 3 por manipular o instrumento e o Aluno 1 deve realizar as medições necessárias para a realização do cálculo da altura e fazer a conferência dos resultados obtidos. Essas medições também devem ser anotadas na folha de registro.

*Nível 3* – O Aluno 3 fica responsável por segurar o Astrolábio, o Aluno 1 por manipular o instrumento e o Aluno 2 deve fazer as medições para o cálculo. Observe que nessa etapa não haverá a confirmação da altura do objeto, pois se torna inviável fazer essa conferência.

Ao longo dos três níveis, um aluno deve ficar responsável pelas medições. Essas medições correspondem à distância horizontal entre o Astrolábio e o objeto ( $d_h$ ), e a distância vertical entre o Astrolábio e o chão ( $d_v$ ). Essas medidas são importantes, pois contribuem para o encontro da altura do objeto ( $h$ ). A Figura 4, a seguir, fornece uma melhor visualização da disposição dessas medidas.

**Figura 4** – Medidas importantes em uma situação de prática de uso

Fonte: Elaborado pelos autores.

Cada equipe receberá três fichas (Figura 5), sendo cada uma delas destinada a um nível da atividade. Essas fichas serão os locais onde os alunos deverão registrar os valores obtidos nas medições, os cálculos e o resultado final da atividade, para que as equipes possam armazenar esses valores para a interação entre os grupos no momento posterior à prática, com o objetivo de comparar os resultados coletados.

**Figura 5** – Ficha para a atividade prática

FICHA PARA A ATIVIDADE PRÁTICA

INFORME O NÍVEL DA ATIVIDADE: ( ) 1 ( ) 2 ( ) 3

EQUIPE: \_\_\_\_\_

MEDIDAS	VALORES COLETADOS
$d_h$	
$d_v$	
Ângulo	

Altura encontrada:	
--------------------	--

Fonte: Elaborado pelos autores.

### *Etapas para o desenvolvimento do experimento*

*Etapa 1:* Ação – Essa etapa consiste na apresentação do instrumento e da realização prática da atividade. Inicialmente, o professor deve apresentar o Astrolábio Náutico para os alunos, com um breve contexto histórico acerca de sua origem e uso em tempos mais antigos. Além disso, deve mostrar como o instrumento funciona para, em seguida orientar a turma sobre a realização da atividade e como ela se dará, ou seja, deve informar sobre a divisão das equipes, os níveis da atividade, o que se deseja que os alunos realizem e o ambiente onde a atividade será realizada.



Nesse caso, para os níveis 1 e 2, a atividade poderá ser realizada na própria sala de aula. Para o terceiro nível, a turma deverá se dirigir para um ambiente externo, como o pátio da escola ou a quadra de esportes. O professor fará a entrega das fichas (Figura 5), das trenas de medição e de um Astrolábio por equipe. Para realizarem os cálculos mais complexos, os alunos podem utilizar a calculadora do celular

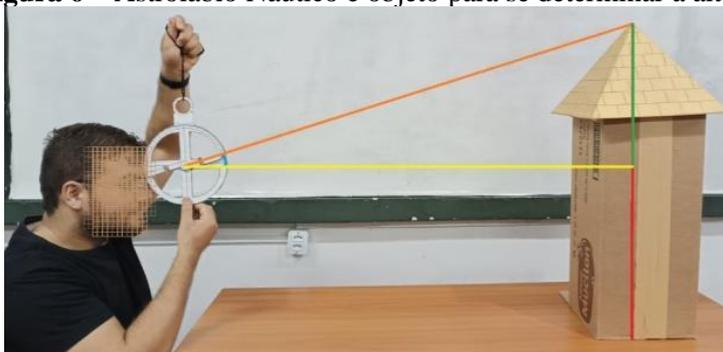
*Etapa 2: Formulação* – Como as equipes farão a medição dos mesmos objetos, é esperado que os valores encontrados para as alturas devam ser iguais ou aproximados. Essa etapa consiste na socialização entre as equipes, quando os alunos irão comparar seus resultados para observar se os valores obtidos são semelhantes e, caso os valores sejam muito destoantes, os alunos podem elaborar hipóteses sobre o motivo que levou a essa discrepância dos resultados.

*Etapa 3: Validação* – Nessa etapa, o professor deve socializar com a turma, a fim de saber quais foram suas dificuldades, o que aprenderam com a atividade, tirar dúvidas e validar ou não as hipóteses levantadas sobre a discrepância dos resultados, caso haja alguma.

*Etapa 4: Institucionalização* – O professor deve falar sobre o conteúdo apresentado, relembrando a formalização da ideia de relações trigonométricas no triângulo retângulo, para que os alunos possam assimilar a ideia do que fizeram na atividade prática, com o conteúdo ali ministrado.

Para deixar mais evidente o que se espera que os grupos realizem, o exemplo abaixo mostra a utilização do Astrolábio Náutico para determinar a altura do topo de uma pirâmide (que se encontra em cima de uma caixa) em relação ao topo da mesa onde se encontra apoiado. Nessa imagem, há o objeto do qual se quer determinar o tamanho (à direita) e o Astrolábio construído (à esquerda).

**Figura 6** – Astrolábio Náutico e objeto para se determinar a altura



**Fonte:** Elaborado pelos autores.



Inicialmente, os grupos devem calcular as medições, as quais, como já explicitado anteriormente, consistem na distância horizontal entre o Astrolábio e o objeto (em amarelo) e na distância vertical entre o Astrolábio e a mesa (em vermelho). Além disso, devem determinar o ângulo (em azul) marcado pelo instrumento ao observar o topo do objeto.

Utilizando o conceito de tangente de um ângulo, o usuário do instrumento encontrará a medida destacada em verde e, ao somá-la com a medida destacada em vermelho, terá determinado a altura do objeto observado.

No exemplo da imagem, as medidas encontradas foram as seguintes: 103,87 centímetros para a distância horizontal entre o Astrolábio e o objeto; 43,07 centímetros para a distância vertical entre o Astrolábio e a mesa; e 16° para o ângulo.

Com esses valores temos um dos catetos de um triângulo retângulo e, ao aplicar na relação trigonométrica determinada pela tangente, obtemos que a medida em verde, a qual denominaremos por ( $h'$ ), será

$$\tan(16^\circ) = \frac{h'}{103,87} \Rightarrow h' = 29,78 \text{ cm}$$

Somando esse valor encontrado com os 43,07 cm da distância vertical, determinamos que a altura do objeto é igual a 72,85 cm. Ao fazer a conferência do resultado utilizando uma trena para medir a altura do objeto, encontramos um valor aproximado, dentro do intervalo entre 72 cm e 73 cm, o que mostra que o instrumento possui, de fato, uma boa aproximação.

### ***Folha do aluno***

#### *Nome da atividade*

O uso do Astrolábio Náutico no ensino de Relações Trigonométricas no triângulo retângulo.

#### *Comentários iniciais*

Nesta atividade prática, iremos utilizar o Astrolábio Náutico, inicialmente apresentado na aula, como um recurso para se obter a altura de alguns objetos. A turma deve ser dividida em grupos de três alunos, os quais devem ser orientados pelo professor acerca de suas funções durante as três etapas da atividade.

#### *Procedimento*



*Etapa 1* – Medição da altura do topo da lousa em relação ao chão da sala de aula.

1º PASSO – Enquanto um aluno segura o instrumento com o cuidado de deixá-lo com o seu eixo CD paralelo ao chão, outro aluno utiliza o Astrolábio para determinar o ângulo formado ao observar o topo da lousa pelas duas pínulas, e o terceiro aluno calcula as medidas  $d_h$ ,  $d_v$  e a altura do objeto para a conferência dos resultados.

2º PASSO – Anotar as medidas obtidas nas fichas distribuídas para as equipes no início da atividade.

3º PASSO – Fazer os cálculos necessários para determinar a altura do objeto. Pode-se fazer uso de calculadora para isso.

4º PASSO – Registrar o valor obtido.

*Etapa 2* – Medição da altura da sala de aula em relação ao chão.

Nessa etapa, deve-se realizar um rodízio entre os alunos da equipe, de tal forma que os alunos fiquem com funções diferentes das exercidas na etapa anterior.

1º PASSO – Enquanto um aluno segura o instrumento com o cuidado de deixá-lo com o seu eixo CD paralelo ao chão, outro aluno utiliza o Astrolábio para determinar o ângulo formado ao observar o teto da sala de aula pelas duas pínulas, e o terceiro aluno calcula as medidas  $d_h$ ,  $d_v$  e a altura do objeto para a conferência dos resultados.

2º PASSO – Anotar as medidas obtidas nas fichas distribuídas para as equipes no início da atividade.

3º PASSO – Fazer os cálculos necessários para determinar a altura do objeto. Pode-se fazer uso de calculadora para isso.

4º PASSO – Registrar o valor obtido.

*Etapa 3* – Medição de um poste de luz na área externa da escola.

Nessa etapa, as equipes devem se dirigir ao pátio da escola ou quadra de esportes e, novamente, devem realizar um rodízio entre os alunos da equipe, de tal forma que os alunos fiquem com funções diferentes das exercidas nas duas etapas anteriores.

1º PASSO – Enquanto um aluno segura o instrumento com o cuidado de deixá-lo com o seu eixo CD paralelo ao chão, outro aluno utiliza o Astrolábio para determinar o ângulo formado ao observar o topo do poste pelas duas pínulas, e o terceiro aluno calcula as medidas  $d_h$  e  $d_v$ .

2º PASSO – Anotar as medidas obtidas nas fichas distribuídas para as equipes no início da atividade.



3º PASSO – Fazer os cálculos necessários para determinar a altura do objeto. Pode-se fazer uso de calculadora para isso.

4º PASSO – Registrar o valor obtido.

*Etapa 4* – Socialização dos resultados obtidos entre as equipes.

Os alunos devem retornar à sala de aula para compararem os valores obtidos nas três primeiras etapas e receber as próximas orientações do professor.

### **Considerações finais**

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma proposta de atividade com o Astrolábio Náutico, sobre o conceito de relações trigonométricas no triângulo retângulo, a ser desenvolvida com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, com o aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas. Sendo assim, acreditamos que esse objetivo foi cumprido com êxito, apesar das dificuldades encontradas durante o processo.

Essas dificuldades foram, principalmente, a necessidade de um cuidado minucioso para estudar um instrumento histórico de grande importância para a História da Matemática; a criação de uma atividade simples e didática que evidenciasse o uso do instrumento e que cumprisse o objetivo do trabalho; e a construção da ferramenta, a qual demandou diversas tentativas até chegar em uma opção de construção eficiente e de baixo custo.

Além disso, é importante enfatizar que o desenvolvimento de uma proposta de atividade, utilizando a Teoria das Situações Didáticas, foi um dos grandes desafios, especialmente no que diz respeito a integrar todos os seus elementos na atividade proposta, de modo a utilizá-la de forma correta.

Como relatado ao longo do trabalho, a atividade aqui proposta não foi aplicada em sala de aula. A falta dessa aplicação se deu, principalmente, pela necessidade de uma turma de ensino médio na qual pudéssemos desenvolver a atividade, o que não foi possível conseguir, no período de final de ano, devido a algumas limitações, como a necessidade de disponibilidade dentro do cronograma previsto pelos professores.

Diante disso, esperamos poder realizar a aplicação dessa atividade em algum momento posterior. A expectativa é que possamos coletar bons resultados, principalmente por se tratar de uma atividade prática, com um aporte teórico bem definido e com uma abordagem de conteúdos importantes na Matemática do Ensino Médio.



É importante enfatizar que, devido à atividade aqui relatada ter sido desenvolvida para ser aplicada em duas horas/aula, apresentamos uma proposta em que se utiliza apenas o conceito de tangente para determinar a altura de um objeto. Trabalhos futuros podem ser desenvolvidos visando propor atividades que podem ser elaboradas com o objetivo de enfatizar a utilização dos conceitos de seno e cosseno para determinar outras medidas. Outro trabalho que pode ser desenvolvido com base nessa pesquisa é a aplicação da atividade proposta para verificar seus efeitos em uma turma de Ensino Médio, visando coletar resultados para avaliar a sua eficácia.

Por meio desse trabalho foi possível adquirir um maior conhecimento acerca do uso do Astrolábio Náutico, da Teoria das Situações Didáticas e do uso da História da Matemática em sala de aula.

Esperamos que a atividade aqui descrita seja utilizada por professores da Educação Básica e por alunos dos cursos de licenciatura, bem como que sirva de inspiração para que mais pesquisadores se interessem pelo estudo de instrumentos náuticos no contexto da História da Matemática.

## Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática** / Saddo Ag Almouloud. – Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALVARENGA, André Martins; VASCONCELOS, Francelina Elena Oliveira; DEPONTI, Maria Aparecida Monteiro; BRITO, Patrícia Marsnak; PERIPOLLI, Simone Felin. Educação Matemática e Astronomia. **O PIBID na URI III**, Frederico Westphalen, v. 2, p. 184-190, 2013.

AMARANTE, Rebeca Oliveira; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma proposta de UBP para o Ensino de Matemática: mobilizando conhecimentos geométricos durante o processo de leitura da construção do instrumento astrolábio náutico. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 18, p. 1-22, 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; SAUER, Lisandra de Oliveira; FRANKE, Rosvita Fuelber. A história da matemática como recurso didático para o ensino da teoria



dos números e a aprendizagem da matemática no ensino básico. **Paradigma**, v. 26, n. 2, p. 35-55, 2005.

MOTA, Thamires de Brito; JUCÁ, Rosineide Sousa; PINHEIRO, Carlos Alberto de Miranda. **Uma análise de erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo**. In: XI Encontro Nacional De Educação Matemática, 2013, Curitiba. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática.

NEVES, José Luis. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.

OLIVEIRA, David Alisson Uchôa de. **As Grandes Navegações: aspectos matemáticos de alguns instrumentos náuticos**. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 149 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. Os momentos da teoria das situações didáticas no ensino de matemática. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 4, n. 2, p. 10-20, 2018.

OLIVEIRA, Simão de. **Arte de navegar**. Lisboa: Oficina de Pedro Crasbeeck. 1606.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, Consolação, SP, v. 21, p. 405-432, 2019.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciências & Educação (Bauru)**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SILVA, Jardel Wylamy Melão da. **O astrolábio como facilitador no ensino da trigonometria do ensino fundamental**. 2022. 72 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2022.

TAVARES, Marina Oliveira; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A UBP e sua inserção no ensino de Matemática: Uma proposta utilizando a obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti (1404–1472). **Revista BOEM**, v. 5, n. 8, p. 21-36.

*Recebido em: 30 / 12 / 2023*  
*Aprovado em: 29 / 02 / 2024*