



EXPLORANDO ESTUDOS SOBRE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES: O GEOGEBRA À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

EXPLORING STUDIES ON SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS AND GEOGEBRA IN THE LIGHT OF THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF TEACHING

Talyta Sampaio Figueiredo¹; Fernando Emilio Leite de Almeida²,
Rochelande Felipe Rodrigues³

RESUMO

Sabemos que a integração das tecnologias digitais vem se apresentando como um importante instrumento que auxilia o processo educativo. Nesse sentido, o artigo em questão aborda, em sua estrutura, um recorte de uma pesquisa desenvolvido por meio de um mapeamento bibliográfico e tem como principal objetivo, realizar um levantamento de pesquisas envolvendo a Teoria Antropológica do Didático (TAD), sistemas de equações lineares e o GeoGebra. A pesquisa é de cunho qualitativo. Para a realização do estudo, nos amparamos na metodologia adaptada por Cavalcanti (2015), a qual aborda uma forma descritiva do mapeamento vertical e horizontal, para seleção dos territórios pesquisados. Vale destacar que esse modelo é proposto pela autora Biembengut (2008), que apresenta o Mapeamento na Pesquisa Educacional. Nesse sentido, destacamos que nenhum dos territórios nos quais realizamos a busca aborda a temática de sistemas de equações lineares, com a utilização do software GeoGebra, sob um olhar da TAD, com a finalidade de analisar as praxeologias apresentadas da passagem do campo algébrico para o geométrico, com alunos do ensino médio. Consideramos a temática pertinente, pois aponta contribuições significativas para pesquisadores que almejam aprofundar-se nesse viés.

Palavras-chave: Equações Lineares. GeoGebra. Teoria Antropológica do Didático.

¹ Mestranda no Programa de Pós Graduação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) em Caruaru, no estado de Pernambuco. Endereço para correspondência: Rua Zelia Leite Dantas, nº323, Alto da Bela vista, Sitio São Pedro, Abaiara, Ceará, Brasil, CEP: 63240-000. E-mail: talyta.figueiredo@ufpe.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0008-8674-1200>

² Doutorado em Ensino das Ciências pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (2016). Professor efetivo do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) - Campus Pesqueira e professor colaborador na Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) em Caruaru-PE. Endereço para correspondência: Instituto Fedral de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco - Campus P, IFPE. CEP:55200-000 - Pesqueira, PE – Brasil. E-mail: fernandoemilioleite@yahoo.com.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7059-8050>

³ Doutorado em Ensino das Ciências pela Universidade Federal Rural do Pernambuco (UFRPE). Professor Adjunto do Instituto de Formação de Educadores da Universidade Federal do Cariri - UFCA, Brejo Santo, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Olegário Emídio de Araújo, São Francisco, Brejo Santo, CE - Brasil, CEP: 63260-000. E-mail: rochelanderodrigues@ufca.edu.br.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4439-6425>



ABSTRACT

We know that the integration of digital technologies has emerged as an important instrument that assists the educational process. In this sense, the article in question addresses, in its structure, a section of research developed through bibliographic mapping and its main objective is to carry out a survey of research involving the Anthropological Theory of Didactics (ATD), systems of linear equations and GeoGebra. The research is qualitative in nature. To carry out the study, we relied on the methodology adapted by Cavalcanti (2015), which addresses a descriptive form of vertical and horizontal mapping, to select the territories researched. It is worth highlighting that this model is proposed by the author Biembengut (2008), who presents Mapping in Educational Research. In this sense, we highlight that none of the territories in which we carried out the search addresses the theme of systems of linear equations, using the GeoGebra software, from the perspective of ATD, with the purpose of analyzing the praxeologies presented in the transition from the algebraic field to the geometric, with high school students. We consider the theme pertinent, as it points to significant contributions for researchers who wish to delve deeper into this perspective.

Keywords: Linear Equations. GeoGebra. Anthropological Theory of the Didactic.

Introdução

Diversas abordagens podem ser adotadas no ensino da Matemática, no entanto, algumas se mostram mais propícias para uma aprendizagem eficaz. Nesse contexto, destacamos, de maneira positiva, a integração das tecnologias digitais como instrumento que auxilia nesse processo educativo. Sobre essa perspectiva, Fonseca (2020) ressalta que, no cenário educativo, as implicações pedagógicas advindas do uso das tecnologias digitais vêm crescendo a passos largos, bem como se consolidando como um campo de pesquisa.

No que diz respeito aos conteúdos, tanto aqueles que fazem parte do ensino fundamental como os do ensino médio possibilitam a utilização desses instrumentos facilitadores da aprendizagem. Com destaque, apontamos, especificamente, os sistemas de equações lineares. Para Andrade (2018, p.19), esse conteúdo é “fundamental para alunos do ensino médio, assim como para alunos do ensino superior.” Reforça, ainda, que a utilização dos recursos tecnológicos apresenta-se como um suporte importante para a explanação desse saber.

Percebemos que a compreensão do conteúdo de sistemas de equações lineares envolve a transição do domínio algébrico para o geométrico, sendo comum que os alunos enfrentem desafios ao tentar representar essa transição de maneira precisa. Tais dificuldades estão relacionadas à construção manual dos gráficos, o que representa uma conversão de registro de um sistema linear da forma algébrica para a forma gráfica (Andrade, 2018).



Há recursos que facilitam a visualização dessa passagem. As tecnologias digitais utilizadas no ensino da matemática, por exemplo, podem ser aliadas dos professores em sala de aula. Dentre elas, podemos destacar o GeoGebra que se apresenta como facilitador no quesito da realização dessas conversões. Seu uso, em sala, desperta no aluno a possibilidade de compreender que um sistema de equação linear pode ser representado de maneiras diferentes.

Nessa perspectiva, nosso trabalho de dissertação baseia-se nestes pressupostos: a utilização do GeoGebra no conteúdo de sistemas de equações lineares, valendo-se da Teoria Antropológica do Didático (TAD) para as análises, em especial, as praxeologias presentes nas conversões realizadas pelos alunos, na passagem do campo algébrico para o geométrico.

A TAD foi desenvolvida, inicialmente, pelo francês Yves Chevallard, em 1992 e, posteriormente, sofreu várias contribuições dos colaboradores. Um aspecto que consideramos importante, destacado por Chevallard (1996), é que essa teoria é uma potente ferramenta de análise das práticas na sala de aula de Matemática.

Diante do que foi exposto, o presente artigo aborda aspectos preliminares de uma pesquisa de mestrado, que procura, por meio de uma revisão sistemática, identificar estudos associados à nossa temática. Para o desenvolvimento e estruturação da pesquisa foi preciso respaldar-nos em pressupostos teóricos, amparando-nos em um levantamento bibliográfico, estado da arte ou mapeamento.

Nessa perspectiva, levando em consideração que toda pesquisa deve apresentar, em sua fase de estrutura, um embasamento teórico consolidado e aprofundado, o principal objetivo deste trabalho foi realizar um mapeamento de pesquisas envolvendo a TAD, Sistemas de equações lineares e o GeoGebra, apresentando um levantamento preliminar desses resultados.

Esse mapeamento teve como base a adaptação da proposta abordada por Cavalcanti (2015), utilizando-se do esboço seguido para a realização de um mapeamento horizontal e vertical, selecionando os territórios escolhidos, sendo eles: artigos de periódicos da Capes, dissertações e teses. Vale ressaltar que essa adaptação de Cavalcanti (2015) é um recorte do trabalho proposto no livro sobre "Mapeamento na Pesquisa Educacional" de Biembengut (2008).



Esses caminhos que utilizaremos, julgamos necessários, pois, eles seguem um viés que une a TAD ao conteúdo de sistemas de equações, visando uma melhoria na aplicação do ensino e aprendizagem desse conteúdo nas escolas. O nosso foco principal a ser trabalhado não é a formação de professores em si, porém analisar trabalhos que apresentam, em sua base, o desenvolvimento de estudo de sistema de equações no ensino médio. Assim, entendemos serem esses estudos de suma importância para termos uma base teórica consistente para a elaboração de sequências didáticas que será respaldada nos pressupostos teóricos da Engenharia Didática.

Discussões Teóricas

Discutiremos, aqui, um pouco sobre as três vertentes pesquisadas para compreendermos melhor o elo existente entre elas. São elas: sistemas de equações lineares, Teoria Antropológica do Didático (TAD) e GeoGebra.

O conteúdo de sistemas de equações lineares é considerado de suma importância nas etapas de ensino, seja ele no ensino fundamental, médio ou superior. Ademais, os discentes ainda apresentam uma dificuldade no que tange à passagem do campo algébrico para o geométrico, na exposição gráfica. Essa dificuldade compromete a aprendizagem, visto que, no “ambiente de sala de aula, estuda-se somente o conceito e alguns métodos de resolução, ficando obscura a compreensão da sua classificação e do significado geométrico” (Andrade, 2018, p. 34).

No estudo de sistemas de equações, além de trabalhar a técnica de resolução de sistemas, é recomendável colocar a álgebra sob o olhar da geometria. A resolução de um sistema 2×2 de duas equações e duas variáveis pode ser associada ao estudo da posição relativa de duas retas no plano. Com operações elementares simples, pode-se determinar a existência ou não de soluções desse sistema, o que significa geometricamente os casos de intersecção/coincidência de retas ou paralelismo de retas (Brasil, 2008, p.77-78).

Nessa perspectiva, os recursos tecnológicos digitais vêm sendo utilizados como um apoio na aprendizagem desses conceitos matemáticos que necessitam de uma exposição geométrica. Para o estudo de sistemas lineares, tem-se uma grande variedade de softwares, entre eles, o GeoGebra. “Esse recurso facilita a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, facilitando o aluno a entender seus conceitos, bem como o significado geométrico da solução de um sistema linear” (Andrade, 2018, p. 39).



O software GeoGebra é um programa de matemática que reúne Geometria, Álgebra e o Cálculo. Ferreira (2016 p. 35) destaca que o GeoGebra “permite também a abordagem de diversos conteúdos trabalhados nos vários níveis de escolarização, nesse software, expressões geométricas encontram de forma acessível suas correspondências algébricas e vice-versa.”

Os softwares de geometria dinâmica podem provocar o diálogo e a colaboração entre discentes e docentes. E esse diálogo permite ao professor e ao aluno a compartilharem uma nova relação na sala de aula, constituindo assim um ambiente de aprendizagem que propicia a ambos novas formas para compreensão e construção do conhecimento geométrico. Utilizando-se de tecnologias digitais os alunos podem trabalhar complementando seus raciocínios; resolver problemas conjecturando, explorando, desenvolvendo-se criticamente e obtendo suas conclusões. (Ferreira, 2016, p.17)

Nele é possível construir gráficos, representações algébricas e tabelas que estão interligados e possuem características dinâmicas. Podemos destacar que, no ato de construir, desenvolver ou modelar tais situações, o aluno obtém uma ideia do que está estudando na prática. O *software* apresenta uma interface amigável com vários recursos sofisticados, com ferramentas de produção de aplicativos interativos em páginas *web*. O mesmo está disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo, possuindo acesso gratuito e código aberto.

Abar e Almeida (2017) chamam atenção para o uso do GeoGebra, esclarecendo que sua utilização não é apenas mais um recurso tecnológico, mas também um recurso que colabora no desenvolvimento de conceitos matemáticos, uma vez que, por si só, o *software* não faz matemática.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) pode servir de apoio para analisar as praxeologias que são desenvolvidas na utilização desses recursos tecnológicos. Desenvolvida por Chevallard (1992), apresenta-se como um potente instrumento de análises. Nessa perspectiva, podemos considerar que um dos focos de estudos envolvendo a TAD é a prática docente e a análise de livros didáticos. Queremos dizer que essa teoria auxilia fortemente a realização de análises de determinadas situações de ensino como, por exemplo, modelos didáticos desenvolvidos através da didática da Matemática.

Nessa perspectiva, Chevallard (1999) comenta:

A Teoria Antropologia do Didático, segundo Chevallard, estuda o homem frente ao saber matemático, e mais especificamente, frente a situações matemáticas. Uma razão para a utilização do termo “antropológico” é que a



TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática no âmbito do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (Chevallard, 1999, p. 1).

As praxeologias apresentam-se como uma ferramenta que facilita a análise de todo processo didático e da complexidade crescente das organizações matemáticas. Quando temos a prática do processo didático ligada à Matemática, abrem-se novos horizontes a serem estudados à luz da teoria. Sendo assim, considera-se que as organizações matemáticas (OM) irão relacionar a Matemática com a realidade que pode ser desenvolvida e construída em sala de aula. Já as organizações didáticas (OD) serão ligadas à maneira que se faz essa construção. Ainda sobre a teoria, existe uma relação entre os dois tipos de organização, que Chevallard (2002) define como fenômeno de codeterminação entre as organizações matemática e didática.

Tendo em vista as discussões apreciadas anteriormente, levamos em consideração a necessidade de buscar por estudos que abordassem uma vertente ligada à TAD, sistemas de equações lineares e ao GeoGebra, apresentando assim uma compilação desses resultados.

No próximo tópico, apresentaremos a metodologia utilizada. Nele realizamos uma discussão sobre o mapeamento que foi aplicado nesta pesquisa, como também o detalhamento do percurso metodológico.

Metodologia

A presente pesquisa é de cunho qualitativo. Para a realização do presente estudo, tivemos um amparo na metodologia adaptada por Cavalcanti (2015), que retrata em seu trabalho, de forma descritiva, o mapeamento vertical e horizontal de pesquisas que tratam do campo do saber matemático, analisando essas pesquisas por territórios. Vale destacar que o autor realiza uma adaptação do modelo de mapeamento de pesquisa educacional, proposto por Biembengut (2008). Sobre o mapeamento, a autora destaca que trata-se de:

Um conjunto de ações que começa com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar, classificar e organizar tais dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas, reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda características indicadoras de relações genéricas, tendo como referência o espaço geográfico, o tempo, a história, a cultura, os valores, as crenças e as ideias dos entes envolvidos (Biembengut, 2008, p. 74).



Nessa perspectiva, para compilação da escrita, realizou-se a elaboração de resumos dos textos teóricos estudados, sendo esses necessários para a sintetização de ideias principais, para relacionar as discussões teóricas com as práticas propostas e, assim, dividirmos a nossa pesquisa em momentos. Nosso foco, inicialmente, foi a realização do mapeamento horizontal, analisando artigos de periódicos da Capes, dissertações e teses, verificando quais os autores, a temática proposta, e se ela estava no viés de pesquisa que buscamos.

Segundo Cavalcanti (2015), o mapeamento horizontal trata-se de elementos mais voltados para a superficialidade, respondendo a questões do tipo: quantos, quem e onde foram realizados tais estudos. Podemos considerar que esta análise a priori se faz necessária para delimitarmos a construção futura do mapeamento vertical. Ela nos direciona ao real sentido de projetar a nossa pesquisa, baseando-a, previamente, em algumas questões que já foram desenvolvidas no eixo estudado. Abordaremos, para tanto, uma análise aprofundada do objeto, o que exige do pesquisador um estudo mais detalhado e analítico.

Para realizarmos as filtragens das pesquisas, inicialmente buscamos por conceitos-chaves, como por exemplo, “praxeologias”, “sistemas de equações”, entre outros que definissem o saber em jogo no viés que estávamos pesquisando, no caso em questão, sistemas de equações lineares utilizando o GeoGebra, sob um olhar da TAD. Assim, dividimos a pesquisa em etapas, dos mapeamentos que consideramos fundamentais para a estruturação da escrita como, por exemplo, a delimitação da pesquisa, aos conceitos-chaves a serem buscados.

No primeiro momento, efetuou-se a decisão das plataformas que seriam inseridas na busca por trabalhos desenvolvidos na área, delimitando, assim, as seguintes plataformas: Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Periódicos da Capes, com acesso à plataforma CAFe.

No segundo momento, realizamos uma análise a priori, abordando uma combinação de conceitos que facilitaríamos os achados de pesquisas como: TAD e sistemas de equações lineares; TAD e Geogebra; sistema lineares e GeoGebra. Além disso, compilamos, também, esses três conceitos para averiguar pesquisas que envolvessem esses eixos juntos. Nesta primeira busca, não utilizamos aspas para realizar a pesquisa específica através do algoritmo, apenas utilizamos os conceitos considerados pilares



como, por exemplo, “praxeologia” e “didática.” Como território para essa busca utilizamos periódicos da Capes, dissertações e teses.

O terceiro e último momento foi destinado para o mapeamento, iniciando pelo horizontal, em que focamos apenas na leitura dos títulos e resumos dos trabalhos, verificando o ano e os autores.

Já no vertical, foi realizada uma análise minuciosa, por meio de leitura focando na introdução, referencial teórico, metodologia, análises de dados e conclusões. No presente artigo, não iremos detalhar de modo aprofundado as pesquisas encontradas, apenas discutiremos os trabalhos que foram selecionados no mapeamento.

Resultados e discussões

Este artigo traz como resultados um mapeamento horizontal e vertical, acerca de trabalhos que relacionam a TAD com o GeoGebra e sistema de equações lineares, verificando a passagem do campo algébrico para o geométrico. Dessa forma, dividimos esta análise em categorias que, segundo Cavalcanti (2015), são denominadas de territórios de produção científica, que mesclam periódicos, dissertações e teses. Veremos primeiramente o mapeamento horizontal destas pesquisas e logo após o vertical.

Mapeamento Horizontal

Território 1: Artigos em periódicos da Capes

Para a realização deste mapeamento, buscamos apenas palavras-chaves que remetesse aos conceitos principais da temática estudada, tais como, o resumo abordado no texto, os autores e o ano da publicação. Nessa perspectiva, seguimos o direcionamento que foi apresentado na metodologia do artigo em questão, delimitando o critério de busca entre os anos de 2013 e 2023, que remonta um período de pesquisas aplicadas e desenvolvidas nos últimos dez anos. Desse modo, realizando os critérios estabelecidos, encontramos apenas quatro artigos publicados em periódicos, que se assemelhavam com a proposta aqui descrita. Desses achados, apenas um artigo apresenta uma discussão à luz da TAD, porém todos os quatro retratam os sistemas de equações lineares como mostra o (Quadro 1):



Quadro 1 –Território 1 (Artigos em periódico das Capes)

n°	Conteúdo	Autor/Ano	Teoria/Conteúdo	Palavras chaves
1	Sobre o uso das tecnologias digitais e suas implicações no estudo da existência de soluções para sistemas 2x2: uma análise por meio da mudança no tratamento semiótico à luz da teoria de Raymond Duval	Germano Mateus Machado Zugno; Michelsch João da Silva; Rodrigo Sychocki da Silva (2015)	GeoGebra, Representações Semióticas; Sistemas Lineares Tecnologia	Sistema Lineares e GeoGebra
2	A componente tecnológica-teórica do sistema de duas equações lineares na Educação Básica	Francisco Javier Ugarte; Maria José Ferreira da Silva; Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre (2019)	Teoria Antropológica do Didático; Sistema de Equações Lineares	Teoria Antropológica do Didático e Sistemas de Equações Lineares
3	Potencial de um sistema de matemática dinâmica no estudo de transformações lineares	Carmen Vieira Mathias; José Carlos Pinto Leivas (2020)	Tecnologias	Sistemas Lineares e GeoGebra
4	GeoGebra na análise das posições entre duas retas e resolução de sistemas lineares	Lucas Lima Souza; Maria José Herculano Macedo; Vilma Bragas de Oliveira (2021)	Tecnologias	Sistema Lineares e GeoGebra

Fonte: Os autores (2023).

Nessa busca, mesclamos, inicialmente, conceitos-chaves como “TAD” e “GeoGebra”, porém não obtivemos nenhum êxito. Quando destacamos “praxeologia” e “GeoGebra”, tivemos acesso a um artigo publicado em espanhol que realizava uma análise praxeológica da geometria à luz do Geogebra, porém delimitamos nossa busca a achados brasileiros. Aprofundando as pesquisas e redirecionando a novos conceitos, pesquisamos “TAD” e “sistemas de equações lineares”, e, como mostra o quadro 1, encontramos um artigo. Para finalizarmos a busca, pesquisamos sobre “Sistemas Lineares” e “GeoGebra”, logo verificamos apenas 3 artigos encontrados.

Território (2): Dissertações

Seguindo o mesmo critério estabelecido para a busca de periódicos, realizamos o mapeamento horizontal das pesquisas relacionadas à temática. Para organização do quadro 2, dividimos as colunas com as seguintes informações que julgamos relevantes: Título, Autor/ano, Teoria/Conteúdos (contidos na dissertação pesquisada) e palavras-chaves pesquisadas. No quesito plataformas utilizadas para pesquisa, serviram de base, o



Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Quadro 2 –Território 1 (Dissertações)

n°	Título	Autor/Ano	Teoria/Conteúdo	Palavras chaves
1	GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio	Denise Mansoldo Salazar (2015)	Engenharia Didática, TAD e Funções Trigonométricas	TAD e GeoGebra
2	A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental – anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas.	Esmênia Furtado Parreira Ferreira (2016)	Engenharia Didática, TAD e Geometria	TAD e GeoGebra
3	Sistemas Lineares 3x3: Uma Visão Geométrica Com o Geogebra 3d	Erivaldo Gomes de Santana (2017)	Sistemas de Equações Lineares 3x3, GeoGebra	Sistema de equações lineares e GeoGebra
4	Sistemas lineares: Uma sequência didática para o Ensino Médio e aplicações	Wesklemyr Lacerda Pereira (2017)	Sistemas Lineares	Sistema de equações lineares e GeoGebra
5	Registro de representação semiótica: conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando o software GeoGebra	Jefferson Jacques Andrade (2018)	Sistemas Lineares	Sistema de equações lineares e GeoGebra
6	Uma sequência didática voltada para a definição de polígono no sexto ano	Joaby de Oliveira Silva (2019)	Teoria das Situações Didáticas, Teoria Antropológica do Didático e Polígonos	TAD e GeoGebra
7	Sistemas Lineares sob a ótica dos Registros de Representação Semiótica: uma análise dos entendimentos de acadêmicos do Ensino Superior.	Gabrieli Nunes dos Santos (2019)	Sistemas lineares; Registros de representação semiótica; Álgebra linear	Sistema de equações lineares e GeoGebra
8	Sistemas lineares: aspectos lúdicos e uma abordagem utilizando recursos tecnológicos	Romão, Luís Gabriel Mietto (2020)	Sistemas Lineares e Intersecção de planos	Sistema de equações lineares e GeoGebra
9	Uma organização praxeológica para a construção de medidas de perímetro e área do Fractal ilha de Koch.	Vinícius Murilo Fratucci (2022)	Engenharia Didática, TAD, Fractais	TAD e GeoGebra
10	Sistemas Lineares com Ênfase nas Operações Elementares e no Teorema	Pedro Henrique Barcelos Cuzzuol (2022)	Sistemas lineares; Matriz; Teorema do Posto;	Sistema de equações lineares e GeoGebra



	do Posto		Resolução de problemas	
11	Uma organização praxeológica da construção da fractal árvore pitagórica utilizando o software GeoGebra.	Luan Padilha dos Santos (2023)	Educação Matemática; Teoria Antropológica do Didático; Geometria dos Fractais; BNCC	TAD e GeoGebra

Fonte: Os autores (2023)

Esperávamos encontrar um campo considerado mais amplo em trabalhos com essa abordagem, porém notamos que a temática ainda é escassa. Como foi observado no quadro 2, quando pesquisamos por trabalhos envolvendo TAD e GeoGebra encontramos 12 dissertações. Dentre essas, apenas 5 envolviam a temática pesquisada, as outras foram descartadas devido o recorte temporal ou por não abordarem a TAD em suas discussões teóricas, bem como o GeoGebra.

Já em relação a trabalhos com “sistemas de equações lineares” e “GeoGebra”, na pesquisa em geral, foram encontradas 23 dissertações, porém utilizando o recorte temporal e leitura dos resumos, percebemos que apenas 6 foram ao encontro da temática pesquisada. Quando partimos para pesquisas de dissertações envolvendo “TAD” e “sistemas de equações lineares”, não encontramos nenhuma. Assim, os trabalhos selecionados nessa etapa do mapeamento foram 11 dissertações.

Território (3): Teses

Em relação às teses, encontramos apenas duas presentes na BDTD, como também no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes. Em relação a trabalhos com “sistemas de equações lineares” e “GeoGebra”, não encontramos nenhuma pesquisa no eixo da temática. Quando partimos para busca envolvendo “TAD” e “sistemas de equações lineares”, encontramos apenas uma. E em relação a “TAD” e “GeoGebra”, encontramos uma, conforme mostra o (Quadro 3):

Quadro 3 –Território 1 (Teses)

n°	Título	Autor/Ano	Teoria/Conteúdo	Palavras chaves
	Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra	Eliane Santana de Souza Oliveira (2020)	TAD, PEP, MER e Função Seno e Cosseno	TAD e GeoGebra
	Teoria APOE e Teoria Antropológica do Didático: um olhar para o ensino de	Mariany Layne de Souza (2020)	Teoria APOE e Teoria Antropológica do	TAD e Sistemas de Equações Lineares



	Álgebra Linear na formação inicial de professores de matemática.		Didático e Álgebra Linear	
--	--	--	---------------------------	--

Fonte: Os autores (2023).

Para finalizar nossa busca, fizemos a compilação das três palavras que estavam sendo pesquisadas de maneira conjunta e não encontramos nenhuma dissertação ou tese que abordasse TAD, GeoGebra e sistemas de equações lineares, com ênfase no ensino médio. Assim, nos amparamos nessa justificativa para a realização da nossa pesquisa, visto que não se apresentam trabalhos com esse viés. Além disso, consideramos a temática pertinente, pois pode trazer contribuições significativas para futuros pesquisadores que almejam aprofundar seus conhecimentos.

Mapeamento Vertical

Para a realização do mapeamento vertical, levamos em consideração os critérios estabelecidos no mapeamento horizontal já apresentado. Essa escolha visa um aprofundamento nas pesquisas que apresentassem contribuições para o ensino e aprendizagem da Matemática, além disso, que abordassem, em sua estrutura, um aspecto teórico voltado para a educação e que contemplassem o ensino de sistemas de equações lineares, ou outro conteúdo à luz da TAD, utilizando-se do GeoGebra.

Os eixos escolhidos para essa verificação foram tanto no ensino fundamental, como médio. Apresentamos, aqui, uma breve descrição dos trabalhos selecionados e que contribuíram para o aperfeiçoamento da nossa pesquisa.

Território 1: Artigos em periódicos da Capes

Dos quatro artigos inventariados no mapeamento horizontal, nenhum apresentava aplicações desenvolvidas com alunos da rede pública de ensino, seja do ensino fundamental ou médio. Destacamos que os achados descreviam em sua essência aplicações com professores ou em disciplinas com discentes da universidade, contemplando, assim, aspectos que não estavam em acordo com o viés da nossa pesquisa. Portanto, não escolhemos nenhum dos artigos em questão para realizar a análise aprofundada, uma vez que não estavam dentro dos critérios estabelecidos para a segunda fase da nossa pesquisa.



Território 2: Dissertações

Das onze dissertações inventariadas no mapeamento horizontal, selecionamos apenas três cujo detalhamento realizaremos a seguir. Duas dissertações derivam-se do eixo pesquisado sobre “TAD” e “GeoGebra”. Não observamos a temática ligada a sistemas de equações lineares, porém é apresentada, em sua estrutura, uma pesquisa pertinente para o ensino e aprendizagem, sendo esse um dos critérios estabelecidos de escolha, além de utilizar-se da TAD para analisar determinadas situações de ensino de um conteúdo por meio do GeoGebra. Apenas uma das teses tratava da passagem do campo algébrico para o geométrico, porém não abordava a TAD para a realização da análise desta passagem. Mesmo assim, achamos pertinente abordá-la, pois vai ao encontro do objetivo da nossa pesquisa.

A primeira dissertação que iremos descrever é a de Ferreira (2016), que aborda algumas dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Geometria. Como intervenção, a autora utiliza algumas tecnologias para a aplicação de sua pesquisa, fato esse que facilita o ensino e aprendizagem do conteúdo. Logo, o principal objetivo foi investigar a integração de Tecnologias Digitais ao ensino e aprendizagem da Geometria, com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas nos anos finais do ensino fundamental. Em um caso mais específico, averiguou-se de que forma a utilização do software GeoGebra pode contribuir para o estudo do tema apresentado.

Ferreira (2016) dividiu o percurso metodológico de sua pesquisa em quatro etapas que são considerados primordiais para o desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa. Sendo a primeira etapa o embasamento teórico, por meio de leituras e mapeamentos de trabalhos realizados; a segunda etapa foi uma “análise a priori” com diagnóstico e caracterização da TAD, especificamente em escolas municipais de Juiz de Fora (MG), onde a autora aplicou questionários com diretores das escolas, professores de Matemática do ensino fundamental – anos finais e alunos do 9º ano; a terceira etapa foi a aplicação de uma sequência didática com a utilização do GeoGebra, envolvendo o conteúdo e na última etapa da investigação ocorreu a validação da proposta. Como embasamento teórico, o autor respaldou seus estudos na TAD, para realizar um olhar de análises do que estava sendo exposto.

Nessa perspectiva, o trabalho em questão obteve como resultados a afirmação de que o software GeoGebra é uma ferramenta tecnológica que pode contribuir



potencialmente para o ensino e aprendizagem do conteúdo de perímetro e área de figuras geométricas planas utilizando-se de atividades investigativas.

Além do resultado que foi citado no parágrafo anterior, a autora apresenta outras afirmações que comprovam, de fato, que os resultados esperados foram alcançados. Com esse estudo podemos verificar que a utilização do GeoGebra pode ser considerada crucial em sala de aula, além de poder contribuir de maneira direta no ensino e aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos.

O segundo trabalho inventariado, do autor Fratucci (2022), apresenta como eixo norteador de sua pesquisa o seguinte questionamento: “Quais as praxeologias mobilizadas por estudantes do ensino médio durante a construção de fórmulas para o cálculo de medidas de perímetro e área do Fractal Ilha de Koch?”. Assim, o público-alvo da pesquisa foram os estudantes do ensino médio e o principal objetivo foi realizar uma análise praxeológica de algumas situações nas quais o software GeoGebra pôde ser utilizado para conduzir estudantes do 2º ano do ensino médio a construir e explorar o fractal proposto, por meio da TAD.

Fratucci (2022) elaborou seu percurso metodológico em etapas, sendo elas: o levantamento bibliográfico, a realização da aplicação de dois pilotos com o intuito de minimizar os possíveis erros, a análise a priori e, por fim, a análise posteriori com a validação. Vale ressaltar que essas são etapas da Engenharia Didática. O autor propõe que “o software GeoGebra seja o ambiente de estudo dos Fractais, podendo favorecer as representações do objeto de estudo no contexto das Geometrias Não Euclidianas, além da possibilidade de construções, explorações e conjecturas.” (Fratucci, 2022, p. 19)

Como resultado, o autor destaca que o software GeoGebra pode ser um recurso para auxiliar as explorações matemáticas acerca do fractal, uma vez que, por meio da análise dos dados, pudemos observar que houve uma relação entre o objeto matemático e o software. Tal fato nos permitiu realizar explorações, elencar hipóteses e realizar explorações no que tange a construção da visualização do campo algébrico para o geométrico. Essa análise foi realizada à luz da TAD.

O terceiro trabalho é uma dissertação de Andrade (2018) que buscou apresentar uma abordagem de aprendizagem com a finalidade de construir uma sequência didática que contribuísse na discussão da classificação de sistemas lineares a partir da exploração e da conversão entre os registros gráficos, algébricos – conforme representação



tradicional com equações e chave – e matriciais. Assim, a pesquisa apresenta como principal problemática: “Como essas conversões podem contribuir para que os alunos tenham melhor compreensão, não apenas para determinar o conjunto solução de um sistema linear, mas para entender esse conjunto, classificá-lo e discuti-lo, quando necessário?” (Andrade, 2018, p 22).

Desse modo, o principal objetivo do trabalho do autor foi “aplicar uma sequência didática que aborde as conversões entre os diferentes registros de representações de um sistema linear no intuito de discutir a classificação desses sistemas” (Andrade, 2018, p. 23). Além disso, foi utilizado o *software* GeoGebra e teve como público-alvo alunos do 3º ano do ensino médio do Colégio Adventista de Florianópolis.

Durante o percurso metodológico, Andrade (2018) emprega diferentes sequências didáticas com base na Engenharia Didática para verificar os resultados, realizando análises preliminares e, em seguida, validando o que foi encontrado na fase da experimentação.

Com relação aos resultados da pesquisa, foi apontada a relevância do uso do *software* GeoGebra 6.0.400.0-offline para a conceptualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares. O autor retrata tanto as dificuldades sofridas pelos alunos nas transformações, como também defende o uso de tecnologias que auxiliam nessas transformações, quando ressalta que “um ensino voltado ao uso apenas dos livros didáticos e de resumos de aula, que em sua maioria apresentam uma matemática limitada e desconectada da realidade, que não aborda o conteúdo como um todo e não promove as transformações necessárias para garantir a aprendizagem dos alunos” (Andrade, 2018, p. 162).

Vislumbra-se que a pesquisa de Andrade (2018) possa servir de aporte teórico para o nosso trabalho de dissertação, pois o autor fala sobre a passagem do campo algébrico para o gráfico e a nossa pesquisa também abordará a análise dessa passagem através do *software* GeoGebra. O GeoGebra vem, assim, apresentando potencialidades significativas no seu uso voltado ao ensino da matemática, além disso, baseia-se na Engenharia Didática como caminho metodológico para a formulação das sequências didáticas.



Território 3: Teses

Das teses (2) inventariadas no mapeamento horizontal, selecionamos apenas uma que consideramos relevante para a realização do nosso estudo. A tese escolhida apresenta como autora Souza (2020). A pesquisa apresenta como questão geratriz o questionamento de como desenvolver o estudo de Sistema de Equações no ensino médio.

Assim, o percurso metodológico apresentado dividiu-se em etapas, sendo a primeira delas realizar a identificação das referências básicas adotadas na disciplina; em segundo analisar as praxeologias presentes em algumas tarefas do livro didático de Álgebra Linear utilizado no curso; em terceiro desenvolver um Percurso de Estudo e Pesquisa para a formação de professores (PEP-FP) e, por fim, analisar as produções escritas, seguindo a decomposição genética. Desse modo, o público alvo dessa aplicação do PEP-FP foi uma turma do quarto ano de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública localizada no norte do estado do Paraná.

Como resultado, a autora apresenta a importância de desenvolver trabalhos voltados aos professores, que em sua formação inicial se deparam com a disciplina de Álgebra Linear. Faz-se necessário, também, conhecer os elementos com os quais o futuro professor vai se deparar na educação básica, contribuindo, assim, para o conhecimento matemático para o ensino, facilitando o repasse dos conteúdos para seus alunos. Assim, a tese apresenta contribuições suficientes que fundamentam nossos argumentos de pesquisa, enriquecendo o trabalho teórico que retrata a TAD e o conteúdo de sistemas de equações lineares.

Conclusões

Diante do que foi exposto, a presente pesquisa apresenta, em sua estrutura, a realização de um mapeamento de pesquisas envolvendo a Teoria Antropológica do Didático (TAD), sistemas de equações lineares e o *software* GeoGebra. Vale salientar que nos baseamos na adaptação da proposta metodológica adaptada por Cavalcanti (2015), utilizando-nos do esboço seguido para a realização dos mapeamentos horizontal e vertical, por meio dos quais pudemos selecionar os achados em territórios, definidos como: artigos de periódicos da Capes, teses e dissertações.

Na realização do mapeamento, podemos verificar que são poucos os estudos que utilizam a temática sobre “TAD e GeoGebra”, “Sistemas de equações Lineares e



GeoGebra” ou “Sistemas de Equações Lineares e TAD.” Alguns dos achados abordam norteamentos considerados de suma importância. Dentre eles, destacamos a dissertação de Andrade (2018) que traz em sua essência a verificação da passagem do campo algébrico para o geométrico dos sistemas de equações lineares. Foi encontrada apenas essa dissertação, porém ela não se utilizava da TAD para realizar a análise praxeológica.

Consideramos, ainda, que com a realização do mapeamento pudemos encontrar pesquisas que utilizaram o *software* GeoGebra e que, de fato, consideraram tal instrumento como crucial em sala de aula, além de poder contribuir de maneira direta no ensino e aprendizagem de determinados conteúdos matemáticos. Isso nos faz reafirmar a necessidade de utilização do GeoGebra no estudo dos sistemas de equações lineares no ensino médio, verificando a realização da passagem algébrica para a Geométrica.

Pudemos notar, também, que, em nenhum dos territórios pesquisados, existem estudos que envolvem, de fato, uma interação entre os sistemas de equações lineares, que é nosso objeto matemático, utilizando o *software* GeoGebra para resolução e suporte gráfico, com o aporte teórico da TAD, para a realização da análise das praxeologias apresentadas na passagem do campo algébrico para o gráfico, com alunos do ensino médio.

Assim, percebe-se uma escassez de trabalhos que tratam da temática abordada, ressaltando-se a necessidade de pesquisas que apresentem as discussões aqui apontadas. Os demais achados focavam em conteúdos ligados à Geometria e não apresentavam aplicações com alunos, direcionando à formação de professores.

Desse modo, a realização deste mapeamento justifica a temática da dissertação que está em processo de construção pela autora. Haja vista que será um trabalho inédito, poderá trazer contribuições para os pesquisadores que desejam seguir o eixo da pesquisa descrita.

Referências

ANDRADE, J. J. **Registro de representação semiótica: conceitualização dos diversos tipos de soluções de sistemas lineares usando o software GeoGebra.** Dissertação (mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2018.

ABAR, C. A. A. P.; ALMEIDA, M. V. **Geogebra como organizador de recursos tecnológicos para o ensino e aprendizagem da matemática em uma formação de professores.** Ensino da Matemática em Debate, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 136-144, 2017.



BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BRASIL. Secretária da Educação Básica. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. – **Orientações curriculares para o ensino médio**; vol. 2. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, v. 2, 2008.

CAVALCANTI, J. D. B. **A Noção de Relação ao Saber: História e Epistemologia, Panorama do contexto francófono e mapeamento de sua utilização na literatura científica brasileira**. Doutorado em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Rechercher em Didactique des Mathématiques**, 12, n.1, 1992.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: BRUN, J. (Org.). Didática das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 115-153.

CHEVALLARD, Y. **Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas / Cecilia Parra [et. al.]; Porto Alegre: Arte médicas, 1996.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Vol.19, no.2, p.221-26, 1999.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude.1. Structures & fonctions. Actes de la 11^e École d'Été de Didactique des Mathématiques. **La Pensée Sauvage**, France, 2002. versão eletrônica, disponível em: www.yves.chevallard.free.fr. Acesso em: 15 Jul. 2023.

CUZZUOL, P. H. B. **Sistemas Lineares com Ênfase nas Operações Elementares e no Teorema do Posto**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal do Espírito Santo, Programa de Matemática em Rede Nacional, 2022

FERREIRA, E.F. P. **A integração das tecnologias digitais ao ensino e aprendizagem de geometria no ensino fundamental–anos finais: uma proposta com foco no estudo de perímetro e área de figuras geométricas planas**. Tese de Doutorado, 2016.

FONSECA, D. A. *et al.* **A utilização das tecnologias digitais na formação inicial de professores de Matemática: compreensões, desafios e possibilidades**. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 15, n. 2, p. 1-19, 2020.

FRATUCCI, V. M.; MORAN, M. Proposta de uma organização praxeológica para a construção das fórmulas da medida de perímetro e área do fractal ilha de koch. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, n. 25, p. 217-237, 2022.



MATHIAS, C. V.; LEIVAS, J. C. P. Potencial de um sistema de matemática dinâmica no estudo de transformações lineares. # **Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia**, v. 9, n. 1, 2020.

PEREIRA, W. L. *et al.* Sistemas lineares: Uma sequência didática para o Ensino Médio e aplicações. 2017.

ROMÃO, L. G. M. **Sistemas lineares: aspectos lúdicos e uma abordagem utilizando recursos tecnológicos**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2020.

SALAZAR, D. M. **GeoGebra e o Estudo das Funções Trigonométricas no Ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

SANTANA, E. G. **Sistemas Lineares 3x3: Uma Visão Geométrica Com o Geogebra 3d**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Bahia, 2017. Disponível em: <http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/22970>. Acesso em: 20 maio 2023.

SANTOS, G. N. **Sistemas lineares sob a ótica dos registros de representação semiótica: uma análise dos entendimentos de acadêmicos do ensino superior**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pelotas, 2019.

SANTOS, L. P. **O Fractal Árvore Pitagórica: Uma organização praxeológica da construção utilizando o software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual do Paraná, Programa de Educação Matemática, 2023.

SILVA, J. O. **Uma sequência didática voltada para a definição de polígono no sexto ano**. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Educação Matemática, 2019.

SOUZA, L. L.; MACEDO, M. J. H.; OLIVEIRA, V. B. **GeoGebra na análise das posições entre duas retas e resolução de sistemas lineares**. Informática na educação: teoria & prática, v. 24, n. 3, 2021.

SOUZA, M. L. **Teoria APOE e Teoria Antropológica do Didático: um olhar para o ensino de Álgebra Linear na formação inicial de professores de matemática**. Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

SOUZA, O. E. S. **Estudo das Funções Seno e Cosseno por meio de um Modelo Didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana, 2020.

UGARTE, F. J.; SILVA, M. J. F.; GAITA, C. A componente tecnológica-teórica dos sistemas de duas equações lineares na educação básica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, p. 498-513, 2019.



ZUGNO, G. M. M.; SILVA, M. J.; SILVA, R. S. Sobre o uso das tecnologias digitais e suas implicações no estudo da existência de soluções para sistemas 2×2 : uma análise por meio da mudança no tratamento semiótico à luz da teoria de Raymond Duval. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 1, n. 1, 2015.

Recebido em: 12 / 12 / 2023
Aprovado em: 07 / 08 / 2024